

На правах рукописи

Жилин Игорь Витальевич

**Разработка и анализ алгоритмов декодирования
МПП- и ОЛО-кодов, допускающих
распараллеливание и конвейеризацию**

Специальность 05.13.17 —
«Теоретические основы информатики»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Москва — 2015

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН)

Научный руководитель: доктор технических наук
Зяблов Виктор Васильевич

Официальные оппоненты: **Федоренко Сергей Валентинович**,
доктор технических наук,
федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения”, профессор Кафедры безопасности информационных систем

Бочарова Ирина Евгеньевна,
кандидат технических наук,
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики”, доцент Кафедры информационных систем

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого”

Защита состоится “14” декабря 2015 г. в 13:30 на заседании диссертационного совета Д 002.077.05 на базе ФГБУН Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН по адресу: г. Москва, Большой Каретный переулок, д. 19 стр. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИППИ РАН или на официальном сайте ИППИ РАН.

Автореферат разослан “___” _____ 2015 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 002.077.05,
доктор физико-математических наук

Цитович Иван Иванович

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

На данном этапе технологического развития потребность в высоких скоростях передачи данных растёт быстрее, нежели скорости работы вычислительных устройств, которые применяются для реализации кодеров и декодеров. Так, современные волоконно-оптические линии связи (ВОЛС) работают на скоростях до 100–400 Гбит/с, при этом рабочие частоты вычислительных устройств не превосходят единиц гигагерц.

В некоторых случаях это вынуждает разработчиков применять простые и неэффективные коды малой длины. Известно, что коды, дающие большой энергетический выигрыш должны иметь большую длину. В то же время эффективные коды большой длины не всегда допускают эффективное распараллеливание, и по этой причине их применение для высокоскоростных линий связи неэффективно. Под эффективными кодами здесь понимаются коды, обладающие невысокой сложностью кодирования и декодирования и имеющие хорошую корректирующую способность.

Таким образом, возникает потребность в кодах, которые позволили бы обеспечить невысокую сложность декодирования при больших длинах и эффективные распараллеливание и конвейеризацию. Последний пункт вытекает из требования обеспечения высоких скоростей их обработки на существующей технологической базе.

Всем этим требованиям в наибольшей степени удовлетворяют коды с малой плотностью проверок (МПП-коды) и обобщённые каскадные коды, которые также известны как обобщённые коды с локализацией ошибок (ОЛО-коды).

Коды с малой плотностью проверок были предложены Р. Галлагером в 1963 г. Ими также занимались такие учёные, как М. С. Пинскер, В. В. Зяблов, К. Ш. Зигангиров, А. М. Барг, Р. Таннер, Д. Спилман, Д. Маккей, Т. Ричардсон, Р. Урбанке.

Впервые коды с локализацией ошибок были предложены в 1965 г. в работах Дж. К. Вольфа и Б. Элспаса. Затем, в 1972 г. в работе В. В. Заблова были построены ОЛО-коды и предложены алгоритмы их кодирования и декодирования. В работе М. Йоханнеса, В. Зяблова, М. Боссерта 2000 г. показано, что ОЛО-коды являются частным случаем обобщённых каскадных кодов. Систематическое описание ОЛО-кодов приведено в работе “Обобщённые каскадные коды” В. В. Заблова. ОЛО-коды позволяют строить коды с большой скоростью и эффективными алгоритмами декодирования. Также конструкция ОЛО-кодов является очень гибкой, что позволяет подбирать оптимальный код в каждом конкретном случае.

Таким образом, **задача** исследования и разработки конструкций и алгоритмов декодирования МПП- и ОЛО-кодов, допускающих распараллеливание и конвейеризацию, является **актуальной**.

Целью данной работы является исследование и разработка конструкций и алгоритмов декодирования МПП- и ОЛО-кодов, допускающих распараллеливание и конвейеризацию.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. исследование и разработка широко используемых МПП-кодов с точки зрения анализа их корректирующих свойств и возможности распараллеливания и конвейеризации их декодирования как наиболее сложной операции;
2. исследование и разработка ОЛО-кодов с точки зрения анализа их корректирующих свойств и возможности распараллеливания и конвейеризации их декодирования;
3. разработка алгоритмов и программ расчёта и оптимизации ОЛО-кодов.

Научная новизна. В настоящей работе впервые:

1. Предложен способ векторизации алгоритма “распространения доверия” для q -ичных МПП-кодов.
2. Разработан метод применения алгоритма декодирования “распространения доверия” с мягким входом для каналов с жёстким решением.
3. Произведено сравнение различных алгоритмов декодирования МПП-кодов с единичной памятью с циклическим замыканием.
4. Предложен метод выбора структуры ОЛО-кода, оптимизации скоростей внешних кодов, обеспечивающий наибольшую возможную скорость ОЛО-кода при условии, что вероятность неправильного декодирования на кодовое слово не превышает заданную при заданной входной вероятности ошибки на символ. Также предложен алгоритм мягкого декодирования ОЛО-кодов, для которого предложена верхняя граница вероятности неправильного декодирования.
5. Предложена нижняя граница вероятности неправильного декодирования ОЛО-кода для заданного алгоритма декодирования, которая близка к верхней границе в области средних значений входной вероятности ошибки на символ.

6. Предложено семейство ОЛО-кодов, частная конструкция кода из которого обеспечивает энергетический выигрыш больше, чем применяемый в существующих ВОЛС код Боуза-Чоудхури-Хоквингема, и при этом обладает меньшей сложностью реализации.
7. Построены ОЛО-коды с использованием МПП-кодов в качестве внешних и разработан алгоритм мягкого декодирования для них.

Теоретическая и практическая значимость. Предложен метод выбора структуры ОЛО-кода, алгоритмы оптимизации скоростей внешних кодов, нижняя граница вероятности неправильного декодирования для заданного алгоритма декодирования, а также реализующие их программы. Их применение позволяет обойтись без ресурсоёмкого моделирования и тем самым сократить время разработки физического уровня систем связи.

Разработан метод применения алгоритма декодирования “распространения доверия” с мягким входом для каналов с жёстким решением. Это позволяет улучшить эффективность работы МПП-кодов в системах, где недоступна информация о надёжностях принятых символов.

Предложен способ векторизации алгоритма “распространения доверия” для q -ичных МПП-кодов. Алгоритм был реализован на языке OpenCL, эта реализация позволяет при вычислениях на графическом ускорителе получить выигрыш в скорости моделирования до нескольких раз по сравнению с вычислениями на процессоре общего назначения.

Предложено семейство ОЛО-кодов, частная конструкция кода из которого обеспечивает энергетический выигрыш больше, чем применяемый в существующих ВОЛС код Боуза-Чоудхури-Хоквингема, и при этом обладает меньшей сложностью реализации. Коды из этого семейства могут быть использованы в качестве кодов коррекции ошибок в перспективных системах связи.

