

ОТЗЫВ официального оппонента о диссертационной работе

Шацкова Дениса Олеговича

“О свойствах функции меры иррациональности вещественного числа”, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертация Д. О. Шацкова посвящена изучению функции меры иррациональности  $\psi_{\Theta}(t)$ . В многомерном случае исследуется осцилляция разности  $\psi_{\Theta}(t) - \psi_{\Theta'}(t)$ , а в одномерном — асимптотическое поведение интеграла от этой функции. Таким образом, тема диссертации лежит в сфере теории диофантовых приближений. Эта тема активно изучается во всем мире. Классические определения и результаты восходят к Эйлеру, Лагранжу, Лежандру, Гауссу, Перрону, Хинчину, Яркину, Касселсу и другим.

Диссертационная работа состоит из введения и двух глав и списка литературы из 34 наименований, включая 3 работы автора. Две работы автора опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК. Объем диссертации составляет 69 страниц.

Во **введении** устанавливается актуальность темы исследования, дается краткий исторический обзор, формулируются основные определения и основные результаты диссертации.

В **первой главе** исследуется осцилляция (перемена знака) разности двух функций меры иррациональности, зависящих от матриц, и получены метрические результаты на эту тему. Именно, доказано, что для почти всех матриц (при некоторых ограничениях на их размерности) разность функций их мер иррациональности меняет знак бесконечно много раз при стремлении аргумента в бесконечность. Отметим, что в отличие от случая  $m = n = 1$  существуют нетривиальные матрицы, для которых явление осцилляции отсутствует. Этот эффект связан с существованием в многомерном случае так называемых сингулярных систем.

Во **второй главе** диссертации доказаны асимптотические равенства и неравенства для интегралов от одномерной функции меры иррациональности. Ос-

новными результатами главы являются теоремы II–IV, дающие практически окончательное описание асимптотического поведения рассматриваемого интеграла. Эти теоремы связывают рассматриваемые интегралы с некоторыми естественными растущими параметрами. Также доказана точность (неулучшаемость) полученных результатов. Теорема II показывает, что для почти всех иррациональностей справедлива асимптотическая формула с единой константой, явно указанная в теореме. Теоремы III и IV позволяют описать спектр рассматриваемой константы. Также во второй главе приводится ряд лемм, позволяющих явно вычислить асимптотики для интеграла в случаях, когда известно разложение числа в цепную дробь.

Математические методы, примененные соискателем в диссертации, достаточно разнообразны. Там сочетается аппарат цепных дробей с аналитической геометрией, используются понятия и теоремы из теории меры и интеграла, встречаются определения из алгебраической теории чисел. Особо здесь следует отметить эргодическую теорию, аппарат которой применен в диссертации мастерски и виртуозно.

К недостаткам диссертации следует отнести многочисленные опечатки, такие как:

- “касающихся нахождениею” (стр. 6, 2-я сверху),
- “34 наименований” (стр. 6, 6-я сверху),
- “структуры спектра полностью описана” (стр. 11, 6-я сверху), и т. п.

Еще к замечаниям можно отнести отсутствие библиографических ссылок на некоторые классические теоремы, например на теорему Хинчина–Грошева (стр. 13, 4-я снизу).

Однако приведенные недостатки не умаляют достоинств работы. Основные результаты диссертации вносят существенный вклад в теорию цепных дробей и диофантовых приближений. Они являются новыми и актуальными, получены соискателем самостоятельно и опубликованы в математических изданиях, соответствующих требованиям ВАК. Доказательство теорем дано ясно и полностью. Автореферат соискателя верно отражает содержание диссертации. Работа носит теоретический характер. Полученные в ней результаты, а также развитые

в ней методы могут быть использованы в дальнейших научных исследованиях по соответствующей тематике, проводимых в МГУ, МИРАН, АстрГУ и других научных организациях, как в нашей стране, так и за рубежом.

Считаю, что диссертационная работа Шацкова Дениса Олеговича удовлетворяет всем требованиям “Положения о присуждении ученых степеней” (утвержденного постановлением правительства РФ от 24.09.2013 № 824) и всем требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор заслуживает присуждения ему этой степени.

10 апреля 2017 года.

Кандидат физико-математических наук,

доцент кафедры 311

Московского авиационного института

(национального исследовательского университета)

Кан И. Д. (Адрес: 109649, Москва, 5-й квартал Капотни, дом 9, кв. 84. Тел: 8 (926) 397-53-24, e-mail: igor.kan@list.ru).

Подпись Кана И. Д. заверяю:

Начальник отдела кадров работников УКПДО

Московского авиационного института

(национального исследовательского университета)

Носова О. В.

