

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор физтех-школы**  
**прикладной математики**  
**и информатики**  
**А.М. Райгородский**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>Дисциплина:</b>	Современные матричные вычисления
<b>Направление:</b>	Прикладные математика и физика
<b>Магистерская программа:</b>	Интеллектуальный анализ данных Физтех-школа прикладной математики и информатики Кафедра проблем передачи информации и анализа данных
<b>Курс:</b>	1
<b>Квалификация:</b>	Магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (Осенний) – Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 15 час.

Подготовка к экзамену: 0 час.

Всего часов: 45, всего зач.ед.: 1

**Программу составил:** А.Л. Делицын, доктор физико-математических наук

**Аннотация**

Курс «Современные матричные вычисления» содержит дополнительные главы теории матриц и знакомит с современным состоянием вычислительных методов линейной алгебры. Рассматриваются прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с разреженными матрицами высокого порядка. Излагаются методы решения систем уравнений для теплицевых матриц. Анализируется вычислительная сложность алгоритмов. Рассматриваются основные методы решения алгебраической проблемы собственных значений для плотных и разреженных матриц. Дается общая теория сходимости указанных методов.

**Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)**

Семестр: 1 (Осенний)

## 1. Вводная.

Приведение матрицы к канонической форме. Теорема Шура. Жорданова форма матрицы. Принцип минимакса и некоторые его приложения. Сингулярные числа. SVD-разложение.

## 2. Прямые методы решения систем линейных уравнений.

Метод Гаусса и LR и QR-разложение. Факторизация Холецкого симметричной положительно определенной матрицы. Уравнения с симметричной знакоопределенной матрицей и методы их решения.

## 3. Системы линейных уравнений с разреженными матрицами.

Ленточный и профильный методы. Обратный алгоритм Катхил-Макки уменьшения профиля матрицы.

## 4. Представление структуры разреженной матрицы в виде графа.

Минимизация заполнения. Методы параллельных и вложенных сечений. Метод минимальной степени.

## 5. Теплицевы матрицы.

Быстрые и сверхбыстрые алгоритмы решения систем линейных уравнений с теплицевыми матрицами.

## 6. Метод сопряженных градиентов для систем уравнений с симметричной матрицей.

Метод бисопряженных градиентов для несимметричных матриц. Сходимость метода.

## 7. Системы разреженных линейных уравнений с несимметричной матрицей.

GMRES. Методы предобуславливания.

## 8. Алгебраическая проблема собственных значений для симметричных плотных матриц.

Приведение симметричной матрицы к трехдиагональному виду ортогональными преобразованиями. Методы Гивенса и Хаусхолдера. Теорема Штурма и метод бисекций.

## 9. Алгебраическая проблема собственных значений для несимметричных плотных матриц.

Приведение несимметричной матрицы к квазитреугольной форме. QR-алгоритм.

## 10. Алгебраическая проблема собственных значений для разреженных матриц.

Метод одновременных итераций.

## 11. Метод Ланцоша для симметричной проблемы собственных значений.

Сходимость метода. Метод минимизации следа.

12. Биортогональный метод Ланцоша для несимметричной проблемы собственных значений.

Метод Арнольди.

13. Коллоквиум.

14. Увеличение производительности алгоритмов линейной алгебры в блочных алгоритмах.

Некоторые пакеты линейной алгебры и их оболочки (LAPACK, BLAS, IMSL, MKL). Анализ ошибок округления в прямых методах решения системы линейных уравнений.

**Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Основная литература

1. Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. Матричные вычисления. М.: Мир. 1999.
2. Тыртышников Е.Е. Методы численного анализа. Москва. 2006.

Дополнительная литература

1. Дж. Х. Уилкинсон. Алгебраическая проблема собственных значений. М.: Наука. 1970.
2. Б. Парлетт. Симметричная проблема собственных значений. М.: Мир. 1983.
3. А. Джордж, Дж. Лю. Численное решение больших разреженных систем уравнений. М.: Мир. 1984.
4. С. Писсанецки. Технология разреженных матриц. М.: Мир. 1988.
5. Х.Д. Икрамов. Несимметричная проблема собственных значений. М.: Наука. 1991.

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://parallel.ru>