

УТВЕРЖДАЮ

Директор Объединенного Института Ядерных Исследований



*Матвеев*  
Академик В.А. Матвеев

“ 01 “ *декабря* 2014 г.

### ОТЗЫВ

ведущей организации - Объединенного Института Ядерных Исследований - на диссертацию Д.А. Яроцкого «Спектральные и асимптотические свойства некоторых вероятностных моделей математической физики и оптимизации», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика.

Одномерные квантовые цепочки являются одним из центральных объектов теоретической физики. Достаточно сказать, что решение Бакстера для анизотропной модели Гейзенберга со спином  $1/2$  лежит в основе всей современной теории интегрируемых моделей. Интерес к одномерным квантовым системам не исчерпывается интегрируемыми моделями. В 1987 году Аффлек, Кеннеди, Либ и Тасаки (AKLT) предложили квантовую модель со спином 1, которая, не являясь интегрируемой, тем не менее допускает строгий анализ основного состояния. Возникает вопрос, насколько чувствительно основное состояние, например, наличие щели в спектре, к малым возмущениям квантовой системы. Этот вопрос, как и само определение малого возмущения, подробно изучается в диссертации Д.А. Яроцкого.

Первая часть диссертации посвящена основным состояниям и спектральным свойствам квантовых спиновых систем и включает главы 1-7. Глава 1 содержит общий обзор вопросов, поднимаемых в этой части диссертации. В главе 2 дается конструктивное доказательство существования основного состояния для системы слабо взаимодействующих спинов и дается оценка спектра гамильтониана. В главе 3 определяется понятие квантового основного состояния в конечном объеме с граничными условиями общего вида и доказывается, что для системы слабо взаимодействующих спинов зависимость таких состояний от граничных условий экспоненциально быстро спадает по мере удаления от границы. В главе 4 вводится общее понятие относительно ограниченного возмущения классического спинового гамильтониана, и для таких возмущений доказывается существование основного состояния и устанавливаются его кластерные свойства (экспоненциально быстрое убывание корреляций, спектральная щель). В главе 5 показано, что изотропную цепочку AKLT можно представить в виде относительно ограниченного возмущения классической модели в смысле предыдущей главы. Как следствие, доказано, что достаточно слабое возмущение модели AKLT имеет основное состояние со спектральной щелью и экспоненциально быстрым убыванием корреляций. В главе 6 дано объяснение явления перехода между "соизмеримым" и "несоизмеримым" режимом корреляций в изотропной цепочке со спином 1 при пересечении точки AKLT, а также дано строгое доказательство аналогичного эффекта для некоторой модификации модели AKLT. В главе 7 приведена теория квазичастичного рассеяния для одного класса стохастических решетчатых моделей.

Вторая часть диссертации посвящена задачам, связанным с оптимизацией методом "ожидаемого улучшения", и включает главы 8-10. Глава 8 содержит общий обзор вопросов, связанных с моделированием и оптимизацией на основе гауссовских случайных процессов. В главе 9 построен пример несходимости оптимизации методом "ожидаемого улучшения" к истинному глобальному оптимуму. В главе 10 с помощью интеграла Хариша-Чандры-Ициксона-Зубера получены явные формулы для ошибки одномерной интерполяции экспоненциальными и гауссовскими функциями. Как следствие, для одномерных аналитических функций доказана экспоненциально быстрая сходимость интерполяции и оптимизации методом "ожидаемого улучшения" на основе гауссовских ядер.

Третья часть диссертации посвящена асимптотическим свойствам локально-неоднородных случайных блужданий и включает главы 11-13. Глава 11 содержит введение в тематику локально-неоднородных случайных блужданий на решетке. В главе 12 для одномерного локально-неоднородного блуждания доказан аналог принципа инвариантности Донскера. В главе 13 для случая



локальной неоднородности коразмерности 2 и выше доказана тривиальность (гауссовость) предельного процесса.

В Заключении диссертации обсуждаются возможные направления дальнейших исследований.

Таким образом, диссертационная работа Д.А.Яроцкого является фундаментальным исследованием в теории вероятностей и математической статистики. Сочетание методов функционального анализа и теории вероятностей позволило автору провести тонкий анализ асимптотического поведения сложных многочастичных систем.

В диссертации разработаны новые методы, которые позволили доказать утверждения, существующие ранее в виде гипотез. Дан ответ на важный вопрос, имеет ли место единственность в случае трансляционно-инвариантных моделей или в классе всех, не обязательно трансляционно-инвариантных состояний? Анализ поведения щели в спектре, предпринятый методами функционального анализа, заменяет трудную проблему определения спектра квантовых цепочек.

Результаты, полученные в диссертационной работе, могут быть использованы в статистической физике, в теории вероятностей для анализа случайных блужданий и асимптотического поведения сложных многокомпонентных систем с взаимодействием. Разработанные в диссертации теоретические конструкции и методы исследований можно рекомендовать к использованию на спецкурсах в МГУ, а также в ИППИ РАН, ОИЯИ, ИПМ РАН и других научных центрах, где ведутся исследования в области теории вероятностей и статистической физики.

К недостаткам диссертации следует отнести некоторую фрагментарность ее структуры. Автору следовало бы найти более тесную связь между теорией оптимизации и анализом статистических данных в реальных моделях фазовых переходов.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в 11 работах и докладывались на международных конференциях и семинарах. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Исходя из сказанного, мы считаем, что представленное исследование удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.01.05 – Теория вероятностей и математическая статистика, а ее автор Дмитрий Анатольевич Яроцкий заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук.

Настоящий отзыв обсужден и одобрен на научном семинаре и на научно-техническом совете Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Директор Лаборатории теоретической физики ОИЯИ профессор



В.В. Воронов

Главный научный сотрудник Лаборатории теоретической физики ОИЯИ профессор



В.Б. Приезжев

исх. 300-20/35  
от 01.12.2014