Белорусский государственный университет

УДК 519.872

Семенова Ольга Валерьевна

Управляемые системы массового обслуживания с катастрофическими сбоями

01.01.05 — теория вероятностей и математическая статистика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Минск — 2004

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор **Дудин Александр Николаевич**, Белорусский государственный университет, НИЛ прикладного вероятностного анализа

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор **Лазакович Николай Викторович**, Белорусский государственный университет, кафедра функционального анализа

кандидат физико-математических наук **Якубович Оксана Владимировна**, УО "Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины", кафедра математического анализа

Оппонирующая организация: Российский университет дружбы народов (Москва, Россия)

Защита состоится   октября 2004 г. в   часов на заседании совета по защите диссертаций Д.02.01.07 в Белорусском государственном университете по адресу: 220050, Республика Беларусь, г. Минск, пр. Ф. Скорины, 4 (главный корпус), ауд.   , тел. ученого секретаря (017) 209-55-58

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета

Автореферат разослан "___" сентября 2004 г.

Ученый секретарь совета
по защите диссертаций
доктор физико-математических наук,
профессор А.А. Килбас

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Математические модели систем массового обслуживания (СМО) широко применяются при исследовании процессов в различных технических, физических, экономических и др. системах.

Первые работы по теории массового обслуживания (ТМО) выполнены в 1908-1922 годах А.К. Эрлангом при проектировании телефонных сетей. Свой вклад в развитие ТМО внесли ученые А.Я. Хинчин, А.Н. Колмогоров, Б.В. Гнеденко, В. Феллер, Дж. Кендалл, Э. Борель, А.А. Боровков, Ю.В. Прохоров и др. Широко известны своими исследованиями в области ТМО А.М. Андронов, В.В. Анисимов, Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, В.М. Вишневский, А.М. Горцев, А.Н. Дудин, И.И. Ежов, В.А. Ивницкий, В.В. Калашников, В.И. Клименок, И.Н. Коваленко, В.С. Королюк, Ю.В. Малинковский, Г.А. Медведев, А.А. Назаров, А.В. Печинкин, В.В. Рыков, С.Н. Степанов, А.Ф. Терпугов, А.Ф. Турбин, Г.И. Фалин и др.

Появление в последние десятилетия новых практических задач, связанных с управлением промышленными объектами, технологическими процессами и особенно управлением информационно-вычислительными системами привлекло внимание исследователей к изучению моделей СМО с динамическим управлением. Первые работы в этой области принадлежат ученым лаборатории Bell Telephone школы П. Наора в Израиле и др., которые положили начало одному из перспективных направлений ТМО – теории управляемых систем массового обслуживания.

Одним из основных направлений изучения управляемых СМО является исследование и оптимизация динамического управления в системах с изменяемым режимом работы (изменяемой интенсивностью входного потока, скоростью обслуживания и т.д.). Выбор режима работы осуществляется субъектом управления в зависимости от состояния системы в определенные моменты времени. Целью управления является оптимизация некоторого критерия качества функционирования СМО.

В частном случае управляемые СМО допускают управление только одним параметром, характеризующим систему: интенсивностью входного потока, скоростью обслуживания и т.д. Потребность в изучении таких систем возникла с развитием систем множественного доступа (спутниковых систем, локальных вычислительных сетей и т.д.), где актуальной стала задача перераспределения ресурсов (каналов) по требованию. Такие задачи успешно решаются с помощью моделей СМО с изменяемой скоростью обслуживания. Модели СМО с изменяемым входным потоком описывают процесс принятия запросов в узле телекоммуникационной сети, в которой передаются потоки информации разных приоритетов. При возрастании длины очереди пакетов на обработку узел может отказать в приеме запросам, имеющим низкий приоритет. Эти запросы могут быть потеряны или перераспределены в другие узлы сети.

Реальные СМО в ходе функционирования не являются абсолютно надежными и в их работе могут происходить нарушения, приводящие к потере нескольких или всех запросов, поступивших в систему и ожидающих обслуживание. Попытки описания потерь такого рода привели к созданию модели отрицательного запроса, понятие которого введено Э. Геленбе в 1991 г. Отрицательный запрос, поступив в систему, уничтожает детерминированное или случайное число запросов. Катастрофический сбой, вызывающий уход всех запросов из системы, является специальным случаем отрицательного запроса.

В случае, когда поступление катастрофических сбоев или отрицательных запросов носит нежелательный характер, одним из способов уменьшения ущерба от потери запросов может служить управление параметрами СМО, что подтверждает актуальность исследования моделей СМО с управляемым режимом работы и дополнительным потоком событий (катастрофических сбоев или отрицательных запросов).

Связь работы с крупными научными программами, темами. Результаты, представленные в данной работе, были получены в рамках выполнения следующих научных проектов:

- НИР 990/38 "Аналитические методы исследования систем и сетей массового обслуживания", задание 26 в рамках государственной программы фундаментальных исследований "Исследование основных математических структур и проблемы математического моделирования", номер гос. регистрации 20012719, 2001-2005 г.г.;
- НИР 100/38 "Разработать пакет прикладных программ для оптимизации динамического управления ресурсами телекоммуникационных сетей", задание 03.07 в рамках государственной научно-технической программы "Информационные технологии", номер гос. регистрации 20023321, 2002-2005 г.г.;
- НИР 627/38 "Исследование управляемых систем массового обслуживания с коррелированными потоками", номер гос. регистрации 2003833, 2003 г.;
- НИР 437/31 "Исследование систем массового обслуживания с коррелированными потоками и управляемыми режимами работы", номер гос. регистрации 20042188, 2004 г.

Цель и задачи исследования. Целью данной работы является получение зависимости характеристик производительности СМО с управляемым режимом работы и потоком катастрофических сбоев от параметров стратегии управления.

Сформулированная цель достигается решением следующих задач:

1. Разработка алгоритма нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $BMAP/SM/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и двумя режимами работы при фиксированной пороговой стратегии управления.
2. Разработка алгоритма нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $SM/MSP/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и управляемым режимом работы при фиксированной многопороговой стратегии управления.
3. Установление критерия существования стационарного режима и разработка алгоритма нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $SM/MSP/1$ с $BMAP$-потоком отрицательных запросов и управляемым входным потоком при фиксированной многопороговой стратегии управления.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются системы массового обслуживания с управляемым режимом работы и потоком катастрофических сбоев. Предмет исследования – стационарные распределения вероятностей состояний и характеристики производительности исследуемых СМО.

Методология и методы проведенного исследования. При нахождении стационарных распределений рассмотренных СМО использован метод вложенных цепей Маркова, теория сенсорных цепей Маркова. В работе использованы методы теории вероятностей, теории массового обслуживания, теории процессов марковского восстановления, теории матриц.

Научная новизна и значимость полученных результатов. Основные результаты, полученные при решении описанных выше задач, являются новыми и впервые опубликованы в работах автора и его совместных работах с научным руководителем.

В работе впервые:

1. Разработан алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $BMAP/SM/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и двумя режимами работы при фиксированной пороговой стратегии управления.
2. Разработан алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $BMAP/SM/1$ с потоком сбоев различных типов.
3. Разработан алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности си-

стемы $SM/MSP/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и управляемым режимом работы при фиксированной многопороговой стратегии управления.

4. Для системы $SM/MSP/1$ с $BMAP$-потоком отрицательных запросов и управляемым входным потоком установлен критерий существования стационарного режима и разработан алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы при фиксированной многопороговой стратегии управления.

