ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Руденко Даниила Глебовича

«Усиленный закон взаимности Суслина и смежные вопросы»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация посвящена изучению явного описания высших алгебраических K-групп полей. Высшие K-группы были определены в работах Квиллена как гомотопические группы некоторых достаточно неявных CW-комплексов. Несмотря на то, что такой теоретический подход к K-группам позволяет эффективно работать с ними и доказывать много их общих свойств, он не дает никакого явного описания данных групп в терминах образующих и соотношений. Для групп K_2 от поля такое явное описание было дано Муром и Матсумото и заключается в том, что данная группа изоморфна так называемой K_2 группе Милнора. Для произвольного натурального числа n на группе K_n имеется весовая фильтрация, определяемая операциями Адамса, и ее присоединенные факторы изоморфны мотивным когомологиям, определенным различными методами Блохом и Воеводским. Оказывается, что для поля часть веса n в группе K_n изоморфна высшей n-ой K-группе Милнора. Для произвольных весов есть лишь гипотетическое описание присоединенных факторов: Гончаров определил в терминах явных образующих и соотношений некоторые группы и сформулировал гипотезу, согласно которой его группы изоморфны мотивным когомологиям полей (здесь все группы рассматриваются после тензорного умножения на полей рациональных чисел). Таким образом, естественно доказывать для групп Гончарова факты, про которые известно, что они имеют место для мотивных когомологий. Именно этому и посвящена большая часть диссертации.

В диссертации доказано, что группы Гончарова, связанные с весом n-1 в группе K_n от поля, удовлетворяют свойству гомотопической инвариантности, т.е. соответствующий им комплекс Герстена для прямой квазиизоморфен их значению на точке. Из этого выводится наличие следов, а также закон взаимности. На самом деле, отсюда непосредственно следует, что данные группы Гончарова образуют так называемый модуль циклов Роста, что включает в себя большое число различных полезных свойств (локальная ацикличность комплекса Герстена, наличие прямых и обратных образов и т.д.). Кроме того, из этого также выводится одно приложение к геометрии гиперболических многогранников.

Помимо этого в диссертации решается один вопрос, связанный с разрезанием плоских многогранников: доказывается, что плоский многогранник с целочисленными вершинами нельзя разрезать на нечетное число треугольников равной площади с целочисленными вершинами, если стороны многоугольника можно разбить на пары, в которых стороны параллельны и противоположно направлены (относительно произвольной ориентации границы многоугольника).

Диссертация состоит из трех глав. В первое главе вводятся основные понятия, используемые в диссертации, и формулируются основные результаты. Во второй главе доказывается свойство гомотопической инвариантности для групп Гончарова. В третьей главе доказывается невозможность разрезания многоугольников на треугольники равной площади с указанными выше свойствами.

Все результаты диссертации снабжены подробными и полными доказательствами, корректность которых не вызывает сомнения. При доказательстве гомотопической инвариантности автором развиты тонкие глубоко нетривиальные методы работы с явными элементами в группах Гончарова. Доказательство невозможности разрезания заключается в оригинальном сведении исходного вопроса к вопросу о графах, сторонам которых сопоставлены элементы решетки ранга два на кольцом целых 2-адических чисел. При этом используются методы на стыке комбинаторики и алгебры.

Диссертация написана понятным языком, автор приводит пояснения и мотивировки ко многим конструкциям.

Можно быть уверенным, что предложенные в диссертации подходы будут использованы в дальнейшем как специалистами в области мотивных когомологий, так и специалистами в области геометрии многоугольником и многогранников и их разрезаний.

Из недочетов работы отметим наличие слишком большого числа явных вычислений, который можно было бы заменить на простые инвариантные рассуждения, связанные с внешними степенями фильтрованных векторных пространств (это относится, в частности, к леммам 2.8 и 2.9). Кроме того, в диссертации имеется ряд опечаток и неточностей. Например, в конце второй формулы на стр. 19 стоит лишняя точка перед x_{i+1}, а в разделе 2.3.2 нигде не указано, что P обозначает как замкнутую точку на проективной прямой, так и соответствующий ей неприводимый многочлен. Тем не менее, все

приведенные замечания имеют исключительно методический характер и никак не снижают научной значимости рассматриваемой диссертации.

Диссертация является целостным математическим исследованием, которое будет весьма полезным для специалистов по алгебраической геометрии, алгебре, теории чисел и другим смежным областям, работающих в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургском отделении Математического института им. В.А. Стеклова РАН, факультете математики НИУ ВШЭ, механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова, математико-механическом факультете СПбГУ, а также в других научных центрах России.

Результаты диссертации опубликованы рецензируемых изданиях. Содержание диссертации неоднократно докладывалось автором на международных и отечественных семинарах и конференциях. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Все сказанное выше позволяет заключить, что диссертационная работа удовлетворяет требованиям ВАК Минобрнауки, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Руденко Даниил Глебович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Кандидат физико-математических наук (01.01.06),
старший научный сотрудник отдела алгебры МИАН,
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8,

тел.: +7 (499) 941 01 79, e-mail: gorchins@mi.ras.ru

С.О. Горчинский

22 августа 2016 г.

Подпись Горчинского С.О.
заверяю.
Ученый секретарь МИАН
(Т.А. Ясков)