

VII Международная конференция

**ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

**Optimization Problems and Their Applications
(ОРТА-2018)**

Омск, 8 - 14 июля 2018 г.

Тезисы докладов



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ им. С. Л. СОБОЛЕВА
ОМСКИЙ ФИЛИАЛ
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф. М. ДОСТОЕВСКОГО

**ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

**OPTIMIZATION PROBLEMS
AND THEIR APPLICATIONS
(ОРТА-2018)**

Тезисы докладов VII Международной конференции
(Омск, Россия, 8–14 июля 2018 г.)

Памяти профессора А. А. Колоколова



2018

УДК 519.72
ББК 65в6я43
П781

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *А. И. Задорин*,
канд. физ.-мат. наук, доц. *И. А. Латыпов*

Редакционная коллегия:

С. В. Белим (пред.), А. В. Адельшин, А. В. Еремеев, Г. Г. Забудский,
Л. А. Заозерская, В. П. Ильев, Ю. В. Коваленко, Т. В. Леванова,
А. А. Романова (отв. ред.), В. В. Сервах

П781 Проблемы оптимизации и их приложения = Optimization Problems and Their Applications (OPTA-2018) : тезисы докладов VII Международной конференции (Омск, Россия, 8–14 июля 2018 г.) : памяти проф. А. А. Колоколова / [редкол.: С. В. Белим (пред.) и др. ; отв. ред. А. А. Романова]. – Омск : Изд-во Ом. гос. ун-та, 2018. – 149 с.

ISBN 978-5-7779-2242-7

Представлены исследования известных специалистов и молодых ученых по следующим направлениям: математическое программирование; дискретная оптимизация; исследование операций; проблемы оптимизации в анализе данных, машинном обучении и распознавании образов; приложения методов оптимизации в экономике, управлении, проектировании, биологии, образовании; параллельные вычисления для ускорения решения задач оптимизации; метаэвристики и методы локального поиска.

Для ученых, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов, специализирующихся по прикладной математике, в том числе в области оптимизации и исследования операций.

УДК 519.72
ББК 65в6я43

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Омского государственного университета им. Ф. М. Достоевского
и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-01-20041-г)

Адрес оргкомитета конференции:
644099, Россия, Омск, ул. Певцова, 13, Институт математики им. С. Л. Соболева, Омский филиал
E-mail: opta2018@yandex.ru Тел.: (3812) 23-67-39
<http://opta18.oscsbras.ru/>

VII Международная конференция ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

- Российское общество исследования операций
- Омский научный центр СО РАН
- Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН
- Высшая школа экономики, Нижний Новгород
- Новосибирский государственный университет
- Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского
- Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН
- Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет
- Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН
- Омская государственная областная научная библиотека им. А. С. Пушкина

О конференции

Данная конференция проходит в Омске в седьмой раз. В этом году она посвящена памяти профессора Александра Александровича Колоколова, который на протяжении 20 лет был ее бессменным руководителем. Предшествующие конференции проводились в 1997, 2003, 2006, 2009, 2012 и 2015 гг. и именовались «Проблемы оптимизации и экономические приложения».

В настоящее время под обновленным названием «Проблемы оптимизации и их приложения» (Optimization Problems and Their Applications – ОРТА) это мероприятие входит в серию международных конференций, проходящих в сибирском, уральском и дальневосточном регионах России и посвященных широкому кругу вопросов исследования операций, математического программирования, дискретной оптимизации и их приложений. Целями данных форумов являются ознакомление с последними достижениями в области математического программирования и исследования операций, обсуждение актуальных проблем, возникающих в этих областях. Это способствует обоснованному выбору направлений научной деятельности, росту публикационной активности, расширению контактов российских и зарубежных ученых.

Program Committee

- Alekseeva E., Dr., Colisweb Company, Lille, France
- Bagirov A., Prof., Dr., Federation University Australia, Ballarat, Australia
- Bampis E., Prof., Dr., University Pierre et Marie Curie, Paris, France
- Battaia O., Prof., Dr., ISAE-Supaero, Toulouse, France
- Belim S., Prof., Dr., Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia
- Beresnev V., Prof., Dr., Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
- van Bevern R., Dr., Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia
- Bykova V., Prof., Dr., Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia
- Dang D.-C., Dr., University of Nottingham, Nottingham, UK
- Davidovic T., Prof., Dr., Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia
- Dempe S., Prof., Dr., Freiberg University of Mining and Technology, Freiberg, Germany
- Dolgui A., Prof., Dr., IMT Atlantique, Nantes, France
- Edilkhan A., Prof., Dr., Institute of Information and Computational Technologies of MES of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan
- Eremeev A., Dr., Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia (chair)
- Fidanova S., Institute of Information and Communication Technologies of BAS, Sofia, Bulgaria
- Gimadi E., Prof., Dr., Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
- Grigoriev A., Prof., Dr., Maastricht University, Maastricht, The Netherlands
- Gurevsky E., Dr., University of Nantes, Nantes, France
- Jansen K., Prof., Dr., University of Kiel, Kiel, Germany
- Kalashnikov V., Prof., Dr., Tecnologico de Monterrey, Nuevo Leon, Mexico
- Kalyagin V., Prof., Dr., Higher School of Economics, Nizhny Novgorod, Russia
- Karpov V., Prof., Dr., Institute of Economics and Industrial Engineering of SB RAS, Omsk, Russia
- Kel'manov A., Dr., Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
- Khachay M., Prof., Dr., N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of UB RAS, Yekaterinburg, Russia (co-chair)
- Khamisov O., Prof., Dr., Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Russia
- Kochetov Yu., Prof., Dr., Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia (co-chair)
- Kovalyov M., Prof., Dr., United Institute of Informatics Problems of NAS of Belarus, Minsk, Belarus

