Игры с сообщениями

Апресян Юрий

Что если игроки поговорят перед игрой?

- 1) Переговоры явно в стратегии
- 2) Изменить понятие решения

Доигровые переговоры

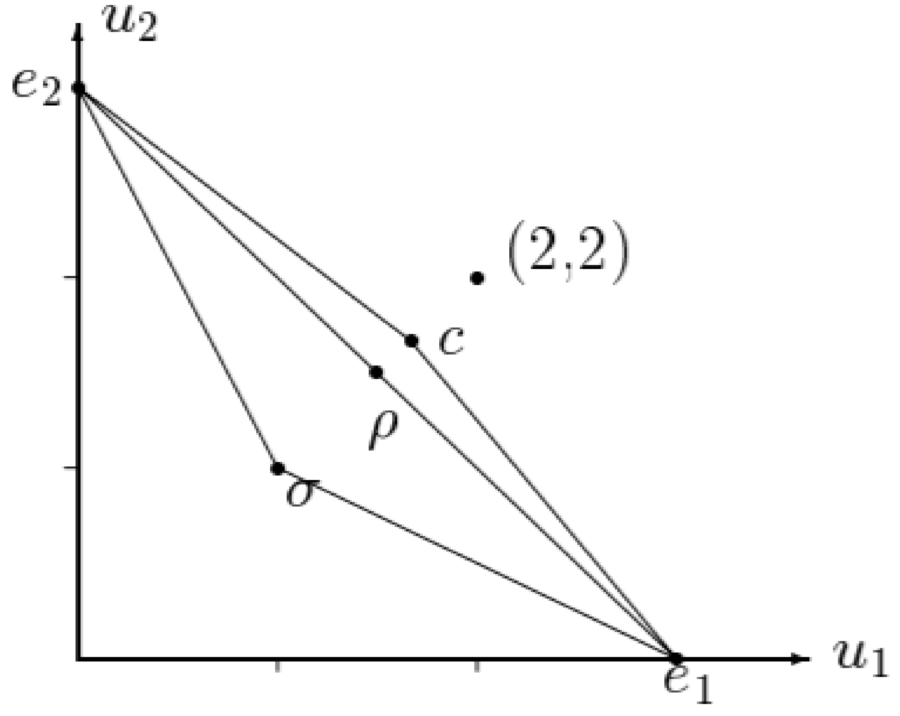
Игра «Перекресток»

	м	в
М	2, 2	0, 3
В	3, 0	−1, −1

2 стратегии: миролюбивая и воинственная.
2 чистых равновесия (М,в) и (В,м) и одно смешанное равновесие, когда с равными шансами используются мир и война (выигрыши тогда равны (1,1))

Игроки договариваются: мы бросаем монету, и если выпадет орел, то играть (М,в), если решка – то (В,м). Средний выигрыш для каждого 1.5. Это хуже кооперативного (и недостижимого) исхода (2,2), но лучше исхода смешанного равновесия (1,1).

Множество исходов, которые могут быть получены на этом пути



Здесь e_1 и e_2 - исходы чистых равновесий, σ - исход смешанного равновесия. ρ - смесь чисто равновесных исходов. c - исход коррелированного равновесия.

Игры с посредником, или коррелированные стратегии

- Коррелированной стратегией называется произвольный элемент

$$\mu \in \Delta(S_N)$$

Не требуется независимость выборов игроков.

Использование такой коррелированной стратегии дает игроку i ожидаемый платеж

$$U_i(\mu) = \sum_s \mu(s_N) u_i(s_N).$$

- В нашем примере с перекрестком, рассмотрим коррелированную стратегию, которая с равным шансами по (1/3) выбирает ситуации (М,м), (М,в) и (В,м). Если игроки следуют указаниями посредника, они получают выигрыши

$$(2,2)/3+(3,0)/3+(0,3)/3=(5/3,5/3),$$

что больше, чем старый рекорд (3/2,3/2)

Коррелированные равновесия

- Коррелированная стратегия $\mu \in \Delta(S_N)$ называется коррелированным равновесием, если для любого игрока i и любого отображения (отклонения) δ_i: $S_i \to S_i$ выполняется неравенство

$$U_i(\mu) \geq \sum_{s_N} \mu(s_N) u_i(\delta_i(s_i), s_{-i}).$$

Приведенное выше условия равносильны следующей системе неравенств:

$$\sum_{s_{-i}} \mu(s_i, s_{-i}) u_i(s_i, s_{-i}) \geq \sum_{s_{-i}} \mu(s_i, s_{-i}) u_i(e_i, s_{-i})$$

Явный учет сообщений

Ri – множество посланий, которые может отправлять,

Mi – множество сообщений, которые может получить

Если $R = \times_i R_i$, а $M = \times_i M_i$,

То $\gamma : R \longrightarrow M$

Стратегическое множество игрока i превращается в

$$B_i = \{(r, \delta),\ r \in R_i,\ \delta : M_i \longrightarrow S_i\}.$$

Выигрыши U_i

$$\sum_m \gamma(m|r) u_i((\delta_i(m_i)).$$

Для каждого участника i и его “стратегии реагирования” δ_i

$$R \xrightarrow{\gamma} \Delta(M) \xrightarrow{pr_i} \Delta(M_i) \xrightarrow{\delta_i} \Delta(S_i).$$