

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Кокорева Дениса Сергеевича «Разработка и исследование методов и программных средств вписывания многогранных трехмерных объектов», представленную на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы диссертации.** Целью работы Д.С.Кокорева является разработка средств математического моделирования, численных методов и комплексов программ, предназначенных для поиска оптимальных способов вписывания выпуклых трехмерных многогранников в невыпуклые. Проблема размещения одного или нескольких предметов внутри ограниченного объема встречается при решении многих технических проблем. Такие задачи близки к задачам упаковки, отличаясь от них тем, что в задаче, рассмотренной в диссертационной работе, имеется возможность вращения, преобразования подобия и ограниченной деформации внутреннего многогранника с целью максимизации его некоторого параметра (обычно объема). Трудность таких задач становится очевидной, если учесть, что внешний многогранник является невыпуклым трехмерным телом. Методы решения подобных задач разработаны для выпуклых внешних тел, поэтому их развитие для невыпуклых внешних многогранников имеет большое теоретическое значение. Эта задача имеет также и важное прикладное значение, поскольку встречается в различных областях информатики, например, в робототехнике, в компьютерных играх и т.д. Эта задача также важна для ювелирной промышленности, которой посвящена основная часть приложений, описанных в диссертации, где она используется при расчете формы бриллианта максимальной стоимости, который можно получить после обработки природного алмаза неправильной формы. Таким образом, тема диссертации является актуальной как с теоретической, так и с прикладной точки зрения.

**Общая характеристика работы.** Диссертация состоит из титульного листа, оглавления, введения, четырех глав, заключения, списка литературы, списка публикаций автора по теме диссертации и акта о внедрении результатов.

Во Введении обосновывается актуальность проведенных исследований, формулируется цель работы, ставятся задачи, обсуждается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В главе 1 приведен обзор исследований по задачам упаковки и раскроя на плоскости и в трехмерном пространстве. Упоминаются некоторые результаты для пространств большей размерности. Наиболее близкие к теме диссертации результаты, рассмотренные в литературе, относятся к решению проблемы вписывания в многогранник раздутых копий других многогранников. В частности, ранее были предложены методы, аналогичные используемым в диссертации, но только для решения проблемы вписывания для правильных многогранников.

В главе 2 автор переходит к основной теме работы – к разработке математической модели проблемы вписывания выпуклого многогранника в невыпуклый и применению методов нелинейного программирования для решения поставленной задачи. Внешний многогранник задается совокупностью своих граней, причем некоторые из этих граней могут быть невыпуклыми многоугольниками. Что касается выпуклого внутреннего многогранника, то используется его двойное описание, в рамках которого многогранник задается как вершинами, так и плоскостями. Математической моделью вложения внутреннего многогранника во внешний является система линейных и билинейных (по искомым переменным граней и вершин вписываемого многогранника) равенств и неравенств. Отдельно выделяется группа равенств, определяющих комбинаторную структуру внутреннего многогранника. Применительно к задаче обработки алмазов, сохранение исходной структуры внутреннего многогранника (при допустимых деформациях) необходимо для фиксации параметров огранки вырезаемого



бриллианта. Кроме того, для каждой грани невыпуклой компоненты внешнего многогранника выписываются соотношения для плоскости, разделяющей эту грань и внутренний многогранник. При этом разделяющая плоскость не задана заранее, ее параметры определяются в процессе оптимизации. В связи с этим возникают дополнительные билинейные неравенства. Далее рассматривается ситуация, когда грань невыпуклой компоненты является невыпуклым многоугольником. Для этого случая предлагается и обосновывается метод разбиения невыпуклой грани на выпуклые многоугольники, каждый из которых порождает билинейное неравенство задачи. Основным вариантом критерия качества вписывания является объем внутреннего многогранника.

В разделе 2.2.3 изучается вопрос о выборе пакета численных методов (солверов) нелинейной оптимизации. В разделе приводятся результаты сравнения около дюжины различных пакетов численных методов, которые можно применить к полученной нелинейной задаче математического программирования. На основании экспериментов был выбран широко применяемый солвер Ipopt, использующий метод внутренней точки. Следует отметить, что хотя поставленная задача, вообще говоря, является многоэкстремальной, автор применяет солвер, находящий локальный экстремум. Это сделано сознательно, учитывая лимиты на время расчета и доступные вычислительные ресурсы.

В разделе 2.3 описываются принципы реализации вычислительной схемы, включая подготовку исходных данных в форме, подходящей для солвера Ipopt. Описываются и сравниваются два типа программных реализаций: клиент-серверный и локальный. В разделе 2.4 описаны приемы эффективного задания геометрических свойств внутреннего многогранника. Сложность составления ограничений связана с тем, что понятная геометрическая величина не всегда тривиальным образом представляется в виде уравнений. В разделе рассматривается ряд приемов ускорения работы Ipopt за счет замены различных выражений (квадратных корней, частных от

пары переменных, синусов, косинусов, максимума от конечного числа переменных, проекции вектора на плоскость и т.п.) на эквивалентные системы уравнений и неравенств с линейными и полиномиальными членами.