Положения, выносимые на защиту:

1. Векторизация алгоритма “распространения доверия” декодирования q -ичных МПП-кодов.
2. Декодер МПП-кодов для каналов с жёстким решением, основанный на алгоритме “распространения доверия”.
3. Алгоритмы и реализующие их программы оптимизации скорости ОЛО-кодов, позволяющие строить коды с максимальной скоростью для заданных входной вероятности ошибки и ограничения на выходную вероятность ошибки.

4. Разработка, построение и исследование ОЛО-кодов с внешними и внутренними кодами над одним алфавитом. Разработка алгоритма выбора структуры ОЛО-кода с учётом алгоритма декодирования, исправляющего ошибки и стирания.
5. Разработка, построение и исследование алгоритмов мягкого декодирования ОЛО-кодов с компонентными кодами Рида-Соломона и с компонентными МПП-кодами.

Апробация работы. Результаты диссертации неоднократно докладывались на семинарах по теории кодирования ИППИ РАН; на конференциях IEEE International Symposium on Information Theory, 2015; International Symposium on Problems of Redundancy in Information and Control Systems, 2012, 2014; 21th European Wireless (EW) Conference, 2015; XII International Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory, 2014; Информационные технологии и системы 2012, 2013, 2014. Основные результаты также докладывались на семинарах по теории кодирования в ИППИ РАН.

Личный вклад. Все основные научные положения и выводы, составляющие содержание диссертации, разработаны автором самостоятельно. Теоретические и практические исследования, а также вытекающие из них выводы и рекомендации проведены и получены автором лично. В совместных публикациях научному руководителю В. В. Зяблову принадлежат постановки задач и указания основных направлений исследований, а основные результаты, выкладки и численные расчеты выполнены диссертантом.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 печатных изданиях [1–6], из них 2 статьи в рецензируемых журналах, входящих в базы цитирований Web of Science или Scopus [1, 2], и 4 статьи в сборниках трудов конференций [1, 4–6].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и приложений. Полный объем диссертации **82** страницы текста с **41** рисунком и **2** таблицами. Список литературы содержит **44** наименования.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Первая глава посвящена исследованию кодов с малой плотностью проверок. В *разделе 1.1* приводится введение к главе 1.

В *разделе 1.2* описаны рассматриваемые конструкции МПП-кодов: ансамбль случайных двоичных МПП-кодов Галлагера, ансамбль случайных МПП-кодов Галлагера над полем $GF(q)$, ансамбль недвоичных МПП-кодов, основанных на матрицах перестановок.

В *разделе 1.3* описаны стандартные алгоритмы декодирования рассматриваемых МПП-кодов, их можно разделить на алгоритмы с жёстким входом и алгоритмы с мягким входом. Алгоритмы с жёстким входом получают из канала только принятые q -ичные символы, алгоритмы с мягким решением кроме этого получают оценки надёжности принятых символов. Нас будет интересовать частный случай, когда входом алгоритма является вероятностное распределение над q возможными значениями. В случае, когда $q = 2$, для полного описания такого распределения достаточно одного числа. Удобной величиной при этом является логарифм отношения вероятностей 0 и 1: $l = \ln(Pr\{x = 0|y\}/Pr\{x = 1|y\})$.

В *разделе 1.4* разработан метод применения мягкого алгоритма декодирования “распространения доверия” для канала с жёстким решением. В разделе предложен способ выбора оценок надёжностей символов, поступающих на вход мягкого декодера, не требующий знания о текущем состоянии канала и зависящий только от свойств кода. Показано, что выбор оценки надёжности, соответствующей работе при соотношениях сигнал/шум, при котором вероятность ошибки кода на блок составляет от 10^{-1} до 10^{-2} , приводит к эффективной работе. Для (5,10) кода Галлагера длины 3280 этот метод позволяет выиграть 1.1 дБ по сравнению с мажоритарным алгоритмом декодирования.

В *разделе 1.5* рассмотрено декодирование различными алгоритмами кодов с единичной памятью, основанных на МПП-кодах и с циклическим замыканием. Коды с единичной памятью (ЕП) были введены Ли в 1976. Это свёрточные коды со скоростью $R = k/n$, памятью $m = 1$ и длиной кодового ограничения $\nu \leq k$. В случае, когда $\nu < k$, эти коды называются кодами с частичной единичной памятью (ЧЕП). (Ч)ЕП-коды строятся на основе блоковых кодов, в данной работе рассматриваются коды, построенные на основе МПП-кодов. Циклическое замыкание позволяет работать с кодами конечной длины.

ЕП-МПП-код с циклическим замыканием (ЦЗ-ЕП-МПП) длины $N = nt$ (период циклического замыкания равен t) имеет следующую проверочную матрицу \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{1,1} & \mathbf{H}_{1,0} & & & \\ & \mathbf{H}_{2,1} & \mathbf{H}_{2,0} & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ \mathbf{H}_{t,0} & & & & \mathbf{H}_{t,1} \end{pmatrix}$$

размера $tr \times tn$ (согласно требованиям на ЕП-МПП-код), где $\mathbf{H}_{i,0}$, $\mathbf{H}_{i,1}$ — матрицы $r \times n$, $r = n - k$. И для ЕП-, и для ЧЕП-кода блочная матрица $\mathbf{H}_{i,0}$ должна иметь полный ранг, а $\mathbf{H}_{i,1}$ может иметь меньший ранг, если это ЧЕП код: $rank(\mathbf{H}_{i,0}) = r$, $rank(\mathbf{H}_{i,1}) = r_1 \leq r$. Кодовая скорость R' построенного ЕП-МПП-кода равна кодовой скорости кода с проверочной матрицей $\mathbf{H}_{i,0}$.

Описаны рассматриваемые алгоритмы декодирования ЦЗ-ЕП-МПП-кодов. Первый из них (алгоритм \mathcal{A}) — это описанный выше алгоритм “распространения доверия”. Он применяется ко всему слову сразу, для декодирования используется матрица \mathbf{H} . Второй (алгоритм \mathcal{B}) — это алгоритм, декодирующий рассматриваемый код последовательно, как это происходит при декодировании свёрточного кода. Третий (алгоритм \mathcal{C}) — это развитие алгоритма \mathcal{B} . В нём декодирование происходит сразу в двух направлениях, которые можно рассматривать как применение алгоритма \mathcal{B} при движении из прошлого в будущее и из будущего в прошлое. Это возможно, так как слово кода принимается целиком и после этого может декодироваться в произвольном порядке.

Представлены результаты моделирования для ЕП-МПП-кода с периодом $t = 4$, основанном на таких МПП-кодах (2,4) с проверочными матрицами $\mathbf{H}_{i,\{0,1\}}$, что проверочные матрицы $\mathbf{H}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{i,1} & \mathbf{H}_{i,0} \end{pmatrix}$ не содержали циклов длины 4. Они приведены на рис. 1. Как можно из него видеть, наилучшей эффективностью декодирования обладает алгоритм \mathcal{A} (50). Алгоритм декодирования \mathcal{B} (3, 17) проигрывает алгоритму \mathcal{A} (50) почти 0.4 дБ по уровню вероятности ошибки на бит, равной 10^{-5} . Эффективность алгоритма \mathcal{C} (3, 17) ещё на 0.2 дБ хуже, чем алгоритма \mathcal{B} (3, 17). Алгоритмы \mathcal{B} и \mathcal{C} имеют такую же асимптотическую сложность, как и алгоритм \mathcal{A} с точностью до постоянного множителя, близкого к 1. Так как алгоритм \mathcal{A} работает лучше, чем алгоритмы \mathcal{B} и \mathcal{C} , применение последних двух алгоритмов является нецелесообразным.