Kotov V.M., Prof., Dr., Belarusian State University, Minsk, Belarus
Lehre P.K., Prof., Dr., University of Birmingham, Birmingham, UK
Lin B., Prof., Dr., National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan
Maniezzo V., Prof., Dr., University of Bologna, Cesena, Italy
Mazalov V., Prof., Dr., Institute of Applied Mathematical Research of KRC RAS,
Petrozavodsk, Russia
Mladenovic N., Prof., Dr., Mathematical Institute of SASA, Belgrade, Serbia
Neumann F., Prof., Dr., The University of Adelaide, Adelaide, Australia
Niedermeier R., Prof., Dr., Technical University of Berlin, Berlin, Germany
Novikov D., Prof., Dr., V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow,
Russia
Nurminski E., Prof., Dr., Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia
Pardalos P., Prof., Dr., Higher School of Economics, Nizhny Novgorod, Russia,
University of Florida, Gainesville, USA (co-chair)
Raha S., Prof., Dr., Indian Institute of Science, Bengaluru, India
Reeves C., Prof., Dr., Coventry University, Coventry, UK
Rudakov K., Prof., Dr., Federal Research Center “Informatics and Control” of RAS,
Moscow, Russia
Shakhlevich N., Prof., Dr., University of Leeds, Leeds, UK
Sifaleras A., Prof., Dr., University of Macedonia, Thessaloniki, Greece
Strekalovsky A., Prof., Dr., Matrosov Institute for System Dynamics and Control
Theory of SB RAS, Irkutsk, Russia
Strusevich V., Prof., Dr., University of Greenwich, Greenwich, UK
Sviridenko M., Dr., Yahoo Research, New York, USA
Tseveendorj I., Prof., Dr., Universite de Versailles-Saint Quentin en Yvelines,
Versailles, France
Tsoy Y., Dr., Solidware, Seoul, Republic of Korea
Valeeva A., Prof., Dr., Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia
Vasil’ev V., Prof., Dr., Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk,
Russia
Yao X., Prof., Dr., Southern University of Science and Technology (SUSTech),
Shenzhen, China
Zabotin I., Prof., Dr., Kazan Federal University, Kazan, Russia

Организационный комитет

Адельшин А.В., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Борисовский П.А., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Гнусарев А.Ю., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Еремеев А.В., ОФ ИМ СО РАН, Омск (председатель Оргкомитета)
Ерзин А.И., ИМ СО РАН, Новосибирск
Забудский Г.Г., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Заозерская Л.А., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Иванова Н.В., ОФ ИМ СО РАН, Омск (секретарь конференции)
Ильев В.П., ОмГУ, Омск
Коваленко Ю.В., ИМ СО РАН, Новосибирск
Кочетов Ю.А., ИМ СО РАН, Новосибирск
Кочетова Н.А., ИМ СО РАН, Новосибирск
Кузнецов П.А., ОмГУ, Омск
Леванова Т.В., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Медведев Т.В., ВШЭ, Нижний Новгород
Моршинин А.В., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Попов Л.Д., ИММ УрО РАН, Екатеринбург
Пяткин А.В., ИМ СО РАН, Новосибирск
Романова А.А., ОмГУ, Омск
Сервах В.В., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Сергиенко Т.А., ОмГУ, Омск
Соловьев А.А., СибАДИ, Омск
Тюнин Н.Н., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Циглер И.А., ОФ ИМ СО РАН, Омск
Черных К.А., ОФ ИМ СО РАН, Омск

COMBINATORIAL TECHNIQUES TO OPTIMALLY CUSTOMIZE MACHINING/ASSEMBLY LINES

A. B. Dolgui

IMT Atlantique, Nantes, France
alexandre.dolgui@imt-atlantique.fr

Keywords: machining lines, assembly lines, line design, line balancing, combinatorial optimization, MIP, graph theory, metaheuristics, heuristics.

Problems of combinatorial design of complex machining/assembly lines are considered. Operations are partitioned into groups which are performed either by a team of workers for manual lines or by a piece of equipment for automated lines (for example by a multi-spindle head). Constraints related to the design of worker teams or spindle heads, working position and line configurations, as well as precedence constraints related to operations, are given. Such problems consist in minimizing the estimated cost of the corresponding machining/assembly line, while reaching a given cycle time and satisfying all constraints. A decision support system is developed. Several optimisation methods were implemented: MIP formulation, a constrained shortest path approach, Branch and Bound techniques, metaheuristics and heuristics. The developed decision-aid software tool is presented. Industrial examples are reported for different types of lines.

PQSQ POTENTIALS AND TROPIC METHODS
IN MACHINE LEARNING

A. N. Gorban

University of Leicester, Leicester, UK
ag153@le.ac.uk

Keywords: machine learning, theory of PQSQ potentials.

