

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
(МИАН)

119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел.: (499) 135-22-91. Факс: (499) 135-05-55. Для телеграмм: Москва, 119333, математика
E-mail: steklov@mi.ras.ru http://www.mi.ras.ru
ОКПО 02699547 ОГРН 1027739665436 ИНН/КПП 7736029594/773601001

№ 11102-
На № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ



Директор
ФГБУН Математический институт
им. В. А. Стеклова Российской академии наук,
академик _____ Д. В. Трещёв
13 октября 2017 г.

О Т З Ы В

ведущей организации ФГБУН Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук (МИАН)
на диссертационную работу Никиты Алексеевича Солодовникова
«Некоторые вопросы теории бифуркаций и теории аттракторов»,
представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 «дифференциальные уравнения, динамические системы
и оптимальное управление»

Диссертация Н.А. Солодовникова посвящена исследованиям аттракторов и бифуркаций некоторых гладких динамических систем малой размерности. Перечислим основные результаты, полученные автором.

Первая глава продолжает исследования эффекта перемежаемости бассейнов притяжения аттракторов, начатые Иттай Каном в 1990-х гг. Здесь обнаружен новый эффект перемежаемости, а именно, доказано существование открытой области в пространстве диффеоморфизмов, в которой имеет место следующее свойство: аттрактор содержит две компоненты связности, при этом бассейн одной из них открыт и плотен во всем пространстве, а бассейн второй имеет положительную меру. Таким образом, имеет место замечательный факт: существование нигде не плотного бассейна положительной меры сохраняется при возмущениях. Отметим, однако, что, как и в более ранних работах в

этой области, здесь рассматриваются только диффеоморфизмы, сохраняющие край многообразия (пример автора построен на произведении двумерного тора на отрезок).

Во второй главе исследованы предельные циклы в быстро-медленных системах на двумерном торе: $\dot{x} = f(x, y)$, $\dot{y} = \varepsilon$. Предполагается, что медленная кривая $\{f(x, y) = 0\}$ ограничивает стягиваемую область на торе, причём касательные к её границе параллельны оси x лишь в двух точках, называемых точками срыва. Медленная кривая разделяется ими на устойчивую и неустойчивую части. Известно, что при стремлении параметра ε к нулю в таких системах возникают так называемые уточные предельные циклы — циклы, которые проводят значительное время вблизи и устойчивой, и неустойчивой части медленной кривой. Циклы, которые замыкаются после одного обхода тора по оси y , были подробно исследованы ранее, в том числе для связных медленных кривых с более сложной геометрией, и оказалось, что количество циклов ограничено константой, равной числу точек срыва. В диссертации исследуются циклы, замыкающиеся после двух обходов, и автор доказывает, что число таких циклов может быть сколь угодно велико.

В третьей главе исследуются глобальные бифуркации на двумерной сфере. В диссертации рассмотрены однопараметрические семейства в которых возникает параболический цикл кратности 2. При разрушении этого цикла в семействе могут возникать мелькающие сепаратрисные связки — сепаратрисы седел, наматывающиеся на цикл (или сматывающиеся с него) изнутри и снаружи при нулевом значении параметра, могут при его изменении бесконечное число раз замыкаться друг с другом. Автором открыт совершенно неожиданный эффект, отличающий данную бифуркацию от остальных бифуркации коразмерности один: класс слабой эквивалентности семейства не определяется топологическим типом фазового портрета при нулевом значении параметра, то есть типичные деформации пары эквивалентных векторных полей могут быть не эквивалентны. Более того, автором указан полный инвариант исходного векторного поля, который определяет класс эквивалентности проходящих через это векторное поле типичных однопараметрических семейств.

Результаты диссертации вносят существенный вклад в ряд разделов теории гладких динамических систем. Полученные результаты снабжены полными и подробными доказательствами.

Несомненным достоинством работы является то, что изложение ведётся весьма аккуратно и детально, при этом снабжено необходимыми неформальными комментариями и иллюстрациями, упрощающими понимание текста.

Впрочем, некоторые вопросы автор осветил недостаточно. Так, в главе 2 было бы полезно уточнить поведение (и количество) предельных циклов, не описываемых теоремой 12. В главе 3 следовало бы более чётко объяснить отличие эффектов в рассматриваемом случае от ситуации в остальных пяти случаях из теоремы Сотомайора.

Имеются и отдельные опечатки, в том числе в формулах. Так, в равенстве (2.7) вместо $(\lambda^\pm)^{-1}(x)$ должно стоять $\lambda^\pm(x, M_\pm^{-1}(x))$. Многие сделанные от руки рисунки следовало бы переделать, поскольку понять, что именно на них изображено, затруднительно.

Полученные в диссертации результаты своевременно опубликованы, в том числе в журналах, рекомендованных ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Для совместно полученных результатов чётко указано, какая их доля принадлежит диссертанту.

Полученные результаты могут найти применение в исследованиях по теории динамических систем, ведущихся в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН, Московском, Санкт-Петербургском и Нижегородском университетах, НИУ «Высшая школа экономики», а также при чтении специальных курсов по теории динамических систем для студентов старших курсов, магистрантов и аспирантов.

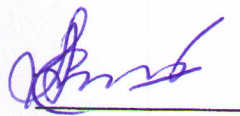
В связи с вышесказанным считаем, что рассматриваемая диссертация удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Солодовников Никита Алексеевич заслуживает присвоения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании отдела дифференциальных уравнений Математического института им. В. А. Стеклова РАН 13 октября 2017 г. (протокол №4).

Составитель отзыва,
старший научный сотрудник
отдела дифференциальных уравнений МИАН,
кандидат физико-математических наук
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел. +7 (495) 984 81 41, доб. 39-95
E-mail: klimenko@mi.ras.ru


А. В. Клименко

Заведующий отделом
дифференциальных уравнений МИАН,
доктор физико-математических наук,
член-корреспондент РАН
119991, Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел. +7 (495) 984 81 41, доб. 36-77
E-mail: aseev@mi.ras.ru


С. М. Асеев