

Исследование пропускной способности системы множественного асинхронного доступа с пороговым приемом

Грошев Ф.В.
ИППИ РАН
groshev@iitp.ru

Осипов Д.С.
ИППИ РАН
d_osipov@iitp.ru

Аннотация

В работе рассматривается система множественного доступа, в которой несколько пользователей передают информацию одному из пользователей по каналу, разбитому при помощи технологии OFDM на множество подканалов, причем передача является асинхронной и некоординированной.

Исследуется изменение пропускной способности в зависимости от числа активных пользователей при фиксированном уровне шума. Полученные в работе результаты могут быть использованы для оценки верхней границы числа активных пользователей в такой системе.

1. Введение

Данная система интересна, потому что последние годы растет число пользователей, а число каналов, которыми они располагают ограничено.

Эта система так же хороша для защиты от прослушивания. Пример новой модели такой системы рассмотрен в [3].

Для такой системы возникает важный вопрос - это пропускная способность и зависимость ее от параметров системы. Особенно важно исследование зависимости пропускной способности от числа активных пользователей, так как она позволяет определить максимальное число активных пользователей, которые могут одновременно работать в системе. Такое исследование также позволит определить момент, когда система начнет отклонять заявки от новых пользователей и оценить необходимую избыточность кодирования.

Основная задача данной работы исследовать изменение пропускной способности описанной системы в зависимости от числа активных пользователей при фиксированном уровне шума.

1. Описание системы

Рассмотрим систему множественного доступа [3], в которой K активных пользователей передают информацию на приемное устройство пользователя по каналу, разбитому с помощью технологии OFDM на Q частотных подканалов, причем передача является асинхронной и не координированной (последнее означает, что ни один из пользователей не располагает информацией о других парах пользователей, но взаимодействующая пара пользователей синхронизирована). Рассмотрим передачу q -ичного символа одним из пользователей. Генератор номеров подканалов случайным образом выбирает из всего множества Q доступных для передачи подканалов q подканалов, которые рассматриваемый пользователь может использовать для передачи этого символа. Каждому из подканалов ставится в соответствие один из q символов.

При передаче некоторого символа по подканалу, соответствующему передаваемому символу, передается сигнал, амплитуда которого выбирается таким образом, чтобы амплитуда сигнала от данного пользователя на приемном конце была равна некоторому заранее заданному значению (в дальнейшем без ограничения общности мы будем предполагать, что амплитуда каждого из сигналов на приемном конце равна единице). Заметим, что предположение о равенстве амплитуд на приемном конце означает, что в системе используется идеальный механизм контроля мощности.

Приемник рассчитывает проекции сигнала из каждого подканала на направление, задаваемое фазой, которую имел бы сигнал от рассматриваемого пользователя в бесшумном канале (здесь и далее мы будем предполагать, что приемнику известны фазовые характеристики всех подканалов). Приемник сравнивает вычисленные проекции с некоторым порогом.

В случае, если на приемнике превышение порога регистрируется лишь по одному из

подканалов, принимается символ, поставленный в соответствие тому из подканалов, для которого было зарегистрировано превышение порога. В противном случае принимается решение о стирании. В случае, если принят символ, отличный от переданного, говорят об ошибке.

Вероятности ошибок и стираний зависят от фонового шума и от числа активных пользователей.

Описанную систему можно рассматривать как q -й дискретный канал со стираниями без памяти, в котором стирания и ошибки происходят независимо (см. рис.1).

2. Описание канала передачи

Пусть p_e - вероятность ошибки в канале, p_x - вероятность стирания в канале, q - число подканалов, которые доступны пользователю.

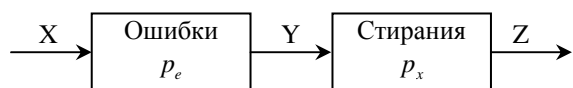


Рис.1 Структура канала передачи

Такое представление канала соответствует физической реализации описанной системы, т.к. ошибки происходят во время передачи, а стирания вносятся в приемном устройстве. В дальнейшем будем считать пропускную способность системы как пропускную способность такого канала.

Рассматриваемый канал является симметричным в терминах [1], где под симметричным каналом понимается следующее:

Определение 1. Дискретный канал без памяти называется симметричным, если множество выходов может быть разбито на подмножества таким образом, что для каждого подмножества матрица переходных вероятностей (используя входы как строки и выходы подмножества как столбцы) обладает тем свойством, что каждая строка является перестановкой любой другой строки и каждый столбец (если их больше чем один) является перестановкой любого другого столбца.

Схематическая диаграмма состояний канала для $q = 4$ (см. рис. 2).