В разделе 1.6 предложен метод векторизации вычислений алгоритма “распространения доверия” для МПП-кодов, основанных на матрицах перестановок. Суть векторизации состоит в том, что в предложенном алгоритме все операции могут быть записаны как поэлементные векторные операции над q -ичными векторами длины m , где m — размер матриц перестановок в \mathbf{R}_{ji} , из которых составлена проверочная матрица кода. Дано описание метода векторизации алгоритма “распространения доверия”. Отдельные его вычислительные операции сходны с операциями, выполняемыми при вычислении синдрома, но имеют важное отличие: они выполняются не над значениями над полем $GF(q)$, а над распределениями вероятностей над этим полем.

Описаны результаты моделирования реализации предложенного метода, написанной на языке OpenCL и предназначенной для выполнения на таких параллельных вычислителях, как графические сопроцессоры (видеокарты). Пока-

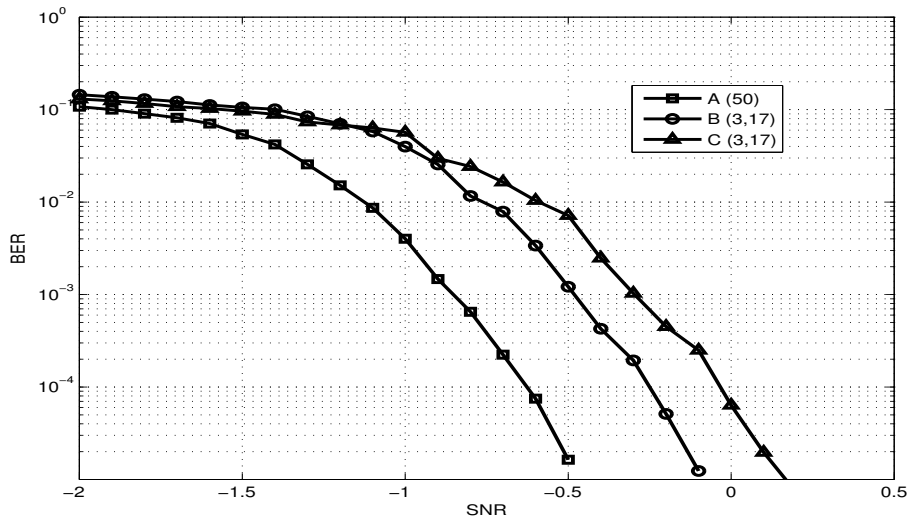


Рис. 1. Результаты моделирования ЕП-МПП-кода скорости $R=0.5$, основанного на МПП-кодах (2,4), при декодировании алгоритмами \mathcal{A} (50), \mathcal{B} (3, 17) and \mathcal{C} (3, 17)

зано, что предложенный метод векторизации позволяет эффективное распараллеливание, что приводит к ускорению вычислений по сравнению со скалярными процессорами до десятков раз. Для сравнения использовались процессор общего назначения AMD Phenom II X6 1090T (архитектура x64, 6 ядер, 3.2 ГГц) и графический сопроцессор Nvidia GeForce GTX 570 (архитектура Nvidia Fermi, 480 вычислительных ядер, 1464 МГц). Пример сравнения времени декодирования для кода с параметрами $l = 3$, $n_0 = 4$, $R = 0.25$ и для различных длин показан на рис. 2. При больших длинах кода выигрыш достигает семи раз. Стоит отметить, что это именно сравнение быстродействия на устройствах целиком.

В разделе 1.7 сделаны выводы к главе.

Вторая глава посвящена исследованию обобщённых кодов с локализацией ошибок.

В разделе 2.1 дано введение и исторический обзор работ по ОЛО-кодам, рассматриваемых в этой работе. Обобщённые коды с локализацией ошибок (ОЛО-коды) — это класс линейных каскадных кодов. Известно¹, что они являются частным случаем обобщённых каскадных кодов. Ключевая особенность ОЛО-кодов — специальный декодер, оптимизированный для декодирования кодов с малой избыточностью, работающих в (относительно) хороших каналах. Этот декодер использует имеющуюся в коде избыточность только для тех частей кодового слова, в которых имеются ошибки.

В разделе 2.2 рассматриваются ОЛО-коды с компонентными кодами Рида-Соломона, в которых внешние коды имеют алфавит мощности, равной квадрату мощности алфавита внутренних кодов, в разделе 2.3 — с одинаковым алфавитом, а в разделе 2.3 — с внешними кодами Рида-Соломона и внутренними

¹Maucher, Johannes, Victor V. Zyablov, and Martin Bossert. "On the equivalence of generalized concatenated codes and generalized error location codes." Information Theory, IEEE Transactions on 46.2 (2000): 642-649.

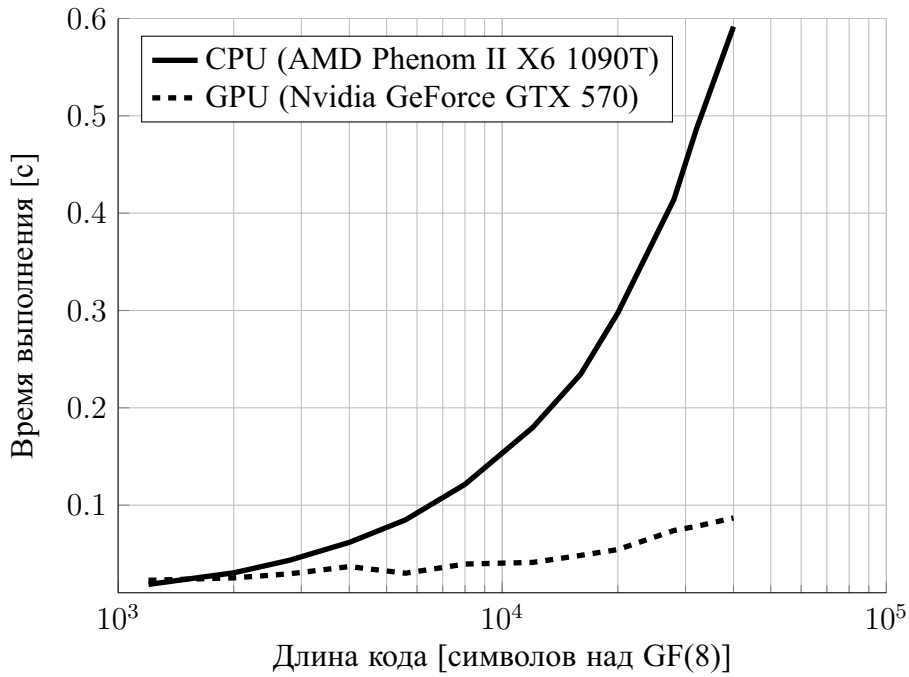


Рис. 2. Время работы алгоритма на процессоре и графическом ускорителе в зависимости от длины кода с параметрами: $l = 3$, $n_0 = 4$, $R = 0.25$

расширенными кодами БЧХ. Приведём описание ОЛО-кодов, используя обозначения, принятые при описании обобщённых каскадных кодов².