We develop a new machine learning framework (theory and application) allowing one to deal with arbitrary error potentials of not-faster than quadratic growth, imitated by piece-wise quadratic function of subquadratic growth (PQSQ error potential). This universal framework is able to deal with a large family of error potentials. We exploit the fact that finding a minimum of a piece-wise quadratic function, or, in other words, a function which is the minorant of a set of quadratic functionals, can be almost as computationally efficient as optimizing the standard quadratic potential. The theory of PQSQ potentials uses $\min, +$ algebras and can be considered as a part of tropical mathematics.

NEW APPROACHES FOR MULTIPROCESSOR SCHEDULING
PROBLEM WITH INCOMPLETE INFORMATION

V. M. Kotov

Belarusian State University, Minsk, Belarus
kotovvm@yandex.by

Keywords: combinatorial optimization, multiprocessor scheduling.

Combinatorial optimization problems come with various paradigms on how an instance is revealed to a solving algorithm. The very common offline paradigm assumes that the entire instance is known in advance. On the opposite end, one can deal with the pure online scheme, where the instance is revealed part by part, unpredictable to the algorithm, and no further knowledge on these parts is assumed. In between these two extremes, and also highly relevant for many practical applications, are semi-online paradigms, where at least some characteristics of the instance in general are assumed to be known, for example, the total instance size or distributions of some internal values. The well-known classical multiprocessor scheduling problem is a fundamental and well-investigated scheduling problem both in the offline and the online setting. A set of n independent jobs is to be processed on m parallel machines in order to minimize the makespan. We present some approaches such as bunch techniques, a dynamic discrete lower bound and other priority rules. These approaches allow to design online and semi online algorithms with the best known worst-case performances.

OPTIMIZATION, MODELING, AND DATA SCIENCES FOR SUSTAINABLE ENERGY SYSTEMS

P. Pardalos

University of Florida, Gainesville, USA
pardalos@ufl.edu

Keywords: energy systems, optimization.

For decades, power systems have been playing an important role in humanity. Industrialization has made energy consumption an inevitable part of daily life. Due to our dependence on fuel sources and our large demand for energy, power systems have become interdependent networks rather than remaining independent energy producers. This talk will focus on the problems arising in energy systems as well as recent advances in optimization, modeling, and data sciences techniques to address these problems. Among the topics to be discussed are emission constrained hydrothermal scheduling, electricity and gas networks expansion, as well as reliability analysis of power grid.

Bibliography

1. Bjorndal, E., Bjorndal, M., Pardalos, P.M., Ronnqvist, M.: Energy, Natural Resources and Environmental Economics. Springer (2010)
2. Zheng, Q.P., Rebennack, S., Pardalos, P.M., Iliadis, N., Pereira, M.: Handbook of CO₂ in Power Systems. Springer (2012)
3. Rassaia, S.T., Pardalos, P.M.: Cities for Smart Environmental and Energy Futures. Springer (2013)
4. Pardalos, P.M., Rebennack, S., Pereira, M.V.F., Iliadis, N.A., Pappu, V.: Handbook of Wind Power Systems. Springer (2014)
5. Eksioglu, S., Rebennack, S., Pardalos, P.M.: Handbook of Bioenergy: Bioenergy Supply Chain – Models and Applications. Springer (2015)
6. Rebennack, S., Pereira, M.V.F., Pardalos, P.M.: Stochastic Hydro-Thermal Scheduling under CO₂ Emissions Constraints. IEEE Transactions on Power Systems 27(1), 58–68 (2012)
7. Rahmani, M., Vinasco, G., Rider, J.M., Romero, R., Pardalos, P.M.: Multistage Transmission Expansion Planning Considering Fixed Series Compensation Allocation. IEEE Transactions on Power Systems 28(4), 3795–3805 (2013)
8. Resener, M., Hanera, S., Pereira, L.A., Pardalos, P.M.: Mixed-Integer LP Model for Volt/var Control and Energy Losses Minimization in Distribution Systems. Electric Power Systems Research 140, 895–905 (2016)
9. Boroojeni, K.G., Amini, M.H., Iyengar, S.S., Rahmani, M., Pardalos, P.M.: An Economic Dispatch Algorithm for Congestion Management of Smart Power Networks – An Oblivious Routing Approach. Energy Systems 8(3), 643–667 (2017)

ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ

ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ДЛЯ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧИ КОНКУРЕНТНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЙ С ПРЕДПИСАННЫМ ВЫБОРОМ ПОСТАВЩИКОВ*

В. Л. Береснев¹, А. А. Мельников²

^{1,2} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,2} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹beresnev@math.nsc.ru, ²melnikov@math.nsc.ru

Ключевые слова: модели конкурентного размещения, игра Штакельберга, верхняя граница.

Рассматривается математическая модель, относящаяся к семейству моделей конкурентного размещения предприятий, построенных на основе игры Штакельберга, в которой две соперничающие стороны последовательно открывают свои предприятия, стремясь “захватить” потребителей и получить наибольшую прибыль. В рассматриваемой ниже задаче конкурентного размещения предприятий (CompFLP) используется правило предписанного выбора поставщиков, при котором для обслуживания захваченного потребителя выбирается наиболее предпочтительное для данного потребителя открытое сторонами предприятие.