Практическая (экономическая, социальная) значимость полученных результатов. Рассмотренные модели СМО позволяют учитывать особенности процессов обработки и передачи информации в современных сетях связи: коррелированность потоков информации, управление потоком, поступающим на узел сети, и возможность потери части информации из-за воздействия внешних факторов. Модели управляемых СМО могут найти применение для синтеза оптимального динамического управления процессом передачи в таких сетях. Поскольку потеря пакетов информации из-за нарушений в работе носит нежелательный характер и может повлечь за собой экономический ущерб, то динамическое управление в системах с такими потерями может служить средством снижения ущерба от потери требований, в случае, когда воздействие на причину потери не представляется возможным.

Результаты диссертации являются теоретической основой ряда расчетных модулей пакета прикладных программ "СИРИУС-С", разработанного в НИЛ прикладного вероятностного анализа Белгосуниверситета для расчета и оптимизации характеристик информационно-вычислительных сетей с динамическим управлением.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту.

1. Алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $BMAP/SM/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и двумя режимами работы при фиксированной пороговой стратегии управления.

2. Алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $BMAP/SM/1$ с $MMAP$-потоком катастрофических сбоев.

3. Алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $SM/MSP/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и управляемым режимом работы при фиксированной многопороговой стратегии управления.

4. Критерий существования стационарного режима и алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $SM/MSP/1$ с $BMAP$-потоком отрицательных запросов и управляемым входным потоком при фиксированной многопороговой стратегии управления.

Личный вклад соискателя. Диссертационная работа подготовлена самостоятельно автором и содержит ее личный вклад в проведенных исследованиях.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты работы представлялись на XVI, XVII Белорусских зимних школах-семинарах по теории массового обслуживания (Минск, 2001, Гомель, 2003), VI Международной конференции "Компьютерный анализ данных и моделирование"(Минск, 2001), 57, 59 Научных сессиях, посвященных Дню радио (Москва, 2002, 2004), Международной межвузовской научно-технической конференции студентов, аспирантов и магистрантов (Гомель, 2002), 59-61 Научных конференциях студентов и аспирантов Белгосуниверситета (Минск, 2002-2004), I Международной конференции "Информационные системы и технологии"(Минск, 2002), VI, VII Республиканских научных конференциях студентов и аспирантов "Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях"(Гомель, 2003, 2004), III Республиканской научной конференции молодых ученых и студентов "Современные проблемы математики и вычислительной техники"(Брест, 2003), 11 Международной конференции по аналитическому и стохастическому моделированию (Магдебург, 2004).

Опубликованность результатов. Основные результаты опубликованы в 22 научных работах. Из них 7 статей в научных журналах, 15 статей в сборниках материалов научных конференций. Общий объем опубликованных материалов составляет 148 страниц.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, общей характеристики работы, 4 глав, заключения и списка использованных источников. Полный объем диссертации составляет 116 страниц, из них 7 рисунков занимают 3 страницы, 4 таблицы занимают 2 страницы. Список использованных источников состоит из 129 наименований на 11 страницах.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В **первой главе** приведен краткий обзор имеющихся в литературе результатов исследования систем массового обслуживания с управляемым режимом функционирования, а также систем и сетей массового обслуживания с отрицательными запросами и катастрофическими сбоями.

Во **второй главе** проведено исследование системы массового обслуживания $BMAP/SM/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и двумя режимами работы методом производящих функций.

Работа системы в r-м режиме описывается следующим образом. Поток запросов в систему есть $BMAP$ – групповой марковский входной поток. Этот поток управляется случайным процессом $\nu_t, t \geq 0$ с пространством состояний $\{0, \dots, W\}$ и матричной производящей функцией $D^{(r)}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k^{(r)} z^k$, $|z| \leq 1$, $r = \overline{1,2}$.

Процесс обслуживания запросов в r-м режиме является обслуживанием типа SM. Это означает, что времена обслуживания последовательных запросов задаются последовательными временами пребывания случайного процесса $m_t, t \geq 0$ в своих состояниях. Процесс $m_t, t \geq 0$ имеет пространство состояний $\{1, \dots, M\}$ и в r-м режиме работы ведет себя как полумарковский процесс с полумарковским ядром $B^{(r)}(x) = \left(B_{m,m'}^{(r)}(x)\right)_{m,m'=\overline{1,M}}$. Полагаем, что процесс $m_t, t \geq 0$ меняет свои состояния в соответствии с матрицей $P^{(r)} = B^{(r)}(\infty)$ в моменты окончания обслуживания запроса в r-м режиме независимо от того, завершено ли обслуживание полностью или было прервано поступлением сбоя, $r = \overline{1,2}$.

Поток сбоев, поступающий в систему в r-м режиме, есть MAP – марковский входной поток. Этот поток управляется случайным процессом $\eta_t, t \geq 0$ с пространством состояний $\{0, \dots, N\}$ и матричной производящей функцией $F^{(r)}(z) = F_0^{(r)} + F_1^{(r)} z, |z| \leq 1$, $r = \overline{1,2}$. Поступление сбоя в занятую систему прерывает обслуживание и вызывает мгновенный уход всех запросов из системы. При этом сбой не воздействует на обслуживающий прибор. Сбой, поступающий в пустую систему, игнорируется. При переключении режимов состояния процессов $\nu_t, t \geq 0$ и $\eta_t, t \geq 0$ не изменяются.

Работа системы оценивается стоимостным критерием качества вида

$$C = a\Lambda L + c_1 Y^{(1)} + c_2 Y^{(2)} + dV, \tag{1}$$

где Λ – среднее число моментов окончания обслуживания в единицу времени; L – среднее число запросов в системе в момент окончания обслуживания; $Y^{(r)}$ – средняя доля использования r-го режима в единицу времени, $r = \overline{1,2}$; V – среднее число запросов, потерянных в единицу времени; a, c_1, c_2, d – стоимостные коэффициенты.

Целью изменения режимов работы системы является минимизация стоимостного критерия качества (1). Изменение режима работы возможно в моменты окончания обслуживания в соответствии с пороговой стратегией, определяемой следующим образом. Фиксируется целое число j называемое порогом, $j \geq 0$. Если число i запросов в системе в данный момент окончания обслуживания удовлетворяет неравенству $i \leq j$, то после этого момента система работает в первом режиме, если же $i > j$, то система работает во втором режиме, $i \geq 0$.

Состояние системы в момент t_n n-го окончания обслуживания при фиксированном пороге j определяется состоянием цепи Маркова $\xi_n = \{i_n, u_n, \zeta_n\}$,

$n \geq 1$, где компонента $\zeta_n = \{\nu_n, \eta_n, m_n\}$ характеризует состояния управляющих процессов ν_t, η_t, m_t в момент $t_n + 0$. Компонента u_n принимает значения:

- $u_n = 0$, если t_n – момент успешного завершения обслуживания, i_n при этом есть число запросов в системе в момент $t_n + 0$, $i_n \geq 0$;
- $u_n = 1$, если t_n – момент поступления сбоя, i_n при этом есть число запросов, покидающих систему в момент t_n, $i_n \geq 1, n \geq 1$.

Упорядочим состояния $\{\nu, \eta, m\}$ процесса $\zeta_n, n \geq 1$ в лексикографическом порядке возрастания его компонент и занумеруем эти состояния числами $1, 2, \dots, H$, где $H = (W+1)(N+1)M$. Далее, вместо состояния $\{\nu, \eta, m\}$ процесса $\zeta_n, n \geq 1$ будем записывать соответствующий ему номер.