Кодовым словом q -ичного ОЛО-кода мы будем называть матрицу \mathbf{C} над полем $GF(q)$ размеров $n_A \times n_B$, где n_A — длина внутренних кодов, а n_B — длина внешних кодов.

Обозначим \mathbf{H} проверочную матрицу системы вложенных внутренних кодов. Её элементы принадлежат полю $GF(q)$, её размер $n_A \times n_A$. Любые первые $r_j = \sum_{i=1}^j m_i$ строк этой матрицы, составляющие матрицу размера $r_j \times n_A$, будут являться матрицей внутреннего кода длины n_A с $k_j = n_A - r_j$ информационных символов. Пусть

$$\mathbf{S} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{C}$$

— матрица синдромов внутренних кодов. Матрица \mathbf{C} будет являться кодовым словом ОЛО-кода тогда и только тогда, когда строки матрицы \mathbf{S} будут являться кодовыми словами внешних кодов. Рассмотрим последнее требование более подробно.

Строки матрицы \mathbf{S} сгруппированы в слои, каждый из которых будет соответствовать одному внешнему коду. Матрица \mathbf{S} состоит из L слоёв, в каждом слое m_i строк, $i = \overline{1, L}$. (Очевидно, что $\sum_{i=1}^L m_i = n_A$.) Такой код мы будем называть

²Блох Э. Л., Зяблов В. В. “Обобщенные каскадные коды: Алгебраическая теория и сложность реализации” — М.: Связь, 1976. — 240 с.

кодом L -го порядка. Тогда q -ичная подматрица S_i , являющаяся кодовым словом внешнего кода, может рассматриваться с разных точек зрения:

1. Столбцы S_i могут быть рассмотрены как символы над полем $GF(q^{m_i})$. В таком случае в качестве внешнего кода может быть использован q^{m_i} -ичный код длины n_B .
2. Символам S_i могут быть поставлены в соответствие символы кода над полем $GF(q)$ длины $m_i n_B$. Примерами таких соответствий может быть запись символов кодового слова внешнего кода в S_i по строкам, или по столбцам, или в случайном порядке.

Единственным ограничением на отображение подматрицы на кодовое слово внешнего кода состоит в том, что требуется расположение проверочных символов внешнего кода в правых столбцах S_i , при этом столбец S_i является либо целиком проверочным, либо целиком информационным.

Следует отметить, что в кодовом слове ОЛО-кода в явном виде не присутствуют кодовые слова ни внутренних, ни внешних кодов. Если быть более точным, в столбцах кодового слова ОЛО-кода находятся слова смежных классов внутренних кодов, в то время как выбор смежного класса в каждом столбце определяется теми символами слов внешних кодов, которые находятся в этом же столбце.

В разделе 2.2 рассматривается конструкция ОЛО-кодов с внешними кодами над алфавитом $GF(q^2)$. В этом случае $L = n_A/2$, $\forall i : m_i = 2$. Сформулированы и доказаны две границы вероятности неправильного декодирования, верхняя и нижняя. В этом же разделе предложен алгоритм оптимизации параметров кода, который при помощи верхней границы вероятности неправильного декодирования позволяет построить код максимальной скорости при заданных входной вероятности ошибки на символ и ограничении сверху вероятности неправильного декодирования.

В разделе описано кодирование рассматриваемого кода. Рассмотрены три варианта: несистематическое кодирование, выполняемое всегда, и систематическое кодирование, требующее, чтобы матрица \mathbf{H} системы вложенных внутренних кодов имела верхний треугольный вид.

В разделе производится анализ параметров кодовых конструкций и их влияние на эффективность кодов. Показано, что вероятность ошибочного декодирования конструкции в целом, как правило, обусловлена вероятностью ошибки наихудшего слоя. При этом следует отметить, что при вероятностях ошибки больше целевых таким слоем, как правило, является первый, а при меньших — один из промежуточных. Это можно видеть на рис. 3, где отдельные кривые соответствуют вероятностям ошибочного декодирования отдельных слоёв.

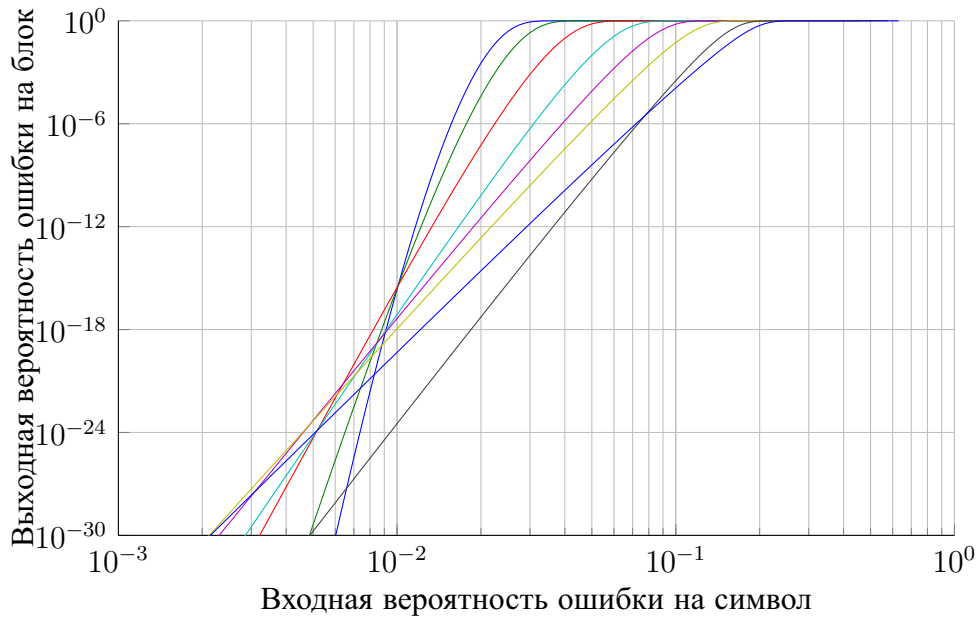


Рис. 3. Вероятности ошибки отдельных внешних кодов в зависимости от входной вероятности ошибки для кода, построенного с целевыми $p_s = 10^{-2}$, $p_f = 10^{-15}$, итоговые $R = 0.867$, $p_f = 7.70 \cdot 10^{-16}$, $d_{min} \geq 45$. Параметры конструкции: $q = 16$, $n_A = 16$, $n_B = 256$, $n = 4096$.