Задача CompFLP с предписанным выбором поставщиков рассматривалась в [1]. Для этой задачи предложен способ вычисления верхней границы оптимума для случая, когда доход, получаемый от обслуживания потребителя, не убывает относительно предпочтений данного потребителя.

В настоящей работе предлагается способ построения оценочных задач и вычисления верхних границ для задачи CompFLP с предписанным выбором поставщиков в общем случае. Способ основывается на использовании задачи НРР (high-point problem), получаемой из задачи CompFLP исключением из нее требования оптимальности решения задачи нижнего уровня. Основной результат состоит в построении семейства дополнительных ограничений для усиления задачи НРР, выполняемых для допустимых решений исходной задачи CompFLP и “стимулирующих” переменные задачи нижнего уровня принимать оптимальные значения.

Список литературы

1. Береснев, В.Л., Мельников, А.А.: Алгоритм ветвей и границ для задачи конкурентного размещения предприятий с предписанным выбором поставщиков. Дискр. анализ и исслед. опер. 21(2), 3–23 (2014)

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 17-11-01021).

О ЗАДАЧЕ RANDOM MST С ВЕРХНИМ ОГРАНИЧЕНИЕМ НА ДИАМЕТР ОСТОВА*

Э. Х. Гимади¹, А. М. Истомина², Е. Ю. Шин³

^{1,2,3} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ gimadi@math.nsc.ru, ² alexeyistomin@gmail.com, ³ katherine15963@gmail.com

Ключевые слова: минимальное остовное дерево, граф, алгоритм, приближенный, точность, условия асимптотической точности, полиномиальный.

Пусть задан полный неориентированный граф $G_n = (V, E)$ с множеством вершин $V = \{1, \dots, n\}$, в котором каждому ребру $e = (i, j) \in E$ приписана стоимость (вес) $w_{ij} \geq 0$, $1 \leq i < j \leq n$.

Задача заключается в нахождении в графе G_n остовного дерева D_n минимального веса при условии ограниченности его диаметра. Под диаметром искомого подграфа $G' \in G$ понимается длина максимальной, относительно числа ребер, простой цепи в G' . В общем случае данная задача является *NP*-трудной.

В работах [1; 2] эта задача рассматривалась при ограничении на диаметр снизу. В настоящем сообщении предлагается приближенный алгоритм с учетом верхнего ограничения на диаметр искомого остовного дерева.

Алгоритм решения задачи с верхним ограничением на диаметр остова.

Пусть \hat{d} — ограничение сверху на диаметр искомого дерева.

1. Строим цепь $C(\hat{d}) = (i_1, i_2, \dots, i_{\hat{d}+1})$ из \hat{d} ребер. Вначале в качестве i_1 берем произвольную вершину графа и полагаем $C(0) = (i_1)$. Когда построена цепь $C(k)$, $k \leq \hat{d}$, в качестве i_{k+1} берется вершина вне цепи $C(k)$, ближайшая к i_k .

2. Каждую вершину вне цепи $C(\hat{d})$ соединяем кратчайшим ребром с вершиной, лежащей внутри цепи $C(\hat{d})$. В итоге построено остовное дерево с диаметром, не превышающим \hat{d} .

В докладе предполагается доложить результаты вероятностного анализа работы алгоритма квадратичной трудоемкости на случайных входах, рассматриваемых в предыдущих работах с нижним ограничением на диаметр.

Список литературы

1. Гимади, Э.Х., Сердюков, А.И.: Об одном алгоритме нахождения минимального остова с ограниченным снизу диаметром. Дискретный анализ и исследование операций Сер. 1, 7(2), 3–11 (2000)
2. Гимади, Э.Х., Шин, Е.Ю.: Вероятностный анализ алгоритма нахождения в графе минимального остовного дерева с ограниченным снизу диаметром. Дискретный анализ и исследование операций 22(4), 5–20 (2015)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 16-11-10041).

О ЗАДАЧЕ РАЗМЕЩЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ПРОПУСКНЫЕ СПОСОБНОСТИ И ОБЪЕМЫ ПРОИЗВОДСТВА

Э. Х. Гимади¹, А. А. Курочкина², Е. А. Нагорная³, О. Ю. Цидулко⁴

^{1,4} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,3,4} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

² Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск, Россия

¹ gimadi@math.nsc.ru, ² a.potapova@ngs.ru, ³ nitem91@yandex.ru, ⁴ tsidulko.ox@gmail.com

Ключевые слова: задача размещения, цепь, дерево, полиномиальный алгоритм, псевдополиномиальный алгоритм.

В классической NP-трудной задаче размещения (Facility Location Problem, FLP) задан n -вершинный граф $G(V, E)$, в каждой вершине $i \in V(G)$ находится пункт с объемом спроса $b(i)$ и возможно открытие предприятия стоимостью $f(i)$. Для каждого ребра $e \in E(G)$ известна стоимость $c(e)$ транспортировки единицы товара вдоль e . Требуется разместить предприятия таким образом, чтобы удовлетворить спрос и минимизировать суммарные издержки, связанные с транспортировкой товаров и открытием предприятий.

В докладе рассматриваются следующие естественные модификации задачи FLP. Задача, где объем производства на предприятии, открытом в i -й вершине, не превосходит заданной величины $a(i)$, в литературе известна как Capacitated FLP (CFLP). Задачу с дополнительными ограничениями на пропускную способность ребер графа будем называть Restricted FLP (RFLP). Соответственно, задачу с дополнительными ограничениями обоих типов назовем Restricted Capacitated FLP (RCFLP).

