



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
МГУ им. М. В. Ломоносова
д.ф.-м.н., профессор
Федянин А. А.

“ 16 ” июня 2017 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертационную работу
Эстеров Александр Исааковича
**«Тропическая теория особенностей и геометрия многочленов с
неопределенными коэффициентами»**,
представленную на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Представленная диссертация посвящена исследованиям по теории особенностей алгебраических и аналитических многообразий и исчислительной алгебраической геометрии. Истоки этой области исследований лежат в классических работах итальянской школы алгебраической геометрии 19 века. Существенное развитие теория особенностей получила благодаря фундаментальной работе Р. Тома 1955 года, в которой было показано, что многие важные задачи исчислительной алгебраической геометрии и теории особенностей сводятся к вычислению некоторых универсальных характеристических классов — *многочленов Тома*. Наконец, в последние 15 лет теория обогатилась методами *тропической геометрии*, которую можно рассматривать как некоторую специальную предельную версию геометрии торических многообразий. Тропическая и торическая геометрия позволяет сводить исчислительные вопросы алгебраической геометрии и теории особенностей к задачам выпуклой геометрии. Эти методы и подходы используются и развиваются в диссертационной работе.

Так, в работе построен аналог теории многочленов Тома для так называемой «аффинной теории особенностей». В этой теории характеристические классы принимают значение не в кольце когомологий, а в *кольце условий* C алгебраических подмножеств в торе $(\mathbb{C} \setminus 0)^n$, где отношение гомологичности циклов заменяется на численную эквивалентность, а произведение коциклов — на пересечение алгебраических подмножеств. Этот подход, развитый в диссертации, позволяет исследовать фундаментальные классы стратов мультиособенностей пространства $T = \mathbb{C}^{A_1} \oplus \dots \oplus \mathbb{C}^{A_k}$ наборов многочленов, все мономы которых лежат в наперёд заданных конечных множествах A_i решётки мономов.

В первой главе диссертации дан обзор определений и конструкций торической и тропической геометрии. В последующих двух главах приведены новые выпукло-геометрические конструкции, которые, представляя самостоятельный интерес, используются далее в аффинной теории особенностей: относительная версия смешанного объёма и смешанные расслоенные тела (глава 2) и дифференциальное кольцо тропических вееров с полиномиальными весами (глава 3). В четвёртой главе методы аффинной теории особенностей применены для изучения стратов коразмерности 1 —

так называемых A -дискриминантов и A -результантов. Наконец, в пятой главе изучаются страты мультиособенностей коразмерности 2.

Среди основных результатов диссертации выделим следующие.

- Построено дифференциальное кольцо тропических вееров с полиномиальными весами. Эта конструкция позволила систематизировать различные версии тропических вееров и их обобщений из предыдущих работ других авторов.
- Классифицированы системы полиномиальных уравнений с неопределенными коэффициентами, разрешимые в радикалах. Тем самым получено обобщение классической теоремы Абеля на системы полиномиальных уравнений.
- Дано полное описание и классификация фундаментальных классов стратов особенностей коразмерности 1 и 2 в пространстве \mathbb{C}^4 .

Результаты диссертационной работы А. И. Эстерава безусловно являются новыми и дают решение фундаментальных задач исчислительной алгебраической геометрии, тропической геометрии и выпуклой геометрии. Сформулированные в диссертации положения обоснованы и достоверны, сопровождаются подробными и исчерпывающими доказательствами. Разработанные методы весьма оригинальны и эффективны и могут также привести к новым приложениям за рамками алгебраической геометрии; например, в алгебраической и эквивариантной топологии.

Основные результаты работы опубликованы в виде статей в ведущих научных журналах, прошли апробацию на международных конференциях и семинарах в ведущих математических центрах. Автореферат достаточно полно и правильно отражает содержание диссертации. Результаты диссертации могут быть использованы специалистами по алгебраической геометрии, выпуклой геометрии и алгебраической топологии, работающими в Московском Государственном Университете, Независимом Московском Университете, на факультете математики Национального Исследовательского Университета «Высшая школа экономики», в Санкт-Петербургском Государственном Университете, Новосибирском Государственном Университете, Математическом Институте им. В. А. Стеклова РАН, Институте Математики им. С. Л. Соболева СО РАН, а также в других ведущих университетах и научных центрах в России и за рубежом.

Диссертация Эстерава Александра Исааковича удовлетворяет всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, а ее автор заслуживает присуждения ему степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв на диссертацию и автореферат были обсуждены на заседании кафедры высшей геометрии и топологии 13 июня 2017 г., протокол № 6.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры высшей геометрии и топологии
механико-математического факультета МГУ

Цанов Тарас Евгеньевич

И.О. декана
мех-мат ср-те
МГУ

И.И. Молодцов

16.06.17