

Список задач лаб 11

Математические задачи

1. Задача об определении движения.

Пусть дан набор трехмерных векторов X_i , $i=1, \dots, n$. Известно, что другой заданный набор векторов получен путём вращения, смещения и зашумления векторов первого набора: $Y_i = R X_i + t + e_i$, где R - матрица вращения, t - вектор смещения, e_i - шум. Требуется найти R и t , минимизирующие функцию $J = \sum_i \| Y_i - (R X_i + t) \|^2$.

2. Преобразование плоскости.

Найти наиболее общее семейство преобразований плоскости, переводящее кривые второго порядка в кривые второго порядка. Ответ обосновать.

3. Вращение камеры-обскуры.

Показать, что изображения неподвижной сцены, полученные камерой-обскурой, вращающейся относительно своего оптического центра, связаны проективным преобразованием.

4. Морфологическая фильтрация

Дан одномерный массив $M1$ натуральных чисел длины n . Процедура вычисления оконного максимума для окна с крылом w описывается следующим образом: создать массив $M2$ длины n ; в каждый элемент с индексом i которого записать значение, равное максимальному элементу из $M1$ в диапазоне $[i-w; i+w]$. Если окно выходит за грани массива - значения считаются нулевыми. Сложность данного алгоритма $O(wn)$. Вопрос: можно ли выполнить данные вычисления за $O(n)$ операций? Приведите алгоритм.

5. Лиса и колобок

На сколько частей семимерная лиса максимально может разрезать семимерного Колобка своими десятью гиперплоскостями?

6. Задача фильтрации

Дана последовательность вещественных чисел A_n и набор вещественных чисел M . Предложить эффективный алгоритм вычисления нестрого монотонной последовательности B_n , состоящей из элементов множества M такой, что сумма квадратов разностей $(A_n - B_n)$ минимальна (последовательность B_n должна иметь длину, равную последовательности A_n).

Вариант со звездочкой: последовательность B_n является нестрого унимодальной.

Инженерные задачи

7. Сломанный процессор

На процессоре без операции умножения предложите способ быстрого вычисления произведений 16-битных целых чисел. Иметь в виду, что можно выполнить некоторую умеренно трудоемкую подготовительную работу: ведь перемножать придется много чисел, так что интересует именно амортизированная сложность.

8. Визуальные ориентиры

Предложить алгоритм поиска на изображении визуальных ориентиров — полосатых столбов (раскрашены известным черно-белым штрих-кодом), расположенных вертикально по периметру территории, предназначенной для патрулирования роботом, оснащенным широкоугольной монокулярной видеокамерой. Уделить внимание вычислительной эффективности, а также отклонению ориентиров от вертикального положения.

Рассмотреть случай локализации наземного робота.

9. Сегментация документов

Предложить алгоритм классификации изображения (фрагмент скана документа) по типу содержимого на следующие классы:

- Фотографические изображения

- Цветная графика (логотипы и т.п.)

- Монохромная графика (монохромная ≠ черно-белая!)

- Текстовые блоки (отдельные слова, такие как заголовки, можно считать монохромной графикой).

Рассмотреть в том числе варианты без использования обучения машин.