

Диофантовы приближения с числами Пизо

Доклад посвящен вопросам распределения по модулю 1 степеней чисел Пизо и некоторых рекуррентных последовательностей, связанных с числами Пизо. Задачи, касающиеся диофантовых свойств и равномерного распределения экспоненциальных последовательностей, возникали у Г.Вейля, А.Я.Хинчина, А.Туэ, Г.Харди, К.Л.Зигеля, Дж.В.С.Касселса, К.Малера, А.О.Гельфонда, Н.М.Коробова и других математиков. Как известно, для типичного вещественного числа α последовательность дробных долей $\{\alpha^n\}$ равномерно распределена. Но если α - это число Пизо, то это не так.

Мы будем рассматривать величину

$$L(\alpha) = \sup_{\xi \in \mathbb{R}} \liminf_{n \rightarrow \infty} \|\xi \alpha^n\|.$$

До недавнего времени все результаты о $L(\alpha)$ в случае $\alpha \notin \mathbb{Z}$, были лишь оценками. Первый точный результат был получен докладчиком в случае $\alpha = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (см. [3]). А именно было установлено, что в этом случае $L(\alpha) = \frac{1}{5}$. В дальнейшем, точное значение $L(\alpha)$ было посчитано и для других чисел Пизо (см. [1], [2], [4], [5], [6]).

Список литературы

- [1] DUBICKAS A. *Distribution of some quadratic linear recurrence sequences modulo 1*, Carpathian Journal of Mathematics 30 (1) (2014), 79–86.
- [2] DUBICKAS A. *On the fractional parts of powers of Pisot numbers of length at most 4*, Journal of Number Theory 144 (2014), 325–339.
- [3] ZHURAVLEVA V. *Diophantine approximations with Fibonacci numbers*. J. de Theor. des Nombres de Bordeaux 25 (2013), 499–520.
- [4] ЖУРАВЛЕВА В. *О двух наименьших числах Пизо*, Матем. заметки 94:5 (2013), 784–787.
- [5] ЖУРАВЛЕВА В. *Диофантовы свойства степеней некоторых чисел Пизо*, Матем. заметки 96:1 (2014), 147–151.
- [6] ZHURAVLEVA V. *Diophantine approximations with Pisot numbers*, preprint at arxiv:1406.0518 (2014).