

**Отзыв официального оппонента  
о диссертации Е. И. Ершова  
«Быстрое преобразование Хафа как инструмент  
анализа двумерных и трехмерных изображений  
в задачах поиска прямых и линейной кластеризации»**

**Актуальность темы**

Диссертация Е.И. Ершова посвящена важной проблеме разработки алгоритмов цифрового анализа изображений. Такие алгоритмы оперируют растровыми изображениями – таблично заданными дискретными функциями двух или трех дискретных аргументов. Однако при исследовании свойств алгоритмов в качестве математических моделей зачастую применяются непрерывные (и даже гладкие) функции, что не позволяет учесть дискретные эффекты и снижает полноту описания таких алгоритмов. Диссертация Е.И. Ершова, направленная на разработку и исследование свойств быстрой дискретной аппроксимации интегрального преобразования Радона (называемой быстрым преобразованием Хафа – БПХ), является приятным исключением, использующим аппарат именно дискретной математики и в полной мере учитывающей влияние дискретизации на вычислительную трудоемкость и точность данных алгоритмов. Рассмотренный в работе алгоритм быстрого преобразования Хафа имеет низкую вычислительную трудоемкость (например, для двумерных изображений – всего  $O(n^2 \log n)$  по сравнению с  $O(n^3)$  при “наивном” подходе) и достаточно высокую точность, что становится возможным именно за счет выбора правильной дискретизации прямых на плоскости или в объёме. Последнее позволяет обоснованно применять его в задачах обработки больших массивов данных, а также использовать в качестве компонента более сложных алгоритмов анализа и обработки изображений, что делает тему диссертационной работы **актуальной и практически значимой**.

**Научная новизна**

Быстрое преобразование Хафа – подход, позволяющий производить быстрые вычисления сумм по всем дискретным диадическим прямым плоскости (в трехмерном случае возможно суммирование по всем

дискретным диадическим прямым или плоскостям объёма). Алгоритм, реализующий данный подход на плоскости, известен с 90х годов XX века и многократно переоткрывался разными исследователями. Алгоритмы, реализующие данный подход для трёхмерных изображений (как для суммации по прямым, так и по плоскостям), впервые предложены соискателем. Также ему удалось показать, что трудоёмкость предложенного алгоритма для суммации по прямым не может быть уменьшена.

Диадические паттерны, вдоль которых производится суммирование, – дискретные паттерны (наборы пикселей), с одной стороны, достаточно точно аппроксимирующие геометрические прямые на плоскости или в пространстве, а с другой, позволяющие эффективно переиспользовать промежуточные результаты суммирования. Соискателем впервые получено теоретически обоснованное аналитическое выражение для координат пикселей диадического паттерна; установлена зависимость оценки ортогональной ошибки аппроксимации геометрической прямой от размера изображения, а также показано, что через любую пару пикселей на изображении проходит хотя бы один диадический паттерн.

Алгоритмы быстрого преобразования Хафа впервые исследованы автором применительно к реализации методов приближенного вычисления М-оценок в задаче ортогональной линейной регрессии для двумерных и трёхмерных изображений и линейной бинарной кластеризации.

## Структура и содержание работы

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и приложения.

Во **введении** сформулированы актуальность темы диссертации, цель и задачи работы, ее научная новизна и практическая значимость.

**Первая глава** содержит анализ современных и классических работ по теме диссертации, вслед за которым представлен анализ существующих методов ускорения и увеличения точности расчёта стандартного преобразования Хафа. Проведенный анализ показал, что этим вопросом активно занимались и продолжают заниматься ученые по всему миру, в большей степени уделяя внимание вопросу уменьшения времени вычисления аккумулятора или его аппроксимации. Стоит отметить

обширность и глубину проработки научного обзора. В первой главе также описан уже известный алгоритм БПХ и получены новые его характеристики точности и полноты (так, доказано, что через два пикселя проходит хотя бы один диадический паттерн). И, наконец, предложено два новых алгоритма быстрого преобразования Хафа для вычисления сумм по плоскостям и по прямым в объёме. В своей работе автор их называет Трехмерное быстрое преобразование Хафа (ТБПХ) для плоскостей и для прямых соответственно. Оценена трудоёмкость полученных алгоритмов и изучены свойства диадических прямых и плоскостей. Достоинством работы изложенной в первой главе является то, что автор не только предложил новые алгоритмы, но и выполнил комплексную оценку их свойств, что повышает как их практическую, так и научную значимость.

**Во второй главе** излагаются новые методы линейной регрессии на гистограммах с использованием предложенных в первой главе алгоритмов. На основе связи между вычислением М-оценки в задаче ортогональной робастной линейной регрессии и преобразованием Радона показано, что сочетание свёртки, форма которой определяется типом М-оценки, с быстрым преобразованием Хафа позволяет вычислить для множества наблюдений значение М-оценки с заданной точностью. В главе предложено две группы методов: со свёрткой в исходном пространстве и в двойственном, выполнена оценка их трудоёмкости в зависимости от числа наблюдений и линейных размеров гистограммы. Хочу отметить подробность и аккуратность проработки вопроса оценки степени влияния структуры диадического паттерна на точность решения задачи поиска прямой с помощью сочетания свёртки и БПХ.