Показано, что предложенный алгоритм даёт оптимальную (наивысшую) скорость. Дополнительная избыточность внешних кодов, если ОЛО-код построен для других параметров, используется по-разному. Если требуется более эффективная работа в области больших входных вероятностей ошибки, то она идёт на увеличение избыточности первых внешних кодов. В противном случае, если требуется достижение более низких вероятностей неправильного декодирования, то эта избыточность используется для улучшения промежуточных кодов.

Пример построения нижней границы вероятности неправильного декодирования показан на рис. 4. Видно, что в наиболее интересной области, при вероятностях выше точки с целевыми параметрами, нижняя граница близка к верхней.

В разделе 2.3 рассматривается конструкция ОЛО-кодов с внешними кодами над алфавитом $GF(q)$. В этом случае $L = n_A$, $\forall i : m_i = 1$. Ключевым отличием этой конструкции от предложенной в разделе 2.2 является метод расчёта верхней границы вероятности неправильного декодирования. В первой конструкции расстояние вложенных внутренних кодов увеличивалось с шагом 2, что приводило к увеличению на 1 числа исправляемых ошибок. Здесь же расстояние вложенных внутренних кодов увеличивается с шагом 1, поэтому декодирование идёт последовательно, сначала с гарантированным обнаружением ошибок заданной кратности, а на следующем шаге — с их исправлением.

В разделе 2.4 предложено семейство ОЛО-кодов, основанная на внутренних кодах БЧХ с проверкой на чётность и внешних кодах Рида-Соломона.

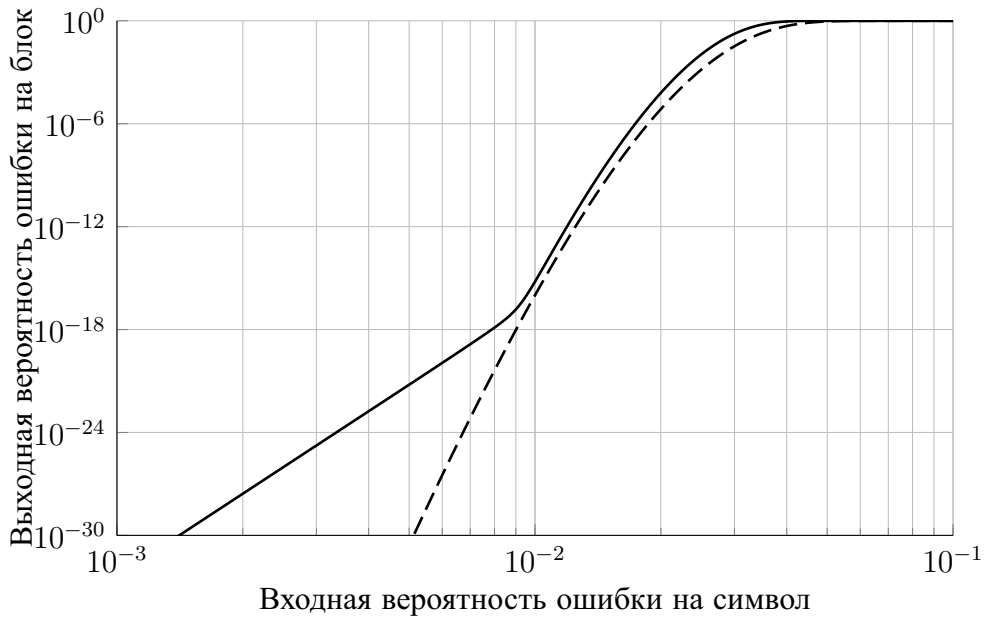


Рис. 4. Верхняя и нижняя границы вероятности неправильного декодирования входной вероятности ошибки для кода, построенного с целевыми $p_s = 10^{-2}$, $p_f = 10^{-15}$. Полученная вероятность неправильного декодирования при входной вероятности ошибки $p_s = 10^{-2}$ ограничена $1.01 \cdot 10^{-16} \leq p_f \leq 6.18 \cdot 10^{-16}$. Параметры конструкции: $q = 16$, $n_A = 8$, $n_B = 256$, $n = 2048$.

Показано, что частная конструкция из этого семейства превосходит применяемый в волоконно-оптических линиях связи (ВОЛС) код БЧХ. Он представляет из себя код (18396, 16408) со скоростью передачи $R = 0.8919$. Этот код менее чем в 2 раз длиннее используемого в ВОЛС БЧХ (9200, 8192), но содержит большее число информационных символов, чем два слова кода БЧХ. При декодировании при входной вероятности ошибки на бит 0.0037 вероятность ошибки на блок не более $7 \cdot 10^{-14}$, а вероятность ошибки на бит оценивается как $5 \cdot 10^{-16}$. Вероятностные характеристики декодирования представлены на рис. 5.

Используемый в современных системах ВОЛС на 400 Гбит/ч код БЧХ³ имеет длину 9200, 8192 информационных символа и применяется с четырёхкратным интерливингом. При входной вероятности ошибки 0.0037 он имеет вероятность ошибки на блок, равную $4.26 \cdot 10^{-9}$, и вероятность ошибки на бит, равную $3.38 \cdot 10^{-11}$, что на несколько порядков (на 4) хуже, чем предлагаемый код.

Отметим, что и внутренние, и внешние коды декодируются над $GF(2^8)$. Таблицы над этим полем в 64 раза меньше, чем таблицы при декодировании кода BCH (9200, 8192).

Декодер такого каскадного кода может быть выполнен в виде конвейера из 2×9 ступеней, у которого каждая нечётная ступень представляет собой параллельное декодирование 252 внутренних кодов, а четная ступень декодирование

³David Lewis, Sacha Corbeil, Beck Mason, "400G DMT PMD for 2km SMF"