Введем стационарные вероятности

$$p(i,\zeta) = \lim_{n\to\infty} P\{i_n = i, u_n = 0, \zeta_n = \zeta\},\ i \geq 0,$$
$$k(i,\zeta) = \lim_{n\to\infty} P\{i_n = i, u_n = 1, \zeta_n = \zeta\},\ i \geq 1, \zeta = \overline{1,H},$$

векторы $\vec{p}_i = (p(i,1),\dots,p(i,H)),\ i \geq 0,\ \vec{k}_i = (k(i,1),\dots,k(i,H)),\ i \geq 1$ и их производящие функции

$$\vec{P}_1(z) = \sum_{i=0}^{j} \vec{p}_i z^i,\ \vec{P}_2(z) = \sum_{i=j+1}^{\infty} \vec{p}_i z^i,\ \vec{K}(z) = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{k}_i z^i,\ |z| \leq 1.$$

Теорема 2.1. *Векторные производящие функции $\vec{P}_1(z)$, $\vec{P}_2(z)$ и $\vec{K}(z)$ стационарного распределения $\vec{p}_i, i \geq 0, \vec{k}_i, i \geq 1$ вложенной цепи Маркова $\xi_n, n \geq 1$ удовлетворяют векторным функциональным уравнениям*

$$\vec{P}_1(z)(zI - \beta_1(z)) + \vec{P}_2(z)(zI - \beta_2(z)) = (\vec{\pi}_0(\Psi(z) - I) + \vec{K}(1))\beta_1(z), \quad (2)$$

$$\vec{K}(z) = (\vec{\pi}_0(\Psi(z) - I) + \vec{K}(1) + \vec{P}_1(z))S^{(1)}(z) + \vec{P}_2(z)S^{(2)}(z), \quad (3)$$

где $\vec{\pi}_0 = \vec{p}_0 + \vec{K}(1)$.

Здесь

$$\Psi(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_k z^k = -[(D_0^{(1)} \oplus F^{(1)}(1))^{-1}((D^{(1)}(z) - D_0^{(1)}) \otimes I_{N+1})] \otimes I_M,$$

$$S^{(r)}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} S_k^{(r)} z^k = \int_0^{\infty} e^{D^{(r)}(z)t} \otimes \left(e^{F_0^{(r)}t} F_1^{(r)}\right) \otimes (P^{(r)} - B^{(r)}(t))\, dt,$$

$$\beta_r(z) = \sum_{l=0}^{\infty} \Omega_l^{(r)} z^l = \int_0^{\infty} e^{D^{(r)}(z)t} \otimes e^{F_0^{(r)}t} \otimes dB^{(r)}(t),\ r = \overline{1,2},$$

$\Psi = \Psi(1)$, $S^{(r)} = S^{(r)}(1), r = \overline{1,2}$, $\otimes$ и $\oplus$ – операции Кронекерова произведения и Кронекеровой суммы матриц.

Следствие 2.1. *Если матрица $\Omega_0^{(1)}$ невырождена, то частичная производящая функция $\vec{P}_1(z)$ выражается через векторы $\vec{\pi}_0$ и $\vec{K}(1)$ следующим образом:*

$$\vec{P}_1(z) = \vec{\pi}_0 Y(z) + \vec{K}(1) Q(z),$$

где $Y(z) = \sum_{i=0}^{j} Y_i z^i, \quad Q(z) = \sum_{i=0}^{j} Q_i z^i$, матрицы $Y_i, Q_i,\ i = \overline{0, j}$ вычисляются рекуррентно:

$$\begin{aligned}
&Y_0 = I, \qquad Y_1 = (\Omega_0^{(1)})^{-1} - \Psi_1,\\
&Y_{i+1} = \left(Y_i - \sum_{k=1}^{i+1} \Psi_k \Omega_{i-k+1}^{(1)} - \sum_{k=1}^{i} Y_k \Omega_{i-k+1}^{(1)} \right) (\Omega_0^{(1)})^{-1},\ i = \overline{1, j-1},\\
&Q_0 = -I, \qquad Q_1 = -(\Omega_0^{(1)})^{-1},\\
&Q_{i+1} = \left(Q_i - \sum_{k=1}^{i} Q_k \Omega_{i-k+1}^{(1)} \right) (\Omega_0^{(1)})^{-1},\ i = \overline{1, j-1}.
\end{aligned}$$

Введем обозначения: $A_r = \beta_r(1) + S^{(r)}, r = \overline{1,2}$, $Z = (I - A_2 + \mathbf{1}\vec{\rho})^{-1}$, $\vec{\rho}$ – стохастический левый собственный вектор матрицы A_2, $\mathbf{1}$ – вектор-столбец, состоящий из единиц.

Лемма 2.2. *Если матрица $I - (Q(1) + I)A^*$ невырождена, где*

$$A^* = S^{(1)} + (A_1 - I - \mathbf{1}\vec{\rho}) Z S^{(2)},$$

то зависимость вектора $\vec{K}(1)$ от вектора $\vec{\pi}_0$ имеет вид

$$\vec{K}(1) = \vec{\pi}_0 T R + \vec{\rho} S^{(2)} R,$$

$$T = Y(1)A^* + (\Psi - I)(S^{(1)} + A_1 Z S^{(2)}), \quad R = (I - (Q(1) + I)A^*)^{-1}.$$

Теорема 2.2. *Вектор $\vec{\pi}_0$ есть единственное решение системы линейных алгебраических уравнений*

$$\begin{aligned}
&\vec{\pi}_0 \frac{d^n}{dz^n} \Big\{ \big[(\Psi(z) - I + TR)\beta_1(z) + (Y(z) + TRQ(z))(\beta_1(z) - zI) \big] \times\\
&\qquad \times adj(zI - \beta_2(z)) \Big\} \Big|_{z=z_k} =\\
&= -\vec{\rho} S^{(2)} R \frac{d^n}{dz^n} \Big\{ \big[\beta_1(z) + Q(z)(\beta_1(z) - zI) \big] adj(zI - \beta_2(z)) \Big\} \Big|_{z=z_k},
\end{aligned}$$

где z_k – корень кратности n_k уравнения $det(zI - \beta_2(z)) = 0$ в единичном круге комплексной плоскости, $k = \overline{1, K}$, $\sum_{k=1}^{K} n_k = H$, K – число различных корней.

После нахождения векторов $\vec{\pi}_0$ и $\vec{K}(1)$, векторы $\vec{p_i}, i \geq 0$ и $\vec{k}_i, i \geq 1$ стационарного распределения вложенной цепи Маркова определяются как коэффициенты разложений в ряд Тейлора равенств (2)–(3).

Теорема 2.3. *Вероятность P_+ успешного обслуживания произвольного запроса определяется равенством*

$$P_+ = \frac{(\vec{P}_1(1) + \vec{P}_2(1))\mathbf{1}}{(\vec{P}_1(1) + \vec{P}_2(1))\mathbf{1} + \vec{K}'(1)\mathbf{1}}.$$

Под состоянием системы в произвольный момент времени $t \geq 0$ будем понимать состояние процесса $\xi_t = \{i_t, r_t, \zeta_t\}, t \geq 0$, где i_t – число запросов в системе в момент времени t, $\zeta_t = \{\nu_t, \eta_t, m_t\}$,

$$r_t = \begin{cases} 0, & \text{если в момент времени } t \text{ прибор простаивает,} \\ 1, & \text{если в момент времени } t \text{ прибор обслуживает запрос} \\ & \text{в первом режиме,} \\ 2, & \text{если в момент времени } t \text{ прибор обслуживает запрос} \\ & \text{во втором режиме, } t \geq 0. \end{cases}$$

Упорядочим состояния процесса $\zeta_t, t \geq 0$ в лексикографическом порядке возрастания его компонент и занумеруем эти состояния числами $1, 2, \ldots, H$.

