

Отзыв официального оппонента на диссертацию

Басалаева Алексея Андреевича

Зеркальная симметрия для простых эллиптических особенностей с действием группы

представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Зеркальная симметрия на сегодняшний день представляет собой крайне активно развивающуюся область знания, находящуюся на стыке таких разных наук, как весьма продвинутая алгебраическая геометрия, теоретическая физика и теория особенностей. Потенциал зеркальной симметрии до сих пор на мой взгляд остается не вполне осознанным, так же, как и возможности ее применения к описанию взаимосвязей между на первый взгляд совершенно разными теориями. Исторически первые примеры зеркальной симметрии пришли из физики, из тех наблюдения, что иногда вроде бы совершенно между собой не связанные модели обладают, например, одними и теми же числами Бетти, но расположенными “в обратном порядке”, т.е. имеет место некоторая дуальность, природа которой тем не менее оставалась (и остается в определенной мере до сих пор) не понятой, несмотря на многочисленные усилия ученых мирового уровня (достаточно назвать имена Виттена, Дубровина, Р.Кауфмана К. и М. Сайто и др.) Эта симметрия очевидно связана с глубоко запрытанными свойствами теорий, не случайно сама терминология А- и Б-моделей берет начало в теории струн и бран, т.е. многомерных геометрических объектов, обладающих тем не менее весьма специфическими свойствами, связанными по всей видимости с тем, что эти объекты описываются некоторыми интегрируемыми системами.

Вторая глава – вводная, в ней дается краткое (и может быть излишне краткое) описание фробениусовых структур: уравнения ассоциативности (ВДВВ), семейств плоских метрик, формы объема. Одним из главных вопросов относительно конкретной фробениусовой структуры оказывается задача перехода от локальных структур (заданных в окрестностях особенностей некоторого гипотетически существующего многообразия) к глобальным структурам собственно на указанном многообразии. Возможность такого перехода далеко не очевидна, и получение условий на его существование представляет собой важную, но часто и исключительно сложную задачу. Тем не менее, уже само по себе существование такого многообразия часто позволяет сделать далеко идущие выводы: например, в теории топологической рекурсии существование алгебраической спектральной кривой позволяет установить дуальность между фробениусовыми многообразиями, построенными на базе двух (сингулярных) дифференциалов на этой кривой, которые при этом даже могут иметь различные размерности. На более математическом языке это означает, что из глобальной Б-модели в ее различных сингулярных точках получаются различные локальные А-модели. Естественным связующим звеном при переходе от локальных моделей к глобальным оказывается действие Гивенталья (на физическом языке – боголюбовское каноническое преобразование), которое в принципе оказывается более общим и устанавливает связь не только между геометриями (клетками старшей размерности в когомологиях), но и между собственно когомологическими теориями, построенными на базе этих геометрий (теорема Телемана позволяет строить все порядки когомологических теорий, если

известен ведущий порядок). Все сказанное демонстрирует, что любое продвижение в построении и доказательстве существования объектов, подчиняющихся зеркальным симметриям, имеет особенную ценность в современной математике и математической физике.

В третьей главе определяется круг задач, непосредственно рассматриваемых соискателем, а именно вводится глобальная зеркальная симметрия для простых эллиптических особенностей, которые оказываются связанными с исключительными группами E_6 , E_7 и E_8 . В диссертационной работе производится подробный анализ всех этих кривых. В связанной с предыдущей четвертой главе дается описание зеркально симметричного объекта – теории Громова—Виттена эллиптических орбифолдов – и подробно описаны модулярные свойства этой теории, в частности очень важное для дальнейшего рассмотрения действие группы $SL(2, \mathbb{C})$ на пространстве фробениусовых многообразий. С этого момента начинается описание собственно достижений диссертанта в данной области. К ним относятся:

Явное построение (с массивным применением компьютерных методов вычислений) препотенциалов эллиптических фробениусовых многообразий в главе 4;

Аксиоматизация фробениусовых многообразий в орбифолдных A- и B-моделях типа Ландау—Гинзбурга в пятой главе;

Теорема о единственности фробениусова многообразия в указанной аксиоматике для зеркальной пары E_8 – орбифолд Z_3 в главе 6;

Построение зеркальных симметрий двух типов для вышеприведенной пары многообразий (в главах 6 и 8).

Получение этих результатов потребовало глубокого знания как теории фробениусовых многообразий, так и теории модулярных форм. Вообще, прогресс в области зеркальных симметрий требует предшествующего освоения глубоко продвинутого и трудного в понимании материала, базирующегося на последних достижениях алгебраической геометрии, научная конкуренция в этой области знания крайне активна, постоянно проводятся конференции, на которых обмениваются последними достижениями и диссертант принимает в них самое активное участие.

Все заявленные результаты оригинальны и интересны. Соискатель проявил себя как перспективный исследователь, диссертационная работа которого создает хороший задел для дальнейших исследований аксиоматики зеркальной симметрии и ее доказательстве в полном объеме а также для построения на настоящее время не существующей эквивариантной теории плоских структур Сайто. К мелким недостаткам можно отнести некоторую лапидарность стиля, особенно проявляющуюся в вводной части диссертации, вряд ли доступной даже специалисту в областях математики, не связанных с зеркальными симметриями и фробениусовыми многообразиями. Это никоим образом не снижает высокой оценки данной работы, а соискатель – Алексей Андреевич Басалаев – бесспорно заслуживает присуждения искомой степени кандидата физико-математических наук.

Доктор физико-математических наук
в.н.с. Математического института им. В.А.Стеклова РАН,
119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 8,
e-mail: chekhov@mi.ras.ru

Л. О. Чехов

Подпись Л.О.Чехова заверяю

Зав. Отдела кадров МИАН