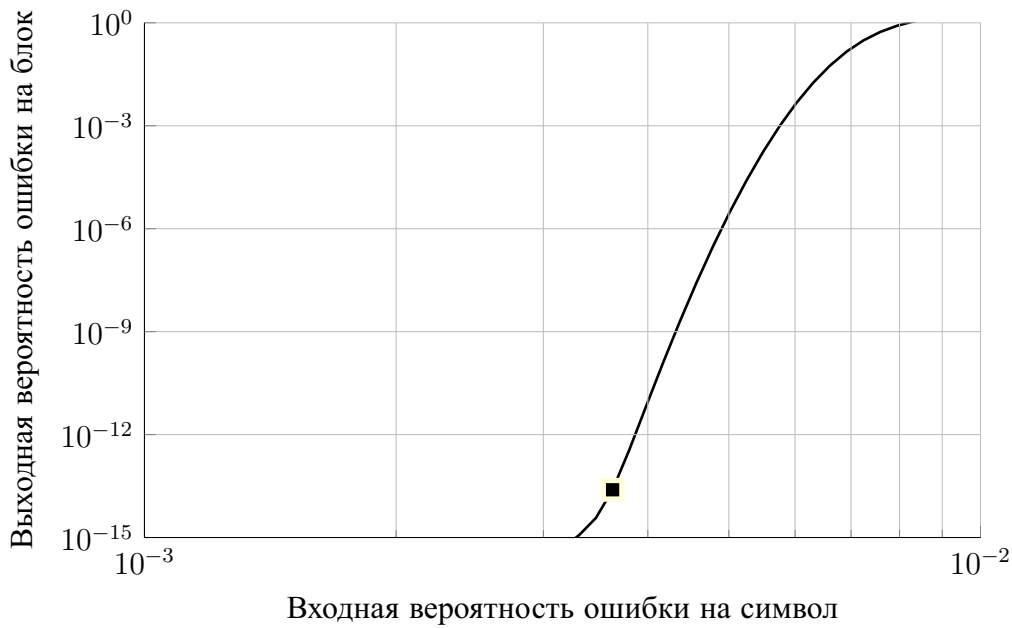


Рис. 5. Оценка сверху вероятности ошибки на блок предложенного ОЛО-кода с внутренними кодами БЧХ; целевые параметры $p_s = 3.7 \cdot 10^{-3}$, $p_f \leq 10^{-13}$; параметры конструкции: $q = 2$, $n_A = 73$, $Q = 256$, $n_B = 254$, $n = 18396$

соответствующего внешнего кода РС. Блок-схема i -й пары ступеней представлена на рис. 6.

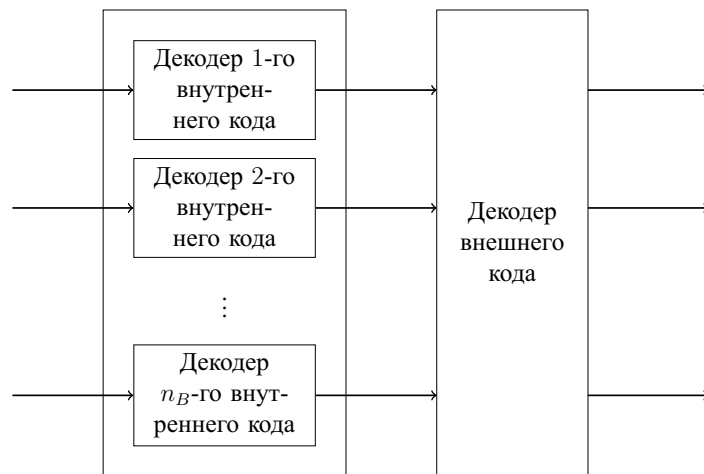


Рис. 6. Блок-схема, показывающая метод распараллеливания и конвейеризации декодирования предложенного кода

В разделе 2.5 сделаны выводы к главе 2.

Третья глава посвящена построению и исследованию обобщённых кодов с локализацией ошибок, допускающих мягкое декодирование, и алгоритмов этого декодирования. В разделе 3.1 приводится введение к главе 3.

В разделе 3.2 предложена конструкция ОЛО-кодов, построенных на основе МПП-кодов. В ней в качестве внутренних кодов выбраны двоичные коды длины 3, а в качестве внешних — МПП-коды Галлагера. Показано, что код из этой конструкции, используемый в этом разделе для сравнения алгоритмов

декодирования, имеет проверочную матрицу с малой плотностью, то есть сам является МПП-кодом. Приведены нижние границы кодового расстояния этих конструкций.

В разделе описаны используемые алгоритмы декодирования. В нём предложен алгоритм мягкого декодирования, основанный на декодере ОЛО-кодов. В этом декодере, аналогично декодеру ОЛО-кодов с жёстким декодированием компонентных кодов, отдельно декодируются внешние и внутренние коды, но декодирование производится над мягкими величинами.

Так как этот код является МПП-кодом, то он может декодироваться алгоритмом “распространения доверия” как МПП-код. Кроме этого предложена комбинация этих двух алгоритмов, когда производится сначала декодирование несколькими итерациями алгоритма “распространения доверия”, а получившееся слово далее декодируется предложенным алгоритмом, основанном на декодере ОЛО-кодов.

Произведено сравнение рассматриваемых алгоритмов. На рис. 7 можно видеть результат моделирования рассматриваемых декодеров в канале с аддитивным белым гауссовским шумом и двоичной фазовой модуляцией. Из него видно, что хотя алгоритм “распространения доверия” начинает работать от худших соотношений сигнал/шум, он быстро выходит на “полку”. Предложенный алгоритм, основанный на декодере ОЛО-кодов, начинает работать от худших соотношений сигнал/шум, но не показывает аналогичной полки и быстро обходит алгоритм “распространения доверия”. Предложенный гибридный алгоритм показывает промежуточное поведение как в отношении точки, с которой начинается декодирование, так и в отношении вероятности ошибки при лучших соотношениях сигнал/шум.

В *разделе 3.3* рассматривается мягкое декодирование конструкций ОЛО-кодов с компонентными кодами Рида-Соломона. Сначала дано описание алгоритма мягкого декодирования системы вложенных внутренних кодов. В качестве такого метода используется декодирование по максимуму правдоподобия, что ограничивает его применимость к внутренним кодам, имеющим малое число кодовых или малое число проверочных символов. Особенностью декодирования внутренних кодов в составе ОЛО-кодов является то, что требуется декодирование не самого кода, а его смежного класса. В этом разделе предложен метод такого декодирования, а также произведён анализ эффективности декодирования рассматриваемых кодов, который используется в следующих разделах.

В *разделе 3.3.3* описан алгоритм мягкого декодирования конструкции в целом, в *разделе 3.3.4* предложена верхняя граница вероятности неправильного декодирования алгоритмом, предложенным в предыдущем разделе, а в *разделе 3.3.5* — алгоритм оптимизации конструкции под заданные параметры.