Предлагается точный псевдополиномиальный алгоритм решения задачи RCFLP для случая, когда исходный граф – дерево. Для двух случаев задачи RFLP на линейном графе, где каждый клиент должен быть обслужен ровно одним предприятием или допускается несколько предприятий, соответственно, построены точные алгоритмы с временем работы $O(n^3)$.

Список литературы

1. Gimadi, E.Kh., Kurochkina, A., Tsidulko, O.: On Exact Solvability of the Restricted Capacitated Facility Location Problem. CEUR-WS. 1987, 209–216 (2017)

О МНОГОЭТАПНОЙ ЗАДАЧЕ РАЗМЕЩЕНИЯ НА СЕТИ*

Э. Х. Гимади^{1,3}, Ю. В. Шамардин², А. С. Шевяков³^{1,2} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия^{1,3} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия¹ gimadi@math.nsc.ru, ² orlab@math.nsc.ru, ³ shevash.97@gmail.com

Ключевые слова: многоэтапная задача размещения, сеть, цепь, дерево, полиномиальный алгоритм.

1. Пусть $N = \{1, \dots, n\}$ — множество пунктов спроса; p — число этапов; $M_r \subset N$ — множество возможных пунктов размещения этапа r ; g_i^r — стоимость открытия предприятия r -го этапа в пункте $i \in M_r$; c_{ij} — затраты на транспорт единицы продукта из i в j , $i, j \in N$; b_j — объем спроса в пункте $j \in N$; $\pi = (\pi_j^r)$, где π_j^r — номер пункта размещения r -го этапа, обслуживающего спрос в пункте j ; $\pi_j^r \in M_r$, $1 \leq r \leq p$; $\pi_j^0 = j$, $j \in N$; $I^r(\pi)$ — множество открытых предприятий r -го этапа. Задача p -FLP: найти минимум функции

$$\sum_{r=1}^p \sum_{i \in I^r(\pi)} g_i^r + \sum_{j \in N} b_j \sum_{r=1}^p c_{\pi_j^r \pi_j^{r-1}} \min_{(\pi_j^r)}.$$

В общем случае задача p -FLP NP-трудна, поскольку при $p = 1$ она представляет классическую задачу размещения (FLP).

2. В работе [1] для задачи p -FLP на древовидной сети описан алгоритм с полиномиальной трудоемкостью $O(pn^3)$. Однако, этот результат следует признать неверным, поскольку он некорректен даже в простейшем случае, когда сеть представлена цепью. Это вытекает из приводимого в настоящем сообщении соответствующего контрпримера для задачи 2-FLP на цепи.

3. Приведем положительные примеры полиномиально разрешимых случаев задачи. В работе [2] для задачи размещения на цепи представлены точные алгоритмы с временной сложностью $O(m^2 n)$ (для задачи 2-FLP) и $O(pn^3)$ (для задачи p -FLP), где m — ограничение сверху на число возможных мест размещения предприятий каждого этапа. В работе [3] для задачи 2-FLP на древовидной сети построен алгоритм с трудоемкостью $O(mn^3)$.

Список литературы

1. Трубин, В.А., Шарифов, Ф.А.: Простейшая многоэтапная задача размещения на древовидной сети. Кибернетика и системный анализ 6, 128–135 (1992)
2. Гимади, Э.Х.: Эффективные алгоритмы для решения многоэтапной задачи размещения. Дискр. анализ и исслед. операций 2(4), 13–31 (1995)
3. Гимади, Э.Х., Курочкин, А.А.: Эффективный алгоритм решения двухэтапной задачи размещения на древовидной сети. Дискр. анализ и исслед. операций 19(6), 9–22 (2012)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 16-11-10041).

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ТЕОРЕМА НЭШ-ВИЛЬЯМСА О РЕБЕРНОЙ ДРЕВЕСНОСТИ ГРАФА*

А. Н. Глебов

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
angle@math.nsc.ru

Ключевые слова: граф, мультиграф, дерево, лес, факторизация, древесность, покрывающий индекс.

Известная теорема Нэш-Вильямса [1; 2] гласит, что при фиксированном целом $k \geq 1$ мультиграф $G = (V, E)$ допускает факторизацию на k лесов (раскраску множества ребер в k цветов, где ребра каждого цвета образуют лес) тогда и только тогда, когда для каждого подмножества $X \subseteq V$ порожденный подграф $G[X]$ содержит не более $k(|X| - 1)$ ребер. Нами установлено, что при некоторых дополнительных ограничениях на минимальную степень мультиграфа эту факторизацию можно выбрать таким образом, чтобы ни один из лесов не содержал изолированных вершин. Более точно, нами доказана следующая

Теорема 1 [3]: Пусть $G = (V, E)$ — мультиграф такой, что $|E(G[X])| \leq k(|X| - 1)$ для любого подмножества $X \subseteq V$, и выполнено одно из условий:

- (1) G — двудольный и $\delta(G) \geq k$;
- (2) $k = 2$ и $\delta(G) \geq 3$.

Тогда G допускает факторизацию на k лесов без изолированных вершин.

