

## **ОТЗЫВ официального оппонента**

### **на диссертацию Яроцкого Дмитрия Александровича «Спектральные и асимптотические свойства некоторых вероятностных моделей математической физики и оптимизации», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 - Теория вероятностей и математическая статистика.**

Диссертация посвящена кругу вопросов, смежных для классической и некоммутативной (квантовой) теории вероятностей. Она состоит из 3 частей.

Центральной является первая часть, в которой рассматриваются решетчатые системы математической статистической физики.

В главе 2 рассматривается система на решетке, определяемая тензорным произведением гильбертовых пространств и гамильтонианом – суммой операторов, заданных в каждой точке и имеющих спектральную щель. Доказывается оценка снизу спектральной щели для трансляционно-инвариантного возмущения ограниченного радиуса.

В главе 3 доказывается единственность основного состояния возмущенного гамильтониана. При этом рассмотрен также случай открытой квантовой системы.

В главе 4 используется другой подход к таким задачам (названный автором траекторным), который основан на кластерном разложении динамики системы. В главе 5 этот подход применяется к модели AKLT, интересной тем, что ее основное состояние известно в форме некоторого конечно-коррелированного состояния, при том что в остальном модель не является точно решаемой. Показывается, что при малых возмущениях этой модели в ней сохраняется спектральная щель и экспоненциально быстрое убывание корреляций.

В главе 6 изучается явление качественно разного поведения параметров корреляционной функции при различных изотропных возмущениях модели AKLT. Для динамики получено траекторное представление, в нем выделены так называемые минимальные траектории, которые предположительно вносят основной вклад в корреляционную функцию. В результате получается упрощенная модель, которая является явно решаемой и в рамках которой указанный фазовый переход находит простое объяснение. Автор не доказал строго свое предположение об основном вкладе минимальных траекторий в случае первичной модели AKLT, но сделал это для некоторой блочной модификации модели AKLT.

Глава 7 посвящена построению  $N$ -частичных подпространств в решетчатых моделях со спектрально отделенными одночастичными подпространствами.

Особо отметим, что применяемые автором методы годятся и для спектрального анализа стохастических решетчатых систем.

Часть 2 (главы 8-10) посвящена алгоритму стохастической оптимизации методом “ожидаемого улучшения” (например, поиска минимума непрерывных функций), а также задаче интерполяции функций одной переменной. В главе 9 построен пример оптимизационной задачи, для которой оптимизация, основанная на гауссовском ядре, не приводит к глобальному минимуму. С другой стороны, в главе 10 доказано, что в случае аналитических целевых функций такая оптимизация сходится к глобальному минимуму экспоненциально быстро. Самое интересное в главе 10 – это явная интегральная формула (основанная на формуле Хариша-Чандры-Итциксона-Зубера, часто используемой в квантовой теории поля) для ошибки интерполяции гауссовскими или экспоненциальными функциями.

В части 3 рассматривается вполне классическая задача о получении результатов типа ЦПТ для однородного случайного блуждания на решетке, испорченного в конечном числе точек или на плоскости коразмерности большей 1.

В главе 12 существенно усиливаются результаты Р. Минлоса и Е. Жижиной относительно сходимости (в естественном скейлинге) одномерного блуждания к явно описываемому обобщенному диффузионному процессу. В главе 13 подобные результаты доказываются для многомерного случая в предположении, что либо множество, где блуждание неоднородно, имеет коразмерность большую 1, либо имеется некоторый ненулевой снос, который быстро уводит блуждание от неоднородности.

Казалось бы, эта глава не имеет ничего общего с центральной главой 1. Но это не так. В точности такие же задачи существуют для квантовых блужданий на решетке. Более того, думаю, они могут быть успешно исследованы методами, разработанными для случайных блужданий.

Научная новизна, достоверность и обоснованность результатов несомненна. Результаты являются интересными и существенно углубляют знание в соответствующих областях. Изложение ведется на хорошем математическом языке, легко читается и понимается. Автор обсуждает все более ранние результаты других авторов и четко сопоставляет их со своими.

Результаты диссертации вовремя опубликованы и докладывались в разных местах.

Работа носит в основном теоретический характер. Ее результаты могут быть использованы как в самом ИППИ, так и на мехмате МГУ и в других центрах, где занимаются теорией вероятностей и математической физикой. Однако, часть 2 содержит и элементы чисто



прикладного интереса.

В заключение необходимо сказать, что диссертационная работа является глубоким исследованием в современной и достаточно широкой области, интересным для многих специалистов.

Публикации удовлетворяют необходимым требованиям ВАК. Автореферат полностью отражает содержание работы.

Таким образом, диссертация «Спектральные и асимптотические свойства некоторых вероятностных моделей математической физики и оптимизации», представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05, соответствует требованиям ВАК к докторским диссертациям, а ее автор Д. А. Яроцкий безусловно заслуживает присвоения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.05 – теория вероятностей и математическая статистика.

доктор физико-математических наук, профессор,  
зав. лабораторией больших случайных систем  
В. А. Малышев

Подпись В. А. Малышева заверяю:

и. о. декана механико-математического факультета

Московского Государственного Университета

им. М. В. Ломоносова

профессор Чубариков В. Н.



=====  
Контактный адрес: 119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы, МГУ, д.1, Главное здание,  
механико-математический факультет.

Контактный телефон: 485 9391380

Электронная почта: malyshev@mech.math.msu.su