

Общемоосковский междисциплинарный семинар **Глобус**

**!!! Дополнительное заседание !!!**

**Независимый Университет**

*Москва, Большой Власьевский, д.11*

13 января 2017, начало в 15<sup>40</sup> (45+45 мин) аудитория 401



### **Теорема о Декомпозиции и Разделении и ее приложения**

И.М. Сонин

*Department of Mathematics, UNC at Charlotte,  
Charlotte, NC USA*

*ЦЭМИ РАН, Москва*

Пусть  $S$  конечное множество,  $P$  стохастическая матрица и  $U = ((Z_n))$  семейство конечных Марковских цепей (МЦ) задаваемых  $S, P$  и всеми возможными начальными распределениями. Поведение этого семейства – это классические результаты Теории Вероятностей, полученные в 30-х годах прошлого века А. Н. Колмогоровым и В. Деблиным.

Если стохастическую матрицу  $P$  заменить на последовательность стохастических матриц  $(P_n)$  и переходы в момент  $n$  задавать с помощью матрицы  $P_n$ , то  $U$  превращается в семейство *неоднородных* МЦ. Возможно ли что-либо сказать о поведении этого семейства если нет никаких предположений о последовательности  $(P_n)$ ? В алгебраических терминах этот вопрос эквивалентен такому. Не зная ничего о последовательности  $(P_n)$ , можно ли что-нибудь сказать о пределе  $\prod_{i=k}^n P_i$  когда  $n$  стремится к бесконечности?

Как ни странно, но ответ на этот вопрос – да, сказать можно. Это поведение описывается Теоремой о Декомпозиции и Разделении (ДР). Она была начата маленькой заметкой А. Н. Колмогорова (1936), а потом формулирована и доказана в серии статей D. Blackwell (1945), H. Cohn (1971, 1989), (Декомпозиция) and I. Sonin (1987, ..., 2008), (Разделение).

Недавно эта теорема нашла применение в междисциплинарной области изучающей *консенсусные алгоритмы*. Консенсусные алгоритмы это алгоритмы ведущие к консенсусу. Наиболее изученными из них являются линейные (усредняющие), задаваемые стохастическими матрицами. Это приводит к изучению неоднородных МЦ в обратном времени.

ДР теорема является теоремой существования и она оставляет много вопросов открытыми. Повидимому, она допускает обобщение в других разделах математики, за пределами Теории Вероятностей.