**В третьей главе** изложен метод быстрой линейной бинарной кластеризации, который заключается в сочетании алгоритма кумулятивного предподсчета статистик на изображениях с БПХ. Глава отлично иллюстрирует широту спектра применения БПХ для решения задач анализа и обработки изображений. Достоинством метода является возможность задания произвольного критерия разделения с тем лишь ограничением, что он должен быть выражен через меры, определенные на изображении. В диссертации представлен оригинальный способ оценки точности вычисленного разделения.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

**В приложении** приведены результаты, проведённых вне рамок диссертации, работ по исследованию свойств диадического паттерна на плоскости.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается строгими математическими доказательствами и поставленными соискателем вычислительными экспериментами.

### **Замечания**

1. Диссертация перегружена формализмами (десятки определений и утверждений, многоярусная индексация). На мой взгляд, основные результаты могли быть получены с использованием более прозрачного математического аппарата, как это и сделано в публикациях.
2. Все приведённые в работе результаты получены для изображения с размером стороны равным степени двойки. Я думаю, что изучение структуры диадического паттерна для других размеров изображения и влияния её изменения на свойства методов, использующих БПХ (ТБПХ), представляет отдельный научный интерес.
3. В главе 3 предложенные методы разделения двух- и трехмерных гистограмм гиперплоскостями сравниваются только с методами, основанными на обобщениях бинаризации Оцу. На мой взгляд, интереснее было бы сравнение с классическими методами, например, Вапника-Червоненкиса.
4. Несмотря на то, что в целом диссертация написана грамотно и автор показал хорошее владение русским языком, в работе содержатся следующие орехи:
  - a. На стр.23. «... Томас Риссе» – не указана ссылка на работу.
  - b. На стр.37. «согласно формуле 9:» – неверно оформлена ссылка на формулу.
  - c. На стр.49. «Из 1.14 следует...» – неверно оформлена ссылка на формулу.
  - d. Стр.59. На рис. 2.3 неверное обозначение вертикальной оси.
  - e. На стр.60 в строке «столбцы длинной, не n,» – содержится орфографическая и пунктуационная ошибки.
  - f. На стр.61 «...тогда ..., тогда для двумерного...» – в одной фразе дважды содержится слово «тогда».

- g. На стр.63 содержится сленговое словоупотребления «...обернуть ПР для этой функции...».
- h. Неверное склонение в предложении на стр.65. «...гистограммах можно».
- i. На стр.77 в строке «...оптимальные значения» пропущена запятая и допущено неверное склонение слов.
- j. На стр. 79 отсутствует ссылка на линейный дискриминант Фишера.
- k. На стр.88 в строке «Для случаев большей размерности ... вывод ...» – неправильное склонение.

Тем не менее, указанные замечания не снижают научную и практическую ценность проведенного исследования.

### **Общее заключение**

Диссертационная работа Ершова Е.И. представляет собой законченную научно-квалификационную работу, в которой решены задачи исследования свойств БПХ, его обобщения на трёхмерный случай, имеющая значение как для области анализа изображения, так и для разработки технических систем компьютерного зрения. Полученные результаты могут быть применены в системах технического зрения, распознавания образов, робототехнике, в анализе спутниковых изображений и других.

Ценность работы соискателя, на мой взгляд, заключается в разработке методов оценки точности алгоритмов, использующих быстрое преобразование Хафа, на основании оценок точности аппроксимации диадическими паттернами геометрических прямых.

Результаты диссертационной работы Ершова Е.И. опубликованы в 3 статьях в журналах из перечня ВАК, одну из которых индексируется системой Web of Science. Помимо этого, результаты доложены на 6 международных конференциях, из них одна – российская, а остальные – зарубежные. Все доклады опубликованы в трудах конференций, 4 из которых индексируется системой Web of Science. Кроме того, по теме диссертации опубликован препринт на портале arXiv. Автореферат соответствует содержанию диссертации и наглядно отражает основные результаты.

Представленная диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям пункта 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", утвержденного Постановлением правительства Российской Федерации №842 от 24 сентября 2013 г., а её автор Ершов Егор Иванович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.17 – "Теоретические основы информатики".

ПОДПИСЬ



Фараджев Игорь Александрович,  
кандидат физико-математических наук по специальности математическая  
кибернетика,  
доцент по кафедре инженерной кибернетики НИТУ «МИСиС»,  
главный научный сотрудник отдела 5-3 Федерального исследовательского  
центра «Информатика и Управление» РАН.  
Email: ifardjev@yahoo.com

ПОДПИСЬ ЗАВЕРИЛ