Введем стационарные вероятности состояний системы в произвольный момент времени

$$\begin{aligned} \alpha(\zeta) &= \lim_{t\to\infty} P\{i_t = 0, r_t = 0, \zeta_t = \zeta\}, \\ \sigma^{(1)}(i,\zeta) &= \lim_{t\to\infty} P\{i_t = i, r_t = 1, \zeta_t = \zeta\}, \quad i \geq 1, \\ \sigma^{(2)}(i,\zeta) &= \lim_{t\to\infty} P\{i_t = i, r_t = 2, \zeta_t = \zeta\}, \quad i > j, \zeta = \overline{1,H}, \end{aligned}$$

векторы $\vec{\alpha} = (\alpha(1), \ldots, \alpha(H))$, $\vec{\sigma}_i^{(r)} = (\sigma^{(r)}(i,1), \ldots, \sigma^{(r)}(i,H))$, $r = \overline{1,2}$ и производящие функции $\vec{\sigma}_1(z) = \sum\limits_{i=1}^{\infty} \vec{\sigma}_i^{(1)} z^i$, $\vec{\sigma}_2(z) = \sum\limits_{i=j+1}^{\infty} \vec{\sigma}_i^{(2)} z^i$, $|z| \leq 1$.

Теорема 2.4. *Вектор $\vec{\alpha}$ определяется равенством*

$$\vec{\alpha} = \Lambda\vec{\pi}_0[-(D_0^{(1)} \oplus F^{(1)}(1))^{-1} \otimes I_M],$$

а производящие функции $\vec{\sigma}_1(z)$ и $\vec{\sigma}_2(z)$ имеют вид

$$\vec{\sigma}_1(z) \; = \; \Lambda\{\vec{\pi}_0(\Psi(z) - I) + \vec{P}_1(z) + \vec{K}(1)\}B_1^*(z), \quad \vec{\sigma}_2(z) = \Lambda\vec{P}_2(z)B_2^*(z),$$

где

$$B_r^*(z) = \int\limits_0^\infty e^{(D^{(r)}(z)\oplus F_0^{(r)})t} \otimes (I_M - \tilde{B}^{(r)}(t))\,dt,$$

$$\tilde{B}^{(r)}(t) = diag\Big\{\sum_{m'=1}^{M} B_{m,m'}^{(r)}(t), m = \overline{1,M}\Big\}, \; r = \overline{1,2},$$

величина Λ находится из равенства (4).

Здесь $diag\{a_m, m = \overline{1, M}\}$ – диагональная матрица с диагональными элементами (блоками) $a_1, \dots, a_M$.

Теорема 2.5. *Компоненты критерия качества (1) при данном значении j порога определяются следующим образом:*

$$\Lambda = \frac{\lambda^{(1)}}{(\vec{P}_1(1) + \vec{P}_2(1))\mathbf{1} + \vec{K}'(1)\mathbf{1} + (\lambda^{(1)} - \lambda^{(2)})\vec{P}_2(1)B_2^*(1)\mathbf{1}}, \qquad (4)$$
$$L = (\vec{P}_1'(1) + \vec{P}_2'(1))\mathbf{1},$$
$$Y^{(2)} = \vec{\sigma}_2(1)\mathbf{1}, \quad Y^{(1)} = 1 - Y^{(2)},$$
$$V = (\lambda^{(1)} + (\lambda^{(2)} - \lambda^{(1)})\vec{\sigma}_2(1)\mathbf{1})(1 - P_+).$$

Для данной системы исследован случай, когда после поступления сбоя в занятую систему обслуживающий прибор восстанавливается в течение случайного периода времени. Рассмотрены варианты накопления и потери запросов, поступающих в период восстановления.

Проведено исследование неуправляемой системы $BMAP/SM/1$, в которую поступает $MMAP$-поток сбоев различных типов. Воздействие сбоев разных типов отличается распределением длительности периода восстановления прибора после поступления сбоя.

В **третьей главе** изложен альтернативный алгоритм расчета стационарного распределения вложенной цепи Маркова для системы массового обслуживания, рассмотренной в главе 2. Этот алгоритм основан на теории сенсорных цепей Маркова и применим для расчета стационарного распределения вероятностей состояний цепей Маркова, имеющих несколько конечных и одну счетную компоненту, которая принимает значения $0, 1, \dots$ и за один шаг совершает переход не более, чем на единицу влево, или переход в состояние 0.

Пусть $\overline{\xi}_n, n \geq 1$ – цепь Маркова, обладающая указанным выше свойством. Обозначим через $P_{i,l}, i, l \geq 0$ матрицы одношаговых вероятностей переходов этой цепи Маркова, $\vec{\pi}_k, k \geq 0$ – векторы стационарных вероятностей, соответствующих состоянию k счетной компоненты цепи Маркова $\overline{\xi}_n, n \geq 1$.

Теорема 3.1. *Векторы $\vec{\pi}_k, k \geq 0$ стационарного распределения цепи Маркова $\overline{\xi}_n, n \geq 1$ определяются следующим образом: $\vec{\pi}_k = \vec{\pi}_0 \Phi_k,\ k \geq 1$, где*

$$\Phi_0 = I, \quad \Phi_k = \sum_{i=0}^{k-1} \Phi_i \tilde{P}_{i,k}(I - \tilde{P}_{k,k})^{-1}, \quad k \geq 1,$$

матрицы $\tilde{P}_{i,k}, i = \overline{0, k}, k \geq 0$ имеют вид

$$\tilde{P}_{i,k} \;=\; P_{i,k} + \sum_{l=k+1}^{\infty} P_{i,l} \prod_{n=1}^{l-k} G^{(l-n)},\ i = \overline{0, k}, k > 0,$$

$$\tilde{P}_{0,0} = P_{0,0} + \sum_{l=1}^{\infty} P_{0,l}\Big[\prod_{m=1}^{l} G^{(l-m)} + \sum_{m=1}^{l-1}\prod_{n=1}^{l-m} G^{(l-n)}X^{(m)} + X^{(l)}\Big],$$

матрицы $G^{(k)}, k \geq 0$ *и* $X^{(k)}, k \geq 1$ *определяются из рекурсий*

$$G^{(k)} = \Big(I - \sum_{i=k+1}^{\infty} P_{k+1,i}\prod_{l=1}^{i-k-1} G^{(i-l)}\Big)^{-1} P_{k+1,k},\ k \geq 0,$$

$$X^{(k)} = \Big(I - P_{k,k} - \sum_{n=k+1}^{\infty} P_{k,n}\prod_{i=1}^{n-k} G^{(n-i)}\Big)^{-1} \times$$

$$\times\Big[P_{k,0} + \sum_{n=k+1}^{\infty} P_{k,n}\Big(\sum_{i=k+1}^{n-1}\prod_{l=1}^{n-i} G^{(n-l)}X^{(i)} + X^{(n)}\Big)\Big],\ k \geq 1,$$

вектор $\vec{\pi}_0$ *является единственным решением системы*

$$\begin{cases} \vec{\pi}_0(I - \tilde{P}_{0,0}) = \mathbf{0}, \\ \vec{\pi}_0 \sum\limits_{i=0}^{\infty} \Phi_i \mathbf{1} = 1. \end{cases}$$

Здесь символ произведения предполагает следующий порядок умножения матриц: $\prod\limits_{i=m}^{k} G^{(i)} = G^{(k)} \prod\limits_{i=m}^{k-1} G^{(i)}$, $\mathbf{0}$ – нулевой вектор-строка.

В **четвертой главе** исследована система массового обслуживания $SM/MSP/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев.

В разделе 4.1 рассмотрена система с управляемым входным потоком, имеющая n возможных режимов работы, $n \geq 2$.

Поток запросов есть SM-поток. Этот поток управляется случайным процессом $\nu_t, t \geq 0$ с пространством состояний $\{1, \dots, W\}$. В r-м режиме работы процесс $\nu_t, t \geq 0$ ведет себя как полумарковский процесс с полумарковским ядром $A^{(r)}(x) = (A^{(r)}_{\nu,\nu'}(x))_{\nu,\nu'=\overline{1,W}}$, $r = \overline{1,n}$.

