О (p, q)-свойстве графов и гиперграфов.

В. Л. Дольников

В этом докладе будет рассказано о раскраске геометрических графов и гиперграфов, обладающих (p, q)-свойством.

Понятие (p, q)-свойства первоначально было введено Хадвигером и Дебруннером для семейства вынуклых тел в $\mathbb{R}^d$ в связи с обобщением теоремы Хелли.

Пусть $G = (V, E)$ это гиперграф, а p, q целые числа такие, что $p \geqslant q \geqslant 1$. Будем говорить, что G имеет (p, q)-*свойство*, если $|V| \geqslant p$, а каждое подмножество $V' \subseteq V$ с $|V| \geqslant p$ содержит независимое подмножество из q элементов.

Следующая теорема это основной новый результат этого доклада.

Теорема. *Пусть числа r, p, q, $p \geqslant q \geqslant r$ натуральные и $d = p - q$.*
Если $p < r(d+1)$, то для всех N существует r-граф G, имеющий (p, q)-свойство такой, что $\chi(G) > N$.
Если $p \geqslant r(d+1)$, то для любого r-графа G, имеющего (p, q)-свойство выполняются неравенства

$$\left\lceil \frac{d}{r-1} \right\rceil + 1 \leq \chi(G) \leqslant \left\lceil \frac{d}{r-1} \right\rceil + 2.$$