

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(МИАН)

119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел.: (495) 984-81-41. Факс: (495) 984-81-39. Для телеграмм: Москва, 119333, математика
E-mail: steklov@mi.ras.ru http://www.mi.ras.ru
ОКПО 02699547 ОГРН 1027739665436 ИНН/КПП 7736029594/773601001



УТВЕРЖДАЮ
Исполняющий обязанности директора
Математического института
им. В. А. Стеклова РАН
академик РАН Трещев Д. В.
13 апреля 2017 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации о работе
Шацкова Дениса Олеговича

**“О свойствах функции меры иррациональности вещественного числа”,
представленной в качестве диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 алгебра, логика и теория чисел**

В настоящей диссертации исследуются осцилляция многомерной меры иррациональности чисел – классического объекта теории диофантовых приближений. В разное время этими вопросами занимались такие математики, как Гаусс, Лагранж, Лежандр, Дирихле, Эрмит, Минковский, Вороной, Гурвиц, Борель, Хинчин, Ярник, Касселс, Мощевитин, Кан и многие другие.

В первой главе диссертации изучаются вопросы осцилляции разности двух многомерных мер иррациональностей двух матриц. Показано, что для почти всех (в смысле меры Лебега) пар матриц $n \times m$ для их мер имеет место феномен осцилляции, если выполнены условия $m=1, n>1$ или $m>1, n=1$. Доказательство использует лемму Бореля-Кантелли в форме Шустера. Кроме того, показано, что для любой матрицы Q существует матрица Q' такая, что разность их мер иррациональностей не осциллирует, а также найдется такая матрица Q_* , что для почти всех матриц Q'_* – разность осциллирует.

Во второй главе рассматриваются интегралы от мер иррациональностей, а также величина, равная количеству знаменателей подходящих цепных дробей для вещественного числа, принадлежащих заданному отрезку натурального ряда. Найдено отношение этих двух функций для почти всех чисел, доказаны точные верхние и нижние границы для этого отношения, справедливые для любых вещественных чисел. Наконец, получен результат о

“сближении” двух интегралов мер иррациональностей для почти всех пар вещественных чисел, если рассматривать интегралы вдоль последовательностей, образованных знаменателями цепных дробей. В доказательстве используется классический аппарат цепных дробей, континуанты, а также элементы эргодической теории, а именно, расширение преобразования Гаусса, эргодическая теорема для квадрата этого расширения, теорема Халаса и др. При этом диссертанту удалось преодолеть значительные трудности, заключающиеся, в частности, в сведении двумерной эргодической суммы к одномерной эргодической сумме на слое.

Результаты диссертации могут найти применение в теории чисел и эргодической теории. Они могут быть интересны специалистам работающим в МГУ, МИАН, ИППИ, Владимирском педагогическом институте. Основное содержание диссертации опубликовано в открытой печати в трех работах автора (из них две из списка ВАК). Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Таким образом, работа вносит существенный вклад в метрическую теорию чисел.

Диссертация хорошо написана, во введении дан достаточно полный исторический обзор по рассматриваемой тематике. Автор продемонстрировал уверенное владение теоретико-числовой техникой.

В диссертации имеются небольшие погрешности.

Автореферат:

1. Стр. 6 строка 13 "*размера tn* ", должно быть "*размера $t \times n$* "
2. Стр. 11 строка -9 "*дробью p_n/q_n* ", но везде ниже используется индекс n , что представляется неудачным.
3. Стр. 12 строка 12, здесь не указано, что означает "*эквивалентных*".

Диссертация:

1. Некоторые результаты, упоминаемые в диссертации, было бы желательно снабдить небольшими пояснениями или ссылками на работы, содержащие их доказательство. Это относится, в частности, к фразе "*из теоремы Минковского о выпуклом теле следует, что*" $\psi_{\Theta}(t) < t^{-n/m}$ (стр. 6), к теореме Хинчина-Грошева (стр. 13), к теореме Ярника (стр. 18), к формуле Пика (стр. 26), к теореме о плотности (стр. 36).
2. Обозначение $\zeta(\mathbf{x})$ (стр. 7) не вполне удачно, т.к. далее по тексту диссертации автор использует символ $\zeta(m)$ для обозначения дзета-функции Римана (например, на стр. 20, 25, 26).
3. Вид функции $\psi_{\alpha}(t)$ в одномерном случае ($m = n = 1$) указывается дважды – на стр. 4 и 7. Одного раза было бы достаточно. Аналогично, теорема I формулируется автором дважды (на стр. 14 и на стр. 16), что кажется излишним.
4. Имеется ряд стилистических и грамматических несообразностей. Например, на стр. 8 вместо "*...дроби для α будут являться...*" лучше было бы написать просто "*являются*" или "*будут*". Вместо "*структуры спектра*" на стр. 11 необходимо: "*структура спектра*". Вместо "*не отрицательна*" на стр. 45 необходимо "*неотрицательна*", стр 20 строка 13 вместо "*это неравенства*" должно быть "*этого неравенства*", стр 42 строка 6-7 "*как континуанту*" должно быть "*как континуанты*".

5. Название параграфа 2.7 ``Вычисление интеграла для некоторого класса чисел''

представляется не вполне отражающим суть, так как в этом параграфе вычисляются некоторые пределы, содержащие интегралы $\int I_{\alpha}(t) dt$.

6. Стр. 18. Возможно, следовало бы привести доказательства замечаний 1 и 2. Далее, в строчках 8 и 9 : Δ еще нигде не определялась, но используется и вводится ниже в лемме 1.1.

7. Стр. 56 следствие 2.4 представляется уместным пояснить.

Впрочем, все эти опечатки и погрешности не имеют принципиального значения, носят характер опечаток и легко устраняются. Тем более, что из контекста сразу видно, о чем идет речь.

Подытоживая сказанное, мы считаем, что все результаты работы обоснованы подробными доказательствами, диссертация Шацкова Дениса Олеговича ``О свойствах функции меры иррациональности вещественного числа'' полностью соответствует специальности 01.01.06 – алгебра, логика и теория чисел, вполне удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, несомненно, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв ведущей организации обсужден и одобрен на заседании отдела теории чисел Математического института им. В.А. Стеклова РАН 13 апреля 2017 г.

Доктор физико-математических наук
член-корреспондент РАН,
вед. научн. сотр. отдела теории чисел МИАН

Шкредов И.Д.

Заведующий отделом теории чисел МИАН,
академик РАН,
доктор физико-математических наук

Конягин С.В.