Процесс обслуживания запросов есть MSP – марковский процесс обслуживания, управляемый случайным процессом $m_t, t \geq 0$ с пространством состояний $\{0, \dots, M\}$ и матричной производящей функцией $B(z) = B_0 + B_1 z$, $|z| \leq 1$. Полагаем, что процесс $m_t, t \geq 0$ не меняет свое состояние в момент, когда система становится пустой из-за благополучного завершения обслуживания, и изменяет состояние в соответствии со стохастической матрицей P в момент поступления сбоя. Это состояние сохраняется до следующего момента поступления запроса.

Поток сбоев, поступающих в систему, есть MAP. Этот поток управляется случайным процессом $\eta_t, t \geq 0$ с пространством состояний $\{0, \dots, N\}$ и матричной производящей функцией $F(z) = F_0 + F_1 z$, $|z| \leq 1$.

Работа системы оценивается критерием качества вида

$$C = av + \sum_{k=1}^{n} c_k Y^{(k)} + dV, \tag{5}$$

где v – среднее время ожидания в системе, $Y^{(k)}$ – средняя доля использования k-го режима в единицу времени, $k = \overline{1,n}$; V – среднее число запросов, потерянных в единицу времени; a, $c_k, k = \overline{1,n}$, d – стоимостные коэффициенты.

Целью изменения режима работы системы является минимизация критерия качества (5). Выбор режима происходит в моменты поступления запросов в систему в соответствии с многопороговой стратегией, определяемой следующим образом. Фиксируется набор из $n-1$ целых неотрицательных чисел $(j_1, \dots, j_{n-1})$, причем $-1 = j_0 < j_1 \le j_2 \le \dots \le j_{n-1} < j_n = \infty$. Если число запросов в системе в данный момент поступления запроса (без учета поступившего запроса) лежит в интервале $(j_{k-1}, j_k]$, то после данного момента система работает в k-м режиме, $k = \overline{1,n}$.

Состояние системы в момент t_k k-го поступления запроса при фиксированном наборе порогов определяется состоянием цепи Маркова $\xi_k = \{i_k, \zeta_k\}$, $k \ge 1$, где i_k – число запросов в системе в момент $t_k - 0$, $i_k \ge 0$, компонента ζ_k есть трехмерный процесс $\zeta_k = \{m_k, \eta_k, \nu_k\}$, $k \ge 1$, характеризующий состояния управляющих процессов в момент $t_k - 0$, $k \ge 1$.

Упорядочим состояния процесса $\zeta_k, k \ge 1$ в лексикографическом порядке возрастания его компонент и занумеруем эти состояния числами $1, 2, \dots, H$, где $H = (M+1)(N+1)W$.

Определим одношаговые вероятности переходов цепи Маркова $\xi_k, k \ge 1$

$$P\{(i,\zeta) \to (l,\zeta')\} = P\{i_{k+1} = l, \zeta_{k+1} = \zeta' | i_k = i, \zeta_k = \zeta\},\ i,l \ge 0, \zeta,\zeta' = \overline{1,H}$$

и введем матрицы $P_{i,l} = (P\{(i,\zeta) \to (l,\zeta')\})_{\zeta,\zeta'=\overline{1,H}}$, $i,l \ge 0$.

Лемма 4.1. *Ненулевые матрицы $P_{i,l}, i,l \ge 0$ одношаговых переходных вероятностей цепи Маркова $\xi_k, k \ge 1$ определяются следующим образом:*

$$\begin{aligned} P_{i,0} &= X_i^{(k)}, \quad j_{k-1}+1 \le i \le j_k, \\ P_{i,l} &= \Phi_{i-l+1}^{(k)}, \quad j_{k-1}+1 \le i \le j_k,\ i \ge l-1,\ l \ge 1,\ k = \overline{1,n}, \end{aligned}$$

где матрицы $X_i^{(k)}$, $\Phi_i^{(k)}$, $i \ge 0$ являются коэффициентами разложений

$$\sum_{i=0}^{\infty} X_i^{(k)} z^i (1-z) = \int_0^{\infty}\int_0^t e^{B(z)x} \otimes e^{F_0 x} e^{F(1)(t-x)} dx \otimes dA^{(k)}(t) \big(B_1 + B_0 P +$$

$$+ z B_1 (P - I_{M+1})\big) \otimes I_{(N+1)W} - \int_0^{\infty} e^{B(z)t} P \otimes e^{F_0 t} \otimes dA^{(k)}(t) + \int_0^{\infty} P \otimes e^{F(1)t} \otimes dA^{(k)}(t),$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i^{(k)} z^i = \int_0^{\infty} e^{B(z)t} \otimes e^{F_0 t} \otimes dA^{(k)}(t), \quad k = \overline{1,n}.$$

Обозначим через $\vec{\pi}_i, i \geq 0$ векторы стационарных вероятностей состояний вложенной цепи Маркова $\xi_k, k \geq 1$.

Теорема 4.1. *Стационарное распределение $\vec{\pi}_i, i \geq 0$ вложенной цепи Маркова $\xi_k, k \geq 1$ вычисляется следующим образом:*

$$\begin{aligned} \vec{\pi}_i &= \vec{c}R^i, \quad i > j_{n-1}, \\ \vec{\pi}_i &= \vec{c}\Pi_i^{(t)}, \quad j_{t-1}+1 \leq i \leq j_t, t = \overline{1,n}, \end{aligned}$$

где матрицы $\Pi_i^{(t)}, i \geq 0$ определяются из рекурсии

$$\Pi_i^{(n-1)} = \sum_{r=i}^{j_{n-1}} R^r \Lambda_{r-i}^{(n-1)}, \qquad \Pi_i^{(t)} = \sum_{r=i}^{j_t} \Pi_r^{(t+1)} \Lambda_{r-i}^{(t)}, \quad t = \overline{1, n-2}, i \geq 0,$$

матрица R является минимальным неотрицательным решением уравнения

$$R = \sum_{l=0}^{\infty} R^l \Phi_l^{(n)},$$

матрицы $\Lambda_l^{(\nu)}, l \geq 0$ вычисляются рекуррентно

$$\begin{aligned} \Lambda_0^{(\nu)} &= \Phi_0^{(\nu+1)} \big(\Phi_0^{(\nu)}\big)^{-1}, \quad \Lambda_1^{(\nu)} = \big(\Lambda_0^{(\nu)} - \Lambda_0^{(\nu)}\Phi_1^{(\nu)} - I + \Phi_1^{(\nu+1)}\big)\big(\Phi_0^{(\nu)}\big)^{-1}, \\ \Lambda_l^{(\nu)} &= \left(\Lambda_{l-1}^{(\nu)} - \sum_{i=0}^{l-1} \Lambda_i^{(\nu)} \Phi_{l-i}^{(\nu)} + \Phi_l^{(\nu+1)}\right)\big(\Phi_0^{(\nu)}\big)^{-1}, \quad l \geq 2, \nu = \overline{1, n-1}, \end{aligned}$$

вектор $\vec{c}$ является единственным решением системы

$$\begin{cases} \vec{c}\Big[-\Pi_0^{(1)} + \sum\limits_{\nu=0}^{n-2} \sum\limits_{l=j_\nu+1}^{j_{\nu+1}} \Pi_l^{(\nu+1)} X_l^{(\nu+1)} + R - \sum\limits_{l=0}^{j_{n-1}} R^l \Phi_l^{(n)}\Big] = \mathbf{0}, \\ \vec{c}\Big[\sum\limits_{\nu=1}^{n-1} \sum\limits_{l=j_{\nu-1}+1}^{j_\nu} \Pi_l^{(\nu)} + R^{j_{n-1}+1}(I-R)^{-1}\Big]\mathbf{1} = 1. \end{cases}$$

Обозначим через $\vec{U}(x)$ вектор-строку, l-й элемент которой есть вероятность того, что время ожидания запроса не превысит величину x, а случайный процесс $\zeta_k, k \geq 1$ будет находиться в состоянии l в момент окончания времени ожидания, $l = \overline{1, H}$.