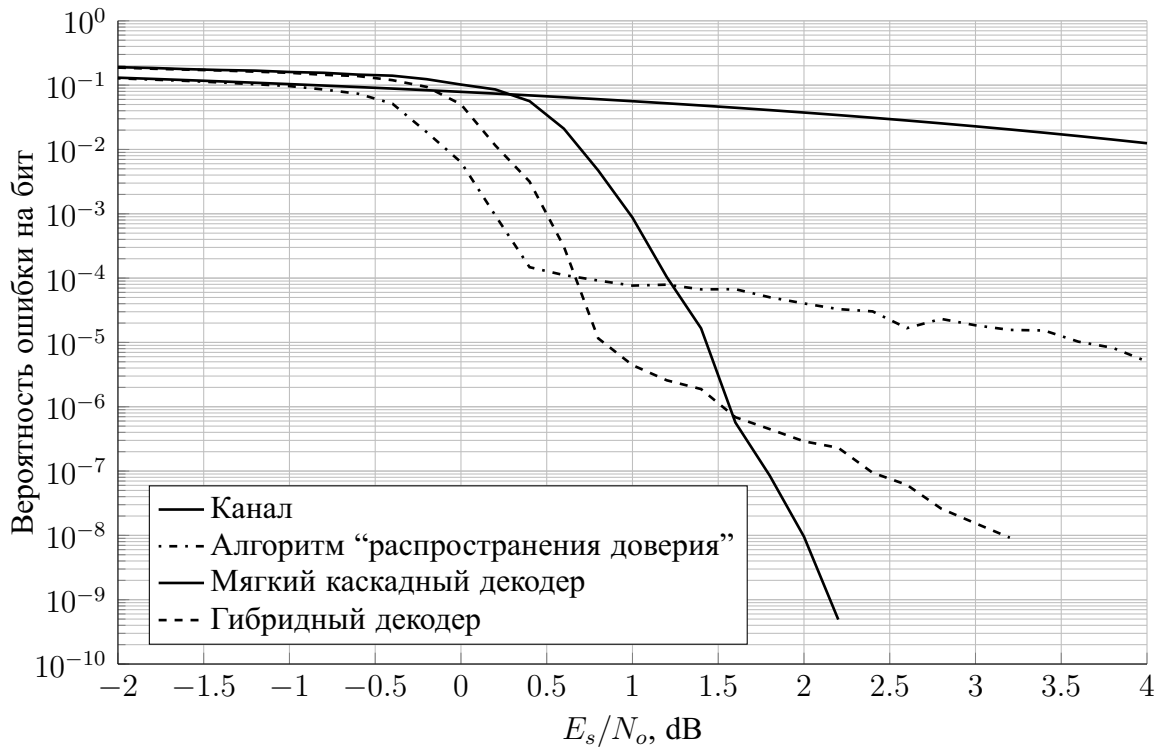


Рис. 7. Вероятности ошибки на бит в зависимости от соотношения сигнал/шум для рассматриваемых декодеров

В *разделе 3.3.5* представлены результаты применения предложенных методов. Показано, что мягкое декодирование даёт существенный выигрыш по сравнению с жёстким декодированием кода с теми же параметрами. Конструкции кодов при этом оптимизировались под целевые алгоритмы декодирования.

Пример построения кодов для требуемая выходной вероятности $p_f = 10^{-15}$ приведен на рис. 8. Переходы, где скорость одного из внешних кодов обращается в ноль при ухудшении отношения соотношения сигнал/шум, видны на на рис. 8 как точки, в которых резко изменяется наклон кривой. Так, код для мягкого декодирования является ОЛО-кодом при $E_s/N_0 > 13.5$ дБ и обобщённым каскадным в противном случае. При $E_s/N_0 < 8$ дБ в ноль обращается скорость не только первого, но и второго внешнего кода, и код становится кодом-произведением.

Также в этом разделе приведён пример построения границ вероятности неправильного декодирования для кода, оптимизированного для декодирования мягким декодером. Результаты для ОЛО-кода длины 4096 представлены на рис. 9. На нем можно видеть сравнение кривой эффективности декодирования этого кода предложенным мягким декодером с верхней и нижней оценками вероятности неправильного декодирования этого же кода при жестком декодировании. Также представлены результаты моделирования двух МПП-кодов Галлагера.

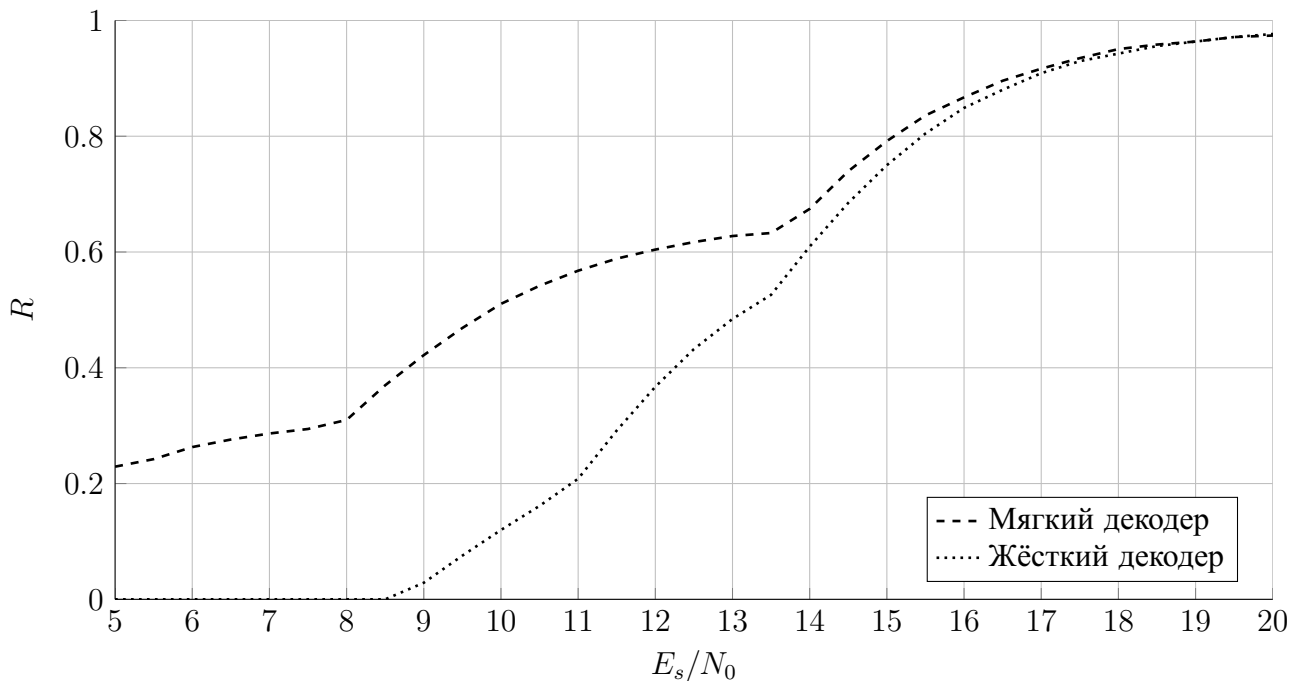


Рис. 8. Скорости ОЛО-кодов в зависимости от входного отношения сигнал/шум на кодовый символ E_s/N_0 для АГБШ с модуляцией КАМ-16, код длины 6144. Коды построены для одинаковой целевой вероятности неправильного декодирования, равной 10^{-15} .

Полученные результаты позволяют нам сделать вывод, что предложенная конструкция ОЛО-кода вместе с методом ее декодирования может быть эффективно использована для достижения очень малой выходной вероятности ошибки: то есть в каналах с достаточно низкой вероятностью ошибки.

В *разделе 3.4* сделаны выводы к главе 3.

В **заключении** обобщены полученные в диссертационной работе результаты и сделаны выводы.