Нами показано, что обе нижние оценки на минимальную степень мультиграфа в теореме 1 являются неулучшаемыми, то есть теорема перестает быть верной при замене в оценках k на $k - 1$ или 3 на 2. Мы выдвигаем гипотезу о том, что любой граф G с минимальной степенью $\delta(G) \geq k + 1$, удовлетворяющий условию $|E(G[X])| \leq k(|X| - 1)$ для любого $X \subseteq V$, допускает факторизацию на k лесов без изолированных вершин.

Список литературы

1. Nash-Williams, C.St.J.A.: Edge-disjoint spanning trees of finite graphs. J. London Math. Soc. 36, 445–450 (1961)
2. Nash-Williams, C.St.J.A.: Decomposition of finite graphs into forests. J. London Math. Soc. 39, 12 (1964)
3. Глебов, А.Н.: Об одном уточнении теоремы Нэш-Вильямса о реберной древесности графов. Сибирские электронные математические известия (<http://semr.math.nsc.ru>) 14, 1324–1329 (2017)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 18-01-00353 и 18-01-00747).

ПОСТРОЕНИЕ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОГО ОСТОВНОГО ДЕРЕВА ОГРАНИЧЕННОГО ДИАМЕТРА*

А. И. Ерзин¹, Р. В. Плотников²

^{1,2} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ adilerzin@math.nsc.ru, ² prv@math.nsc.ru

Ключевые слова: энергоэффективное дерево, ограниченный диаметр.

Пусть задан простой неориентированный взвешенный граф $G = (V, E)$, каждому ребру $(i, j) \in E$ которого приписано два неотрицательных веса: энергоемкость c_{ij} (удельные потери энергии на поддержание связи) и задержка d_{ij} (время передачи пакета). Требуется построить остовное дерево, которое является решением следующей задачи.

$$\sum_{i \in V} \max_{j: (i,j) \in N_i(T)} c_{ij} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\max_{i,j \in V} \sum_{(p,q) \in P_{ij}(T)} d_{ij} \leq D, \quad (2)$$

где $N_i(T)$ – множество вершин смежных с вершиной i в дереве T , а $P_{ij}(T)$ – путь между вершинами i и j в дереве T .

Задача (1)–(2) возникает, когда в беспроводных сетях в целях экономии энергии требуется определить мощность каждого передатчика таким образом, чтобы получить связный граф, в котором суммарные потери энергии минимальны, а максимальная задержка ограничена сверху заданным числом D . Задача (1) NP-трудна, и ее приближенному решению посвящено множество публикаций [1]. Задаче (1)–(2) посвящено гораздо меньше работ [2].

В стандарте TDMA время разбивается на слоты таким образом, что длительность одного слота достаточна для передачи сообщения по любому ребру графа (т. е. все $d_{ij} = 1$). Для этого случая нами предложен приближенный эвристический алгоритм и проведен его апостериорный анализ, показавший высокую эффективность предложенного подхода в сравнении с лучшими известными методами.

Список литературы

1. Erzin, A., Plotnikov, R., Mladenovic, N.: Variable neighborhood search variants for Min-power symmetric connectivity problem. *Computers & Operations Research* 78, 557–563 (2017)
2. Calinescu, G., Kapoor, S., Sarwat, M.: Bounded-hops power assignment in ad hoc wireless networks. *Discrete Applied Mathematics* 154, 1358–1371 (2006)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-07-00552 и 16-37-60006).

О ЗАДАЧАХ МИНИМИЗАЦИИ СУПЕРМОДУЛЯРНЫХ ФУНКЦИЙ*

В. П. Ильев¹, С. Д. Ильева²

¹ Институт математики им. С. Л. Соболева, Омский филиал, Омск, Россия

^{1,2} Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия

¹ iljev@mail.ru, ² iljeva@mail.ru

Ключевые слова: супермодулярная функция, приближенный алгоритм, гарантированная оценка точности.

Пусть I – конечное множество, 2^I – булева решетка всех подмножеств множества I . Функция множеств $f : 2^I \rightarrow \mathbf{R}_+$ называется *супермодулярной*, если $f(X \cup Y) + f(X \cap Y) \geq f(X) + f(Y)$ для любых $X, Y \subseteq I$.

Наследственная система \mathcal{H} на множестве I может быть определена как булева решетка 2^I с выделенным семейством $\mathcal{A} \subseteq 2^I$, обладающим свойством наследственности: $(X \in \mathcal{A}, X' \subseteq X) \Rightarrow X' \in \mathcal{A}$. Множества семейства \mathcal{A} называются *независимыми*, а все остальные множества решетки 2^I – *зависимыми множествами* наследственной системы \mathcal{H} .

Рассматриваются задачи минимизации супермодулярных функций на наследственных системах, частными случаями которых являются, например, минимизационная задача о p -медиане и некоторые варианты задачи, известной как half-product problem [3]. Все рассматриваемые задачи в общем случае являются NP-трудными.

Для задачи минимизации невозрастающей супермодулярной функции, являющейся обобщением минимизационной задачи о p -медиане, доказаны гарантированные оценки точности приближенного алгоритма – дискретного аналога алгоритма наискорейшего спуска. Как следствие установлены апостериорные гарантированные оценки точности алгоритма наискорейшего спуска для общей задачи о p -медиане, в ряде случаев существенно улучшающие ранее полученные оценки [1; 2].

