

«Утверждаю»

Проректор Сколковского Института

Науки и Технологии,

Профессор, PhD

Фортин Клемент



«30» ноября 2018 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу Жуковского Максима Евгеньевича «Логика первого порядка случайного графа Эрдеша–Реньи», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.17 – «Теоретические основы информатики»

Актуальность темы исследования.

Начиная с работ Эрдеша-Реньи 1959-1960 годов, исследование таких свойств случайных графов, которые почти всегда выполняются или, наоборот, почти всегда не выполняются, т.е. исследование для каких свойств и при каких условиях для случайного графа выполнен закона нуля или единицы (а не только для свойства связности, как у Эрдеша и Реньи) привлекало внимание многих ученых. Так как свойства графов можно описывать на языке алгебры логики первого порядка (исчисление предикатов), то с этой точки зрения очень важной стала работа Глебского, Когана, Лиогонького и Таланова, опубликованная в 1969 году в журнале «Кибернетика», где закон нуля или единицы был доказан для формул с определенными ограничениями. Основным ограничением этого

результата было то, что он был доказан для фиксированной вероятности существования ребра между данными вершинами (в исходной работе эта вероятность равна $\frac{1}{2}$), т.е. для в определенном смысле плотных графов. Дальнейшее развитие этой тематики, т.е. доказательство (или опровержение) закона нуля или единицы для разреженных графов, когда вероятность существования ребра степенным образом зависит от числа вершин в графе, последовало в многочисленных работах, особо отметим вклад Дж. Спенсера с соавторами. Однако многие ключевые вопросы, в особенности зависимость выполнимости закона нуля или единицы от кванторной глубины формулы, оставались открытыми. Поэтому тема исследования несомненно актуальна.

Новизна исследования и полученных результатов

Все полученные результаты являются новыми, впервые полученными автором. Особо выделим следующие два результата, которые дают ответ на открытые (до работ диссертанта) вопросы:

1) Найдены наибольшее и наименьшее значения (меньшие 1) показателя степени в вероятности проведения ребра случайного разреженного графа, при которых случайный граф не подчиняется k -закону нуля или единицы

2) Доказано, что наименьшее натуральное m , при котором справедлив k -закон нуля или единицы (и даже закон нуля или единицы для монадических формул второго порядка глубины k) для случайного графа $G(n, 1/n^{1+1/m})$, есть башня из двоек высоты $k + O(\log^*(k))$. Для получения этих результатов (помимо известных комбинаторных и вероятностных техник) были разработаны новые инструменты, представляющие самостоятельный интерес:

- для первого результата применялись новые выигрышные стратегии обоих игроков, основанные на новых графовых конструкциях, а также новый способ записи на рассматриваемом языке арифметических операций;

- а для получения второго результата были доказаны новые оценки количеств классов элементарной эквивалентностей графов и деревьев и размеров минимальных элементов в них.

Упомянутые результаты диссертации открывают новую направление в задаче оценивания сложности алгоритмов проверки свойств графов, выразимых на языке первого порядка. Одной из важнейших алгоритмических задач на графах является задача поиска изоморфного подграфа. Так как эта задача формулируется на языке первого порядка, то ее можно решить, записав соответствующую формулу и проверив ее истинность. Сложность проверки истинности формулы оценивается в терминах кванторной глубины как $O(n^k)$, где k - кванторная глубина, а n - число вершин данного на входе графа.

Поэтому возникает вопрос: а какова минимальная глубина такой записи? Некоторые нетривиальные (и даже в некоторых ситуациях оптимальные) оценки этого параметра можно получить с помощью вероятностного метода, который сводится к применению результатов о k -законах нуля или единицы.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость результатов определяется тем, что они в совокупности дают почти завершённую картину того, при каком степенном (от числа вершин) поведении вероятности существования ребра закон нуля или единицы справедлив для формул логики первого порядка с заданной кванторной глубиной.

Данная работа является теоретической. Тем не менее, выводы диссертации могут быть полезны для различного рода приложений, где графы являются важным элементом, например, для телекоммуникационных сетей. Действительно, экспериментальные данные могут показывать, что некоторое интересующее нас свойство сети-графа либо выполняется все чаще, либо наоборот – все реже, и тогда мы можем утверждать (на эвристическом уровне),

что с ростом числа вершин графа эти тенденции только усилятся. Также отметим актуальность изучаемой модели Эрдеша-Реньи для так называемого интернета вещей, технологическое значение которого трудно переоценить.

Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации

Результаты диссертации и методы, предложенные и развитые в ней, могут быть использованы в научно-исследовательской работе, проводимой в следующих университетах и научно-исследовательских институтах РАН:

- Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,
- ПОМИ РАН,
- НИУ-Высшая школа экономики,
- НИУ МФТИ,
- Сколковский институт науки и технологии, ИПИ РАН и др.

Обоснованность и достоверность результатов и выводов диссертации

Все выносимые на защиту научные положения, выводы и рекомендации являются новыми, впервые полученными диссертантом, а их достоверность подтверждается математическими доказательствами, а также многочисленными публикациями и презентациями результатов диссертационной работы. Все результаты диссертационной работы адекватно отражены в 20 статьях, опубликованных в реферируемых журналах, 18 из них входит в перечень ВАК. Кроме этого, основные результаты были доложены на многочисленных ведущих международных конференциях, а также на различных научных семинарах.

Оценка содержания диссертации

Диссертация состоит из списка обозначений, введения, шести глав, заключения, списка литературы и содержит итого 231 страницу. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. В диссертации исследуется такой важный вопрос теоретической информатики как закономерные свойства случайных графов, поэтому содержание диссертации соответствует специальности 05.13.17 – Теоретические основы информатики.

К изложению диссертации имеются небольшие замечания:

- не всегда доказательства даются достаточно детально, из-за чего их тяжело воспринимать. В частности, во многих местах диссертации рассматриваются громоздкие конструкции формул, без соответствующих словесных описаний и/или иллюстраций;

- список обозначений несомненно полезен, но всё-таки недостаточно полон;

- на стр. 180-181 не хватает строго определения величины $\mathrm{ch}(\varphi)$ и не дано формальное определение понятия "вложенных кванторов".

Указанные замечания не являются существенными и не снижают научной и практической значимости работы. В целом, данная диссертация – это законченная научно-квалификационная работа, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области теоретических основ информатики, что соответствует требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук, а ее автор, Жуковский Максим Евгеньевич, заслуживает присуждения степени

доктора физико-математических наук по специальности 05.13.17 –
Теоретические основы информатики.

**Отзыв на диссертацию и автореферат обсуждены на заседании научного
семинара научно-исследовательского центра CDISE
23 ноября 2018г., протокол № 4**



**Г.А. Кабатянский,
Советник ректора по науке,
д.ф.-м.н. (по специальности 05.13.17)**

Автономная некоммерческая образовательная организация высшего
образования «Сколковский институт науки и технологий»
Адрес: 143005, Российская Федерация, Московская область, Одинцовский
район, д. Сколково, ул. Новая, д. 100
Телефон: +7 (495) 280 14 81
E-mail: inbox@skoltech.ru
skoltech.ru