- Предложен способ векторизации алгоритма “распространения доверия” для q -ичных МПП-кодов.
- Разработан метод применения алгоритма декодирования “распространения доверия” с мягким входом для каналов с жёстким решением.
- Произведено сравнение различных алгоритмов декодирования МПП-кодов с единичной памятью с циклическим замыканием.
- Предложен метод выбора структуры ОЛО-кода и оптимизации скоростей внешних кодов, обеспечивающий наибольшую возможную скорость ОЛО-кода при условии, что вероятность неправильного декодирования на кодовое слово не превышает заданную при заданной входной вероятности ошибки на символ.

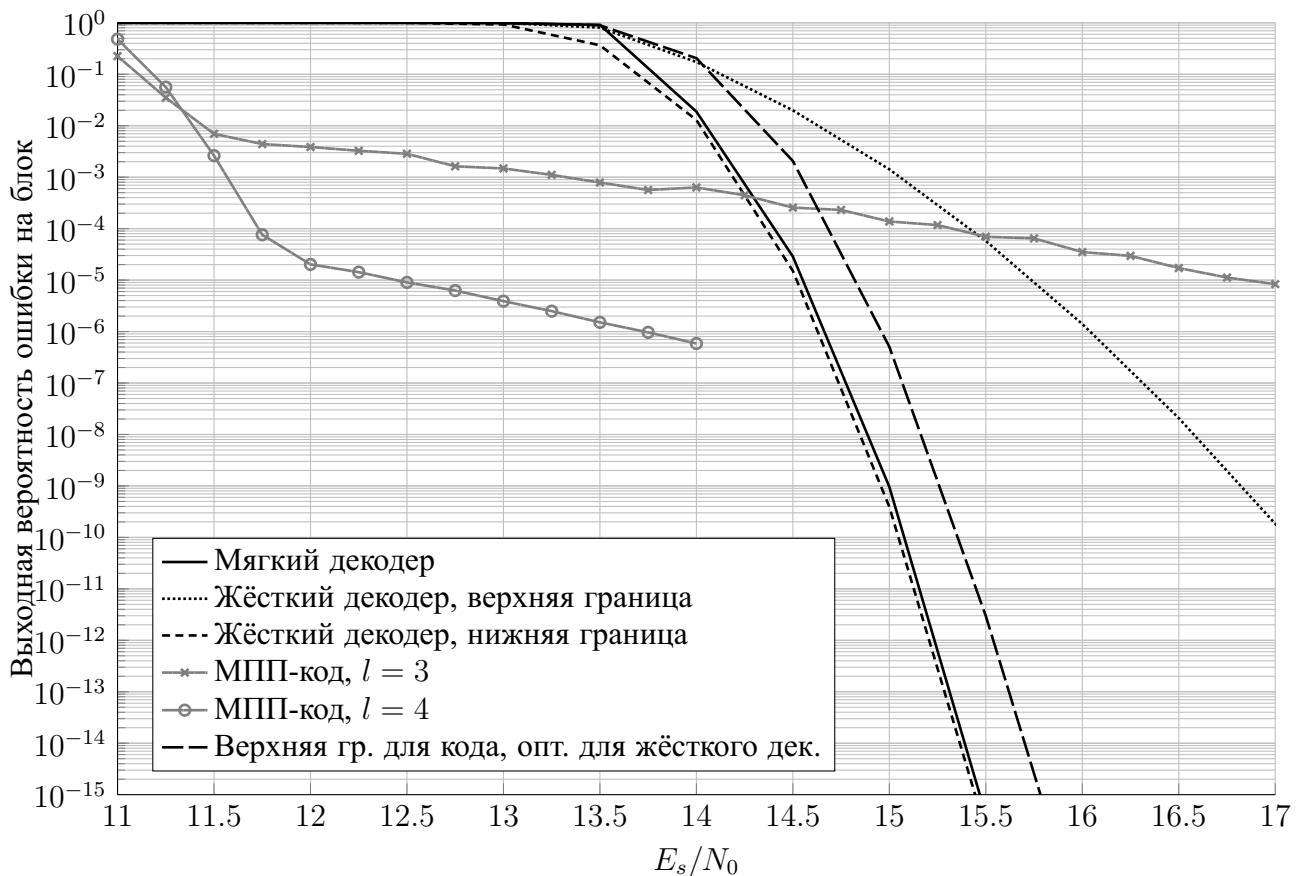


Рис. 9. Зависимость между вероятностью ошибки на блок (FER) от входного отношения сигнал/шум E_s/N_0 для предложенных кодов $n = 4096$ с мягким внутренним декодированием (сплошная линия) $R = 0.8$, верхняя и нижняя границы вероятности ошибки ОЛО-кодов при жёстком декодировании этих кодов, результаты моделирования для МПП-кодов Галлагера при числе единиц в столбце $l \in \{3, 4\}$, $R = 0.8$

- Предложена нижняя граница вероятности неправильного декодирования ОЛО-кода.
- Предложена конструкция ОЛО-кодов, обеспечивающая энергетический выигрыш больше, чем применяемый в существующих ВОЛС код БЧХ и при этом обладающая меньшей сложностью реализации.
- Построены ОЛО-коды с использованием МПП-кодов в качестве внешних. Показано, что эти коды в свою очередь являются МПП-кодами. Для них разработан алгоритм мягкого декодирования, аналогичный алгоритму декодирования ОЛО-кодов.
- Предложен алгоритм мягкого декодирования ОЛО-кодов, основанных на кодах Рида-Соломона. Для него предложена верхняя граница вероятности неправильного декодирования, для которой применим предложенный метод выбора структуры ОЛО-кода и оптимизации скоростей внешних кодов.

Публикации автора по теме диссертации

1. Zhilin I., Zyablov V. LDPC code construction as a generalized concatenated code // Problems of Redundancy in Information and Control Systems (REDUNDANCY), 2014 XIV International Symposium on / IEEE. — 2014. — June. — Pp. 107–110.
2. Zhilin I. V., Kreshchuk A. A., Zyablov V. V. Generalized Error-Locating Codes and Minimization of Redundancy for Specified Input and Output Error Probabilities // *Journal of Communications Technology and Electronics*. — 2015. — Vol. 60, no. 6. — Pp. 695–706.
3. Жилин И. В., Иванов Ф. И., Зяблов В. В. Обобщенные коды с локализацией ошибок с мягким декодированием внутренних кодов // *Информационные процессы*. — 2015. — Т. 15, № 2. — С. 111–127.
4. Жилин И. В., Иванов Ф. И., Зяблов В. В. Распараллеливание вычислений при декодировании недвоичных кодов с малой плотностью проверок // Сборник трудов 36-й конференции молодых ученых и специалистов “Информационные технологии и системы”. — 2013. — Sep. — С. 121–125.
5. On the Decoding of Tail-Biting UM-LDPC Codes / Igor Zhilin, Pavel Rybin, Fedor Ivanov, Victor Zyablov // Fourteenth International Workshop on Algebraic and Combinatorial Coding Theory (ACCT-XIV). — 2014. — Sep.
6. Zhilin Igor, Rybin Pavel, Zyablov Victor. High-Rate Codes for High-Reliability Data Transmission // 2015 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2015) / IEEE. — 2015. — Jun.