В третьей главе описывается программная реализация библиотеки программ, созданной автором, для численного решения задачи вписывания выпуклого многогранника в невыпуклый многогранник. Программа написана на языке C++ и имеет модульную архитектуру, позволяющую реализовать как локальный, так и клиент-серверный вариант приложения, когда исходные данные передаются удаленному солверу в формате, принятом в системах оптимизационного моделирования. В разделе 3.1 описываются набор объектов, моделирующих трехмерные многогранники в виде наборов граней, ребер и вершин. Также добавлены объекты и методы, облегчающие работу с такими объектами (например, преобразование в результате вращений, вычисление смешанных произведений трех векторов и т.п.). В разделе 3.2 описана реализация открытого интерфейса солвера Ipopt для полученной нелинейной задачи математического программирования (включая вычисление якобиана ограничений и гессиана расширенной функции Лагранжа). В разделе 3.3 описаны средства формирования указанной задачи из исходных данных.

Четвертая глава описывает применение разработанных методов и программных средств в ювелирной и других промышленности. Задача распила алмаза для получения бриллианта максимальной стоимости является задачей нахождения в произвольном невыпуклом многограннике выпуклого многогранника с заданными геометрическими свойствами, имеющего максимальный объем. В разделах 4.1-4.3 описываются последовательные этапы внедрения созданной автором программы в процесс ювелирного производства с учетом поступающих требований по улучшению ее работы и учету специфических ситуаций (например, получение бриллиантов с небольшими сколами). В разделе 4.4. описываются принципы работы распределенной системы оценки производительности текущей версии



программы для различных наборов исходных данных и настроек солвера. В разделе 4.5 приводятся характеристики производительности программы. В разделе 4.6 обсуждается возможность применения результатов диссертации к задачам распила дерева и камня.

Последний раздел каждой главы содержит соответствующие выводы. В Заключение сформулированы основные результаты работы. По теме диссертации имеется 10 публикаций, в которых отражены основные результаты работы.

**Оценка новизны и практической значимости.** Научная новизна работы заключается в использовании методов математического моделирования для решения задачи вписывания выпуклого многогранника максимального объема в заданный невыпуклый многогранник. Надо подчеркнуть, что такая задача принципиально отличается от обычно рассматриваемой задачи внутренней полиэдральной аппроксимации выпуклого множества. Новизна предложенной формулировки еще и в том, что от решения требуется сохранение заданной комбинаторной структуры. Полученная оптимизационная задача относится к важному классу задач многоэкстремальной оптимизации и заслуживает отдельного исследования.

Практическая значимость работы состоит в том, что автору удалось разработать практически реализуемую вычислительную схему получения локального оптимума в указанной задаче довольно большой размерности (порядка 10 тысяч переменных и 50 тысяч ограничений) за ограниченное время (менее одной минуты) при ограниченных вычислительных ресурсах. Одним из итогов работы являются программные средства решения задачи вписывания. Представленные результаты сравнительных экспериментов говорят о том, что предложенные схемы расчетов на основе получения нескольких локальных оптимумов позволяют на несколько процентов (по стоимости готовой продукции) превзойти результаты программ, ранее применяемых в ювелирной промышленности.

### **Замечания по диссертационной работе.**

1. Не рассматривается вопрос о том, к чему приведет процесс оптимизации, если на одной из итераций встретится вырожденная ситуация, скажем, две вершины совпадут. Сохранится ли комбинаторная структура при применении методов нелинейной оптимизации?
2. Геометрические свойства внутреннего многогранника, задаваемые человеком, являются частью модели. Почему-то они не включены в раздел моделирования проблемы, что затрудняет понимание.
3. Неверно утверждение о том, что двойное описание многогранника одновременно в виде вершин и плоскостей является новым. Двойное описание было предложено еще в 1955 г. (см. Т.С. Моцкин и др. Метод двойного описания // Матричные игры. М.: Физматлит, 1961, 81-109).
4. Работа оформлена несколько небрежно. В некоторых формулах имеются опечатки. Так, в разделе 2.2.3 на рисунках и графиках не везде указывается, что отложено на осях, и не всегда приводятся единицы измерения. Встречаются выражения типа «Если невыпуклость содержится внутри многогранника, то это задано набором многогранников, которые решение не должно пересекать» (стр. 41), или «Если же точка не выпукла,...» (стр. 52). Такие высказывания портят впечатления от вполне разумных предложений.

**Заключение.** Сделанные замечания не снижают ценность работы, которая представляет собой законченное научное исследование. Диссертация является примером удачного сочетания математического аппарата и программных технологий, доведенных до коммерческого промышленного внедрения. Текст диссертации достаточно хорошо оформлен. Диссертация соответствует требованиям ВАК России, отражает существо работы и соответствует паспорту специальности. Основные цели работы, ее этапы, выводы и результаты в необходимом объеме изложены в автореферате. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы.



Считаю, что диссертационная работа Д.С.Кокорева «Разработка и исследование методов и программных средств вписывания многогранных трехмерных объектов» является завершенной научно-квалификационной работой, в которой разработан метод математического моделирования сложных трехмерных объектов и разработан и реализован вычислительный аппарат для работы с подобными моделями. Результаты работы имеют значение в области математического моделирования и вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий. Диссертационная работа отвечает требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор Кокорев Денис Сергеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Главный научный сотрудник  
Вычислительного центра им. А.А. Дородницына  
Федерального исследовательского центра  
«Информатика и управление» РАН,  
д.ф.-м.н., профессор



Лотов А.В.

Лотов Александр Владимирович, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40, тел. 8-499-135-1209, [avlotov@yandex.ru](mailto:avlotov@yandex.ru), Вычислительный центр им. А.А. Дородницына Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» РАН, главный научный сотрудник.