Список литературы

1. Ильев, В.П., Ильева, С.Д., Навроцкая, А.А.: Приближенное решение задачи о p -медиане на минимум. Журнал вычислительной математики и математической физики 56(9), 1614–1621 (2016)
2. Il'ev, V., Linker, N.: Performance guarantees of a greedy algorithm for minimizing a supermodular set function on comatroid. Eur. J. Oper. Res. 171, 648–660 (2006)
3. Kellerer, H., Strusevich, V.A.: Optimizing the half-product and related quadratic Boolean functions: approximation and scheduling applications. Ann. Oper. Res. 240, 39–94 (2016)

* Работа В. П. Ильева выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 17-11-01117).

COMPLEXITY OF BI-OBJECTIVE BUFFER ALLOCATION PROBLEM IN SYSTEMS WITH SIMPLE STRUCTURE

A. B. Dolgui¹, A. V. Ereemeev², M. Y. Kovalyov³, V. S. Sigaev⁴

¹ IMT Atlantique, Nantes, France

² Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia

³ United Institute of Informatics Problems of NAS of Belarus, Minsk, Belarus

⁴ Avtomatika-Servis LLC, Omsk, Russia

¹ alexandre.dolgui@imt-atlantique.fr, ² eremeevtmp@yandex.ru, ⁴ sigavs@mail.ru

Keywords: inventory system, throughput, capital costs, storage costs, intractability.

We consider a bi-objective optimization problem of choosing the buffers capacity in a production system of parallel tandem lines, each consisting of two machines with a single intermediate buffer. During operation of the system, the equipment stops occur due to failures and these stops are random in the moments when they arise and in their durations (see e.g. [2]). The product is accumulated in an intermediate buffer if the downstream machine is less productive than the upstream machine.

We study the complexity of exact and approximate computations of a Pareto front for the following two bi-objective problem formulations: (i) the expected revenue maximization with minimization of buffers allocation cost and (ii) the expected revenue maximization with minimization of the expected inventory costs. The expected revenue is assumed to be an increasing function of the expected throughput V of the system as in [1].

On the one hand, fully polynomial-time approximation schemes for approximation of Pareto fronts of these problems are proposed and an exact pseudopolynomial-time algorithm is suggested for the first problem in the case of integer buffer capacity costs. On the other hand, we show that both of these problems are intractable even in the case of just one tandem two-machine line.

Bibliography

1. Dolgui, A., Ereemeev, A.V., Kovalyov, M.Y., Sigaev, V.S.: Complexity of buffer capacity allocation problems for production lines with unreliable machines. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms in Operations Research* 12 (2), 155–165 (2013)
2. Dolgui, A., Ereemeev, A.V., Sigaev, V.S.: Analysis of a multicriterial buffer capacity optimization problem for a production line. *Autom. Remote Control* 78 (7), 1276–1289 (2017)

HEURISTIC ALGORITHM FOR THE MAXIMUM INDEPENDENT SET WITH ABSOLUTE ESTIMATE OF THE ACCURACY

D. N. Gainanov¹, N. Mladenović², V. A. Rasskazova³, D. Urosević⁴

¹ Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia

^{2,4} Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia

³ Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

¹ damir.gainanov@gmail.com, ² nenadmladenovic12@gmail.com,

³ varvara.rasskazova@mail.ru, ⁴ draganu@turing.mi.sanu.ac.rs

Keywords: algorithm, absolute estimate of the accuracy.

In [1] an inference algorithm for monotone Boolean functions associated with undirected graphs is developed. This algorithm can be interpreted in terms of independent sets and used to solve the classical \mathcal{NP} -hard problem.

We introduce special notions of k -vertex whose neighborhood is complete induced subgraph, and (k, m) -vertex in the neighborhood of which there are absent m edges to be complete induced subgraph. The algorithm is based on the following statement: *if the vertex v in the undirected graph $G = (V, \mathcal{E})$ is a k -vertex, then there exists the maximum independent set of vertices $S_{\max} \subseteq V$ such that $v \in S_{\max}$.* Thus, at each step, k -vertices can be included in the independent set under construction. Moreover, if at a certain step the current set of vertices is empty, then the independent set found is the maximum. Clearly, there are not always k -vertices. It can be shown that *if the vertex v is a (k, m) -vertex, then there exists a maximal independent set S such that $v \in S$ and $|S| \geq |S_{\max}| - m$.* Then (k, m) -vertices can be included in the independent set under construction, and the sum of the values of the parameter m of these vertices will be an estimate of the deviation from the optimal solution.

Obviously, the algorithm can be used to solve the dual clique problem. Note that computational experiments on complementary graphs DIMACS demonstrate good results in terms of the quantitative characteristics of the solution and the time complexity of the calculations.

Bibliography

1. Gainanov, D.N., Rasskazova, V.A.: An Inference Algorithm for Monotone Boolean Functions Associated with Undirected Graphs. Bulletin SUSU 9(3), 17–30 (2016)

A CORE HEURISTIC AND THE BRANCH-AND-PRICE METHOD FOR A BIN PACKING PROBLEM WITH A COLOR CONSTRAINT*

A. Kondakov¹, Y. A. Kochetov²

^{1,2} Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹ tyxtyxyc@mail.ru, ² jkochet@math.nsc.ru

Keywords: branch-and-price, column generation, matheuristic.

