

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Н.А. Солодовникова
«Некоторые вопросы теории бифуркаций и теории аттракторов»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Диссертация Н.А. Солодовникова посвящена исследованию трех актуальных задач маломерной динамики: 1) перемежаемости бассейнов притяжения компонент аттрактора, 2) существованию циклов в быстро-медленных системах на двумерном торе, 3) бифуркации двукратных предельных циклов в однопараметрических семействах на двумерной сфере.

Иттай Кана был построен пример, в котором бассейны притяжения метрически типичны, но топологически не типичны. В диссертации построен пример открытой области отображений, бассейны каждого из которых перемежаются, причем один из них типичен топологически, а другой – метрически. Исследованию быстро-медленных систем посвящено большое число работ. Однако до сих пор не было ясно, накладывает ли геометрия медленной кривой ограничение на число двухобходных «уточных» циклов. Актуальной является и изучение бифуркаций двукратных предельных циклов на двумерной сфере. Бифуркации в локальных однопараметрических семействах не сводятся лишь к исчезновению или распаду на два цикла двукратного предельного цикла. Также возникают мелькающие седловые связки, открытые Мальта и Палис.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Структурно диссертационная работа состоит из введения, 3 глав и списка литературы. Во **введении** автор описывает историю вопроса, актуальность темы работы, приводит необходимые определения, постановку задачи, основные результаты диссертационной работы.

В главе 1 исследуется эффект перемежаемости бассейнов. В работе Иттай Кан построен пример эндоморфизма, имеющего пару перемежающихся бассейнов притяжения, причем бассейн каждой из компонент пересекает любой открытый шар по ненулевой мере. В диссертации построен пример косоугольного произведения двумерного тора на отрезок, обладающий другим свойством: из двух бассейнов первый открыт и всюду плотен, а второй обладает положительной мерой. Основным результатом этой главы – теорема 1. Доказательство основано на построении примера косоугольного произведения, обладающего нужными свойствами. Далее показывается, что этими свойствами обладают диффеоморфизмы, близкие к построенному косоугольному произведению.

Глава 2 связана с рассмотрением систем с малым параметром при производной, исследованию которых посвящены многочисленные работы (Понтрягин Л.С., Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х., Васильева А.Б. и др.). Отличительной особенностью исследования Солодовникова Н.А. является рассмотрение быстро-медленной системы на двумерном торе. В таких системах уточные циклы (предельные циклы, которые долгое время находятся вблизи неустойчивой части медленной кривой) возникают при сколь угодно малых значениях единственного параметра.

Число однообходных уточных предельных циклов в быстро-медленных системах на двумерном торе в случае простейшей (в частности, выпуклой) медленной кривой не превосходит количества вертикальных касательных к медленной кривой. В диссертации доказано, что для двухобходных циклов подобного «геометрического» ограничения не возникает (Теорема 12). Количество циклов может быть любым при фиксированной выпуклой медленной кривой.

В главе 3 исследуются бифуркации двукратного предельного цикла в однопараметрических семействах векторных полей на двумерной сфере. Проблема в том, что бифуркации в локальных однопараметрических семействах рассматриваемого типа не сводятся лишь к исчезновению и распаду на два грубых цикла. Также возникают мелькающие седловые связки, которые впервые заметили Мальта и Палис. Основной результат – теоремы 18 -20, 26. Показано, что однопараметрическая деформация определяется также порядком, в котором при возмущении образуются связки сепаратрис. Оказывается порядок может быть различным у двух топологически эквивалентных полей. Найдены условия эквивалентности двух однопараметрических деформаций и классифицированы все такие семейства.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. Построен пример открытой области отображений, бассейны каждого из которых перемежаются, причем один из них типичен топологически, а другой – метрически.
2. Изучен вопрос о предельных циклах в быстро-медленных системах на двумерном торе. Установлено, что для двухобходных «уточных циклов» геометрия медленной кривой не накладывает ограничений на их количество: существуют системы с медленной кривой и двумя вертикальными касательными с наперед заданным количеством циклов.
3. Для двумерных векторных полей на двумерной сфере найдены условия существования двух топологически эквивалентных векторных полей с двукратным параболическим циклом. Классифицированы однопараметрические деформации полей с параболическим циклом.

ЗАМЕЧАНИЯ

1. В названии работы можно было бы ограничиться однократным использованием слова «теория».
2. Неудачная фраза в формулировке Теоремы 20 «Существуют векторные поля, названные в заголовке текущего раздела».
3. Почему-то в списке литературы, ссылка 27, указан английский вариант книги. Книга была издана на русском языке.
4. Имеются отдельные опечатки. Например, на стр. 25, в лемме 2: «У условиях леммы 1...».
5. В диссертации, а также в автореферате в разделе апробация результатов в п. 1 допущена неточность.
6. В списке публикаций автора по теме диссертации почему-то отсутствуют две работы:

Solodovnikov N.A. One-parameter families of vector fields on the two-dimensional sphere/N.A. Solodovnikov //International Confernce-School “Dynamics, Bifurcations and Chaos -2016 (Nizhni Novgorod, Russia, July 18-22, 2016). Book of Abstracts.-Nizhni Novgorod, 2016.-P. 41.

Schurov I., Solodovnikov N. Duck factory on the two-torus^ multiple canard cycles without geometric constrains/ I. Schurov , N. Solodovnikov // International Confernce-School

“Dynamics, Bifurcations and Chaos -2016 (Nizhni Novgorod, Russia, July 18-22, 2016). Book of Abstracts.-Nizhni Novgorod, 2016.-P. 37-38.

Перечисленные замечания являются несущественными и не влияют на общую положительную оценку работы.

ВЫВОДЫ

Достоверность научных результатов, представленных в работе, не вызывает сомнений, все результаты снабжены подробными математическими доказательствами. Результаты работы новы и интересны, автором продемонстрирован высокий уровень владения методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений и динамических систем. Методы, применяемые в работе, могут быть использованы для дальнейшего изучения быстро-медленных систем и нелокальных бифуркаций. Основные результаты диссертационной работы полностью отражены в двух работах автора из базы Scopus, а также содержаться в электронном ресурсе. Основные результаты были представлены в двух докладах на Международной конференции и научных семинарах, на которых автор выступал с докладами.

Автореферат правильно и полно отражает структуру, содержание и основные положения диссертационной работы, дает представление о рассматриваемых задачах, методах исследования и полученных результатах, а также отделяет результаты автора от результатов соавторов.

Диссертация Н.А. Солодовникова представляет собой самостоятельную законченную научно-квалификационную работу на актуальную тему, содержащую решение нескольких важных задач теории нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений и динамических систем.

Тема диссертации соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, по которой она представлена к защите.

Считаю, что диссертационная работа Н.А. Солодовникова «Некоторые вопросы теории бифуркаций и теории аттракторов» удовлетворяет требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» Высшей аттестационной комиссии Министерства образования и науки Российской Федерации, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Солодовников Никита Алексеевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Морозов Альберт Дмитриевич,
профессор, д.ф.-м.-н, профессор



12 октября 2017 года.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» 603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корп. 6, ком. 409
Институт информационных технологий, математики и механики. Email: unn@unn.ru, т. 8(831)462-33-20




Ученый секретарь ННГУ
Л.Ю. Черноморская
Тел. 462-30-21