Теорема 4.2. *Векторное преобразование Лапласа-Стилтьеса $\vec{\vartheta}(s) = \int\limits_0^\infty e^{-sx} d\vec{U}(x)$ распределения времени ожидания в системе определяется следующим образом:*

$$\vec{\vartheta}(s) = \vec{\pi}_0 + \sum_{l=1}^{\infty} \vec{\pi}_l \Big(\Omega_{l-1}(s)\tilde{B}_1 + \sum_{k=0}^{l-1} \Omega_k(s)\tilde{P}\tilde{F}_1 \Big), \quad Re\, s > 0,$$

где матрицы $\Omega_i(s), i \geq 0$ *имеют вид*

$$\Omega_0(s) \;=\; (-L(s))^{-1}, \quad \Omega_i(s) = \Omega_0(s)(-\tilde{B}_1 L^{-1}(s))^i, \quad i \geq 1,$$

$L(s) = (B_0 \oplus (F_0 - sI)) \otimes I_W$, $\tilde{F}_1 = I_{M+1} \otimes F_1 \otimes I_W$.

Следствие 4.2. *Среднее время* υ *ожидания в системе определяется равенством*

$$\upsilon = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{\pi}_l \Big(\Delta_{l-1}\tilde{B}_1 + \sum_{k=0}^{l-1} \Delta_k \tilde{P}\tilde{F}_1 \Big)\mathbf{1},$$

где $\Delta_0 = K^2$, $\Delta_i = \Delta_{i-1}\tilde{B}_1 K + K(\tilde{B}_1 K)^i K$, $i \geq 1$, $K = -[B_0 \oplus F_0]^{-1} \otimes I_W$.

Обозначим через τ среднее время между моментами поступления запросов в систему.

Лемма 4.2. *Величина* τ *определяется равенством*

$$\tau = \vec{c}\Big[\sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k^{-1} \sum_{i=j_{k-1}+1}^{j_k} \Pi_i^{(k)} + \lambda_n^{-1} R^{j_{n-1}+1}(I-R)^{-1} \Big]\mathbf{1}.$$

Теорема 4.3. *Компоненты* $Y^{(k)}, k = \overline{1,n}$ *и* V *критерия качества (5) определяются следующим образом:*

$$Y^{(k)} = \lambda_k^{-1}\vec{c} \sum_{i=j_{k-1}+1}^{j_k} \Pi_i^{(k)} \mathbf{1}\tau^{-1}, \quad k = \overline{1, n-1},$$
$$Y^{(n)} = \lambda_n^{-1}\vec{c}R^{j_{n-1}+1}(I-R)^{-1}\mathbf{1}\tau^{-1},$$

$$V = \tau^{-1} \sum_{i=1}^{\infty} i \Big(\sum_{l=i-1}^{j_t} \Pi_l^{(t)} \theta_{l-i+1}^{(t)} + \sum_{\nu=t}^{n-2} \sum_{l=j_\nu+1}^{j_{\nu+1}} \Pi_l^{(\nu+1)} \theta_{l-i+1}^{(\nu+1)} + \sum_{l=j_{n-1}+1}^{\infty} R^l \theta_{l-i+1}^{(n)} \Big)\mathbf{1},$$

где матрицы $\theta_i^{(k)}, i \geq 0$ *имеют вид*

$$\begin{aligned} \theta_0^{(k)} &= \Gamma_0^{(k)}\tilde{B}_0 - \Phi_0^{(k)} + D^{(k)}, \\ \theta_i^{(k)} &= \Gamma_i^{(k)}\tilde{B}_0 - \Gamma_{i-1}^{(k)}\tilde{B}_1 - \Phi_i^{(k)}, \quad i \geq 1, k = \overline{1,n}, \end{aligned} \tag{6}$$

$\tilde{B}_0 = B_0 \otimes I_{(N+1)W}$.

Матрицы $\Gamma_i^{(k)}, i \geq 0$ в равенствах (6) определяются рекуррентно

$$\Gamma_0^{(k)} \;=\; [B_0 \oplus (-F_1)]^{-1} \otimes I_W(\Phi_0^{(k)} - D^{(k)}),$$
$$\Gamma_i^{(k)} \;=\; [B_0 \oplus (-F_1)]^{-1} \otimes I_W(\Phi_i^{(k)} - \tilde{B}_1\Gamma_{i-1}^{(k)}), \quad i \geq 1, k = \overline{1,n}.$$

Под состоянием системы в произвольный момент времени будем понимать состояние процесса $\xi_t = \{i_t, \zeta_t\}, t \geq 0$, где $\zeta_t = \{m_t, \eta_t, \nu_t\}, t \geq 0$. Упорядочим состояния процесса $\zeta_t, t \geq 0$ в лексикографическом порядке возрастания его компонент и занумеруем эти состояния числами $1, 2, \dots, H$.

Введем стационарные вероятности состояний системы в произвольный момент времени

$$\alpha(i,\zeta) = \lim_{t\to\infty} P\{i_t = i, \zeta_t = \zeta\}, \quad i \geq 0, \zeta = \overline{1, H}$$

и векторы $\vec{\alpha}_i = (\alpha(i,1), \dots, \alpha(i,H)), i \geq 0$.

Теорема 4.4. *Векторы $\vec{\alpha}_i, i \geq 0$ стационарных вероятностей состояний системы в произвольный момент времени определяются следующим образом:*

$$\begin{aligned}
\vec{\alpha}_0 &= \tau^{-1}\vec{c}\Bigg(\sum_{\nu=1}^{n-1}\sum_{i=j_{\nu-1}+1}^{j_\nu}\Pi_i^{(\nu)}\bar{G}_i^{(\nu)} + \sum_{i=j_{n-1}+1}^{\infty}R^i\bar{G}_i^{(n)}\Bigg),\\
\vec{\alpha}_i &= \tau^{-1}\vec{c}\Bigg(\sum_{l=i-1}^{j_k}\Pi_l^{(k)}G_{l-i+1}^{(k)} + \sum_{\nu=k+1}^{n-1}\sum_{l=j_{\nu-1}+1}^{j_\nu}\Pi_i^{(\nu)}G_{l-i+1}^{(\nu)} + \sum_{l=j_{n-1}+1}^{\infty}R^lG_{l-i+1}^{(n)}\Bigg),\\
&\quad j_{k-1}+1 \leq i \leq j_k, k = \overline{1,n},
\end{aligned}$$

где матрицы $\bar{G}_l^{(k)}$, $G_l^{(k)}$, $l \geq 0, k = \overline{1,n}$ есть коэффициенты разложений

$$\begin{aligned}
&\sum_{l=0}^{\infty}\bar{G}_l^{(k)}z^l(1-z) = \int_0^\infty\int_0^t e^{B(z)x}\otimes e^{F_0x}e^{F(1)(t-x)}dx\otimes(I_W-\nabla^{(k)}(t))dt\,\times\\
&\times(\tilde{B}_1+\tilde{B}_0\tilde{P}+z\tilde{B}_1(\tilde{P}-I)) - \int_0^\infty e^{B(z)t}P\otimes e^{F_0t}\otimes(I_W-\nabla^{(k)}(t))dt\,+\\
&+\int_0^\infty P\otimes e^{F(1)t}\otimes(I_W-\nabla^{(k)}(t))dt,\\
&\sum_{l=0}^{\infty}G_l^{(k)}z^l = \int_0^\infty e^{B(z)t}\otimes e^{F_0t}\otimes(I_W-\nabla^{(k)}(t))dt,
\end{aligned}$$

$\nabla^{(k)}(t) = diag\{\sum_{m'=1}^{M}A_{m,m'}^{(k)}(t), \quad m = \overline{1,M}\}$, $k = \overline{1,n}$.