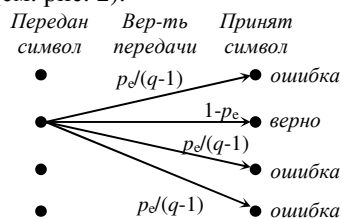


Рис.2 Диаграмма состояний симметричного канала

2. Формула пропускной способности

Обозначим пропускную способность канала с ошибками за C , пропускную способность канала с ошибками и стираниями $C(e)$, причем $C(0) = C$. Тогда согласно [2]:

$$C(e) = C - p_x \cdot C \quad (1)$$

Пропускная способность q -го канала с ошибками может быть найдена как:

$$C = \log(q) - H,$$

$$\text{где } H = - \left[(1 - p_e) \log(1 - p_e) + \frac{p_e}{q-1} \log \frac{p_e}{q-1} (q-1) \right]$$

Таким образом, можно выписать интересующую пропускную способность

$$C(e) = [\log_2 q + (1 - p_e) \log_2(1 - p_e) + p_e \log_2 p_e - p_e \log_2(q-1)] \cdot (1 - p_x) \quad (2)$$

где $C(e)$ пропускная способность исследуемого канала на бит. Откуда пропускная способность на символ равна

$$C_s = \frac{C}{\log_2 q}. \quad (3)$$

3. Моделирование вероятностей ошибок и стираний

Для вычисления пропускной способности рассматриваемого канала и системы воспользуемся формулой (3). Для этого проведем моделирование вероятностей p_e и p_x . Структура модели представлена на рис.3.

По окончании работы модели вероятности p_e и p_x вычисляются из счетчиков ошибок и стираний. Модель была реализована в среде MATLAB.

4. Результаты моделирования

Значения основных параметров: диапазон изменения числа активных пользователей K от 10 до 300, алфавит $q = 4$, общее число подканалов $Q = 4096$ и диапазон изменения отношения сигнал/шум от 8 до 12 дБ.

Для детектирования принятого символа использовался жесткий порог. В работе [3] приведено уравнение, позволяющее вычислить величину оптимального (в смысле максимума апостериорной вероятности) порога, используемого приемником в указанной системе:

$$\frac{p(y|1)}{p(y|0)} - q + 1 = 0, \text{ где } L = \frac{p(y|1)}{p(y|0)} - \text{отношение}$$

правдоподобия, $p(y|1)$ - условная вероятность принятия y при условии, что было послано 1.



Рис.3 Блок схема модели

Величина порога \hat{y} получена из этого уравнения численными методами с использованием специализированных программных пакетов.

При моделировании рассматривались коллизии (в терминах [3]) кратности два. В работе [3] показано, что вероятность коллизий большей кратности в такой системе существенно меньше, чем вероятность коллизии кратности два.

Результаты моделирования представлены на рис.4,5.

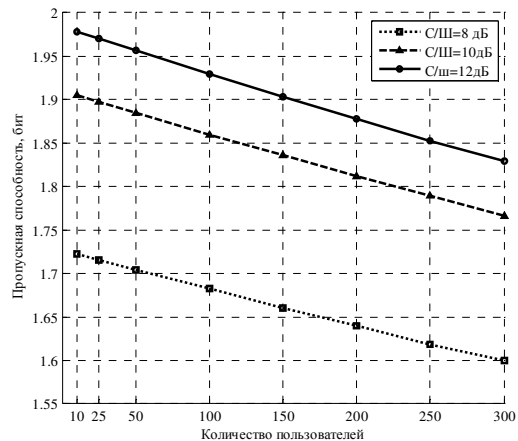


Рис.4. Пропускная способность, бит

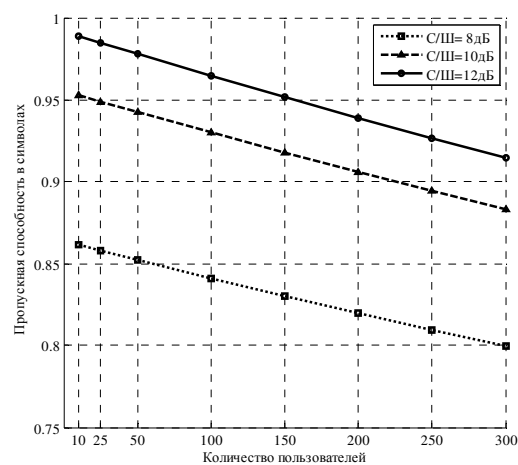


Рис. 5 Пропускная способность в символах $q = 4$

5. Заключение

В работе исследовано изменение пропускной способности описанной системы в зависимости от числа активных пользователей при фиксированном уровне шума. Из полученных результатов видно, что пропускная способность с ростом пользователей уменьшается практически линейно. При увеличении количества пользователей с 10 до 300 пропускная способность на символ падает на 7% при 10дБ. Это хороший показатель устойчивой работы системы.

Пропускная способность в битах определяет информационную скорость передачи. Например, для 50 пользователей при отношении сигнал шум 10 дБ пропускная способность в битах равна 1,885. В канале без шума, при таких же параметрах, она равна 2 бита.

Пропускная способность в символах определяет нижнюю границу для избыточности кода. Например, для 50 пользователей при отношении сигнал шум 10 дБ пропускная

способность в символах ($q = 4$) равна 0.9426. Это означает, что в такой системе не могут использоваться коды с избыточностью менее $1 - C_s$, т.е. менее 6%.

6. Благодарности

Авторы выражают глубокую признательность Зяблову В.В. за неоценимую помощь при подготовке работы.

7. Литература

- [1] Галлагер Р., *Теория информации и надежная связь*, Советское радио, Москва, 1974.
- [2] S. Verdu, T. Weissman, "The Information Lost in Erasures", *IEEE Transactions On Information Theory*, IEEE, USA, VOL. 54, #11, pp. 5030-5058, November 2008.
- [3] В. Зяблов, Д.Осипов, "Об оптимальном выборе порога в системе множественного доступа, основанной на перестроении ортогональных частот", *Проблемы Передачи Информации*, ИППИ РАН, Москва, Том 44, Вып.2, 2008.