В разделе 4.2 результаты раздела 4.1 обобщены на случай, когда система имеет изменяемый режим работы, то есть управляемыми являются поток запросов, процесс обслуживания и поток сбоев.

Раздел 4.3 содержит исследование системы $SM/MSP/1$ с изменяемым потоком запросов, в которую поступает $BMAP$-поток отрицательных запросов. Группа отрицательных запросов, поступающая в систему, вызывает уход соответствующего числа запросов, находящихся в системе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе проведено исследование двух важных классов систем массового обслуживания с изменяемым режимом работы и дополнительным потоком событий (катастрофических сбоев или отрицательных запросов). Каждая из рассмотренных математических моделей СМО позволяет учитывать особенности случайных процессов, имеющих место в реальных системах управления, технологических процессах, сетях телекоммуникаций.

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Введена в рассмотрение система массового обслуживания типа $BMAP/SM/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и двумя режимами работы. Управление режимом работы происходит в соответствии с пороговой стратегией. Случай мгновенного восстановления обслуживающего прибора после поступления сбоя исследован в работах [1, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 13, 15], случай немгновенного восстановления рассмотрен в работах [2, 9, 14, 18, 19, 21].

2. Исследована система массового обслуживания типа $BMAP/SM/1$ с $MMAP$-потоком катастрофических сбоев [11].

3. Введена в рассмотрение и исследована система типа $SM/MSP/1$ с MAP-потоком сбоев [16]. Рассмотрена система с управляемым входным потоком [3], а также система с управляемым режимом работы [17]. Управление режимом происходит в соответствии с многопороговой стратегией.

4. Исследована система массового обслуживания типа $SM/MSP/1$ с $BMAP$-потоком отрицательных запросов и управляемым входным потоком [7, 22].

В каждом рассмотренном случае получены алгоритмы нахождения стационарного распределения вложенной цепи Маркова, стационарного распределения состояний СМО в произвольные моменты времени, а также характеристики производительности системы. Для управляемых СМО получена зависимость критерия качества функционирования системы от параметров стратегии управления, что сводит задачу нахождения оптимальной стратегии управления к задаче минимизации функции нескольких целочисленных переменных.

Разработанные в диссертации алгоритмы положены в основу ряда расчетных модулей пакета прикладных программ "СИРИУС-С" [20], предназначенного для расчета и оптимизации характеристик СМО с управляемым режимом работы.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в научных журналах

1. Семенова О.В. Стационарное распределение вероятностей состояний СМО с двумя режимами функционирования и потоком катастрофических сбоев // Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 10. – С. 73-86.

2. Семенова О.В. Оптимальное пороговое управление системой $BMAP/SM/1$ с MAP-потоком сбоев // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 9. – С. 89 -102.

3. Семенова О.В. Оптимальное пороговое управление потоком в системе массового обслуживания $SM/MSP/1$ с MAP-потоком сбоев // Вестник Брестского государственного технического университета. Физика, математика, химия. – 2003. – № 5. – С. 81-85.

4. Семенова О.В. Устойчивый алгоритм расчета стационарного распределения системы обслуживания $BMAP/SM/1$ с марковским потоком сбоев и двумя режимами работы // Автоматика и вычислительная техника. – 2004. – № 1. – С. 75-84.

5. Semenova O.V. Optimal control for a $BMAP/SM/1$ queue with MAP-input of disasters and two operation modes // RAIRO Operations Research. – 2004. – Vol. 38, № 2. – P. 153-171.

6. Dudin A.N., Semenova O.V. Stable algorithm for stationary distribution calculation for a $BMAP/SM/1$ queueing system with markovian arrival input of disasters // Journal of Applied Probability. – 2004. – Vol. 42, № 2. – P. 547-556.

7. Ким Ч.С., Семенова О.В., Дудин А.Н. Оптимальное многопороговое управление входным потоком для системы обслуживания $GI/PH/1$ с $BMAP$-потоком отрицательных запросов // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 9. – С. 71-84.

Материалы научных конференций

8. Маслакова О.В. Решение задачи оптимального порогового управления потоком в СМО с потоком катастрофических сбоев // Массовое обслуживание. Потоки, системы, сети: Материалы междун. конф. "Современные математические методы исследования информационно-вычислительных сетей"/ Белорусский гос. унив. – Минск, 2001. – Вып. 16. – С. 140-144.

9. Dudin A.N., Karolik A.V., Maslakova O.V. Investigation of a $BMAP/SM/1$ retrial system with Markovian arrival input of disasters and non-instantaneous recovery of the server // Computer Data Analysis and

Modelling: Proc. of the 6th Int. Conf.: In 2 vol. / Belarus State University. – Minsk, 2001. – Vol. 1. – P. 128-131.

10. Семенова О.В. Распределение виртуального времени ожидания в системе $BMAP/M/1$ с MAP-потоком сбоев и двумя режимами функционирования // Сборник материалов международной межвузовской научно-технической конференции студентов, аспирантов, магистрантов / Гомельский гос. техн. унив. им. П.О. Сухого. – Гомель, 2002. – С. 223-225.

11. Лобанчиков И.А., Дудин А.Н., Семенова О.В. Система обслуживания типа $BMAP/SM/1$ с $BMAP$-потоком катастрофических сбоев // Труды 57-й научной сессии, посвященной Дню радио: В 2 т. / РНТОРЭС им. А.С. Попова. – М., 2002. – Т. 2. – С. 201-204.

12. Семенова О.В. Распределение виртуального времени ожидания в системе $BMAP/M/1$ с двумя режимами функционирования // Труды 57-й научной сессии, посвященной Дню радио: В 2 т. / РНТОРЭС им. А.С. Попова – М., 2002. – Т. 2. – С. 204-206.

13. Семенова О.В. Об управляемой системе типа $BMAP/SM/1$ с потоком катастрофических сбоев // Сборник работ 59-й науч. конф. студентов и аспирантов / Белорусский гос. унив. – Минск, 2002. – Ч. 1. – С. 148-150.

14. Семенова О.В. О системе $BMAP/G/1$ с MAP-потоком сбоев, немгновенным восстановлением и двумя режимами обслуживания // Информационные системы и технологии: Материалы I междун. конф.: В 2 ч. / Белорусский гос. унив. – Минск, 2002. – Ч. 1. – С. 239-243.

15. Семенова О.В. Устойчивый алгоритм расчета характеристик системы $BMAP/SM/1$ со сбоями // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы VI Респ. науч. конф. студентов и аспирантов / Гомельский гос. унив. им. Ф. Скорины. – Гомель, 2003. – С. 146-147.

16. Semenova O. $SM/MSP/1$ queueing system with Markovian arrival of disasters // Queues. Flows, Systems, Networks: Proc. of the Int. Conf. "Modern Mathematical Methods of Analysis and Optimization of Telecommunication Networks"/ Belarus State University. – Minsk: BSU, 2003. – Vol. 17. – P. 220-225.

17. Семенова О.В. Распределение времени ожидания в управляемой системе $SM/MSP/1$ с MAP-потоком сбоев // Современные проблемы математики и вычислительной техники: Материалы III Респ. науч. конф. молодых ученых и студентов / Брестский гос. техн. унив. – Брест, 2003. – С. 228-231.

18. Семенова О.В. Об управляемой системе $BMAP/SM/1$ со сбоями и немгновенным восстановлением // Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях: Материалы VII Респ. науч. конф. студентов и аспирантов / Гомельский гос. унив. им. Ф. Скорины. – Гомель, 2004. – С. 173-174.

19. Семенова О.В. Устойчивый алгоритм расчета характеристик управляемой системы обслуживания $BMAP/SM/1$ с потоком сбоев // Труды 59-й научной сессии, посвященной Дню радио: В 2 т. / РНТОРЭС им. А.С. Попова. – М., 2004. – Т. 2. – С. 154-156.

20. Dudin A.N., Klimenok V.I., Tsarenkov G.V., Semenova O.V., Birukov A.A. Software "SIRIUS-C" for synthesis of optimal control by queues // Proc. of 11-th Int. Conf. on Analytical and Stochastic Modelling Techniques and Applications (ASMTA 2004), Magdeburg, 13-16 June 2004 / The Society for Modeling and Simulation International. – Erlangen, 2004. – P. 123-129.

21. Semenova O.V., Kim C.S. Stable algorithm for stationary distribution calculation for a $BMAP/SM/1$ queue with MAP-input of disasters and non-instantaneous recovery // Proc. of 11-th Int. Conf. on Analytical and Stochastic Modelling Techniques and Applications (ASMTA 2004), Magdeburg, 13-16 June 2004 / The Society for Modeling and Simulation International. – Erlangen, 2004. – P. 11-15.

22. Семенова О.В. Оптимальное многопороговое управление потоком в системе $SM/MSP/1$ с $BMAP$-потоком отрицательных запросов // Теория вероятностей, математическая статистика и их приложения: Материалы науч. конф. / Белорусский гос. унив. – Минск, 2004. – С. 143-148.

РЕЗЮМЕ

Семенова Ольга Валерьевна

Управляемые системы массового обслуживания с катастрофическими сбоями

Ключевые слова: система массового обслуживания, режим работы, критерий качества, оптимальная стратегия управления, катастрофический сбой, отрицательный запрос, стационарное распределение.

Объект исследования – управляемые системы массового обслуживания с потоком катастрофических сбоев. Предмет исследования – стационарное распределение вероятностей состояний и характеристики производительности систем массового обслуживания. Целью работы является получение зависимости характеристик производительности систем массового обслуживания с управляемым режимом работы и потоком катастрофических сбоев от параметров стратегии управления.

В работе применялись методы теории вероятностей, теории массового обслуживания, теории процессов марковского восстановления, теории матриц.

Получены следующие новые научные результаты:

1. Разработан алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $BMAP/SM/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и двумя режимами работы при фиксированной пороговой стратегии управления.

2. Разработан алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $BMAP/SM/1$ с потоком сбоев различных типов.

3. Разработан алгоритм нахождения стационарного распределения вероятностей состояний и вычисления характеристик производительности системы $SM/MSP/1$ с MAP-потоком катастрофических сбоев и управляемым режимом работы при фиксированной многопороговой стратегии управления. Аналогичный алгоритм разработан для системы $SM/MSP/1$ с $BMAP$-потоком отрицательных запросов и управляемым входным потока.

Рассмотренные модели систем массового обслуживания позволяют учитывать особенности процессов обработки и передачи информации в современных сетях связи: коррелированность потоков информации, управление потоком, поступающим на узел сети, и возможность потери части информации из-за воздействия внешних факторов. Модели управляемых систем могут найти применение при синтезе оптимального динамического управления процессом передачи в сетях связи.

РЭЗЮМЭ

Сямёнава Вольга Валер'еўна

Кіруемыя сістэмы масавага абслугоўвання з катастрафічнымі збоямі

Ключавыя словы: сістэма масавага абслугоўвання, рэжым работы, крытэрый якасці, аптымальная стратэгія кіравання, катастрафічны збой, адмоўны запрос, стацыянарнае размеркаванне.

Аб'ект даследавання – кіруемыя сістэмы масавага абслугоўвання з патокам катастрафічных збоеў. Прадмет даследавання – стацыянарнае размеркаванне імавернасцяў станаў і характарыстыкі прадукцыйнасці сістэм масавага абслугоўвання. Мэтай работы з'яўляецца атрыманне залежнасці характарыстык прадукцыйнасці сістэм масавага абслугоўвання з кіруемым рэжымам работы і патокам катастрафічных збоеў ад параметраў кіравання.

У рабоце скарыстаны метады тэорыі імавернасцяў, тэорыі масавага абслугоўвання, тэорыі працэсаў маркаўскага аднаўлення, тэорыі матрыц.

Атрыманы наступныя новыя навуковыя вынікі:

1. Распрацаваны алгарытм знаходжання стацыянарнага размеркавання імавернасцяў станаў і вылічэння характарыстык прадукцыйнасці сістэмы $BMAP/SM/1$ з MAP-патокам катастрафічных збоеў і двума рэжымамі работы пры фіксаванай парогавай стратэгіі кіравання.

2. Распрацаваны алгарытм знаходжання стацыянарнага размеркавання імавернасцяў станаў і вылічэння характарыстык прадукцыйнасці сістэмы $BMAP/SM/1$ з патокам збоеў розных тыпаў.

3. Распрацаваны алгарытм знаходжання стацыянарнага размеркавання імавернасцяў станаў і вылічэння характарыстык прадукцыйнасці сістэмы $SM/MSP/1$ з MAP-патокам катастрафічных збоеў і кіруемым рэжымам работы пры фіксаванай шматпарогавай стратэгіі кіравання. Аналагічны алгарытм распрацаваны для сістэмы $SM/MSP/1$ з $BMAP$-патокам адмоўных запросаў і кіруемым уваходным патокам.

Разгледжаныя мадэлі сістэм масавага абслугоўвання дазваляюць улічваць асаблівасці працэсаў апрацоўкі і перадачы інфармацыі ў сучасных сетках сувязі: карэліраванасць патокаў інфармацыі, кіраванне патокам, паступаючым на вузел сеткі, і магчымасць страты часткі інфармацыі з-за ўздзеяння знешніх фактараў. Мадэлі кіруемых сістэм могуць знайсці прымяненне пры сінтэзе аптымальнага дынамічнага кіравання працэсам перадачы ў сетках сувязі.

SUMMARY

Semenova Olga Valeryevna

Controlled queueing systems with disasters

Keywords: queueing system, mode of operation, cost criterion, optimal control strategy, disaster, negative arrival, stationary state distribution.

The object of research is the set of controlled queueing systems with disasters. The subject of research is the stationary distribution and performance characteristics of the queueing systems. The purpose of this work is the obtaining the dependence of the performance characteristics of the controlled queueing systems with disasters on the parameters of control strategy.

The methods of probability theory, queueing theory, theory of Markov renewal processes and matrix theory are used in this work.

The following new scientific results have been obtained:

1. The algorithm for calculation of the stationary state distribution and performance characteristics of the $BMAP/SM/1$ queueing system with disasters and two operation modes under the fixed threshold control strategy has been developed.

2. The algorithm for calculation of the stationary state distribution and performance characteristics of the $BMAP/SM/1$ queueing system with disasters of different types has been developed.

3. The algorithm for calculation of the stationary state distribution and performance characteristics of the $SM/MSP/1$ queueing system with MAP-input of disasters and controllable mode of operation under the fixed multi-threshold control strategy has been investigated. The analogous algorithm has been developed for the $SM/MSP/1$ queueing system with the $BMAP$-input of negative arrivals and controllable input of customers.

The investigated models of queueing systems allow to account the following features of the processing and transmission of information in modern telecommunication networks: correlation of the information flows, control by input flow of the network node and possibility of the information loss due to the external influence. The models of controlled queueing systems are applicable for the synthesis of optimal dynamic control by the transmission processes in telecommunication networks.

Подписано в печать . .2004. Формат 60 × 81 1/16.
Тираж 100 экз. Зак. № .

Отпечатано с готового оригинал-макета заказчика
в Республиканском унитарном предприятии
"Издательский центр Белорусского государственного университета".
Лицензия ЛП № 461 от 14.08.2001.
220030, Минск, ул. Красноармейская, 6.