In the classical bin packing problem, a set of weighted items must be packed into the minimal number of identical bins such that the sum of weights of items in each bin does not exceed the bin's capacity. In this paper, we continue to study a new variant of the bin packing problem with a color constraint. We assume that each item has not the weight but has some colors. The bin capacity limits the total number of colors for its items. The goal is to pack all items into the minimal number of identical bins such that the total number of colors in each bin does not exceed the bin capacity. It is NP-hard problem in the strong sense and the classical bin packing problem can be reduced to it.

We design the branch-and-price method for this problem based on the large-scale reformulation. Following this framework, column generation procedure is implemented and additional stabilization constraints are added to speed up convergence of the procedure. A hybrid VNS matheuristic with large neighborhoods is used for solving the pricing problem. To obtain upper bounds, we consider the set of generated columns as a core of this problem and apply commercial solver (GUROBI) to this core. We illustrate this useful idea in computational experiments for instances with the number of items up to 250. The core heuristic has found optimal solutions for all test instances if each item has a random subset of colors. Moreover, integrality gap is 0 for this case. Lower bound coincide with upper bound in the root of branching tree and such random instances are easy for our approach. Therefore, we design a set of difficult instances based on the following rule: all items have the same number of colors and each color is used in the same number of items. For such regular instances, the integrality gap is positive, up to 20%, the branching tree is nontrivial and the running time increases rapidly if dimension grows. Nevertheless, the core heuristic produces optimal or near optimal solutions with minimal deviation from the optimal value.

* This research was supported by RFBR grant 18-07-00599.

A NEW MODEL OF COMPETITIVE LOCATION AND PRICING
WITH UNIFORM SPLIT OF THE DEMAND[★]A. V. Kononov¹, A. A. Panin², A. V. Plyasunov³^{1,2,3}Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia¹alvenko@math.nsc.ru, ²arteam1897@gmail.com, ³apljas@math.nsc.ru**Keywords:** competitive location, pricing, split demand, complexity.

In this work a new optimization model of competitive facility location and pricing is introduced. This model is the extension of the well-known $(r|p)$ -centroid problem [1]. In the model two companies compete for the clients demand. Each client has a finite budget and finite demand. First, the company-leader determines location of p facilities. Taking into account the location of the leader's facilities, the company-follower determines location of r own facilities. After that, each company assigns price for each client by two manner. In the first manner, the company set the price at which the competitor cannot entice the client. In the second manner both companies divide the client demand in two and assign maximal prices. The goal is to determine location of leader's facilities and set prices in which the total income of the leader is maximal. The simplified model was considered in [2].

The results of the computational complexity of the model are presented. A few number of special cases are considered. These cases can be divided into three categories: 1) polynomially solvable problems; 2) NP -hard problems; 3) problems related to the second level of the polynomial hierarchy. In finally, the complexity of the *minmax-2-Sat* problem is discussed. It is known, that $\exists\forall 2$ -Sat problem is polynomially solvable and $\exists\forall 3, 4$ -Sat problem is Σ_2^P -hard [3]. In this work NP -hardness of the *minmax-2-Sat* problem is proved.

Bibliography

1. Hakimi, S.L.: On locating new facilities in a competitive environment. *European J. Oper. Res.* 12, 29–35 (1983)
2. Panin, A., Pashchenko, M., Plyasunov, A.: Bilevel competitive facility location and pricing problems. *Automation and Remote Control* 75(4), 715–727 (2014)
3. Davydov, I., Kochetov, Yu., Plyasunov, A.: On the complexity of the $(r|p)$ -centroid problem in the plane. *TOP* 22(2), 614–623 (2014)

* This research was supported by RFBR grant 16-07-00319.

ON LIST INCIDENTOR (k, l) -COLORING OF MULTIGRAPHS OF EVEN DEGREE IN THE CASE OF LARGE l^*

A. V. Pyatkin¹, E. I. Vasilyeva²

¹ Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

^{1,2} Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

¹ artempyatkin@gmail.com, ² ekaterinavasilyeva93@gmail.com

Keywords: incidentor, list coloring, (k, l) -coloring.

In a directed multigraph $G = (V, E)$ a pair (u, e) consisting of a vertex u and an arc e incident with this vertex is called an *incidentor*. It is convenient to treat an incidentor as a half of an arc e adjoining the vertex u . A *coloring* of some incidentor set is a mapping from this set to the set of colors (positive integers). An incidentor coloring is called *proper* if adjacent (adjoining the same vertex) incidentors are colored in different colors.

A proper incidentor coloring is a (k, l) -coloring if the difference between the colors of final and initial incidentors of each arc is at least k and at most l . In a *list coloring*, for every arc a set of admissible colors is given; so, both incidentors of this arc must be colored only by admissible colors. In general case, a list chromatic number is a minimum cardinality of a set of admissible colors for each arc such that the list coloring exists. But in case of incidentor (k, l) -coloring (where $k > 0$) such definition is senseless; therefore, there is an additional requirement that the set of admissible colors of every arc is an interval of integers. So, a *list incidentor (k, l) -chromatic number* is the minimum t such that for any assignment of admissible colors intervals of length at least t for the arcs there exists a (k, l) -coloring of incidentors using only admissible colors. We denote this number by $\chi_{k,l}^{list}(G)$. This notion was introduced in [1] where bounds for $\chi_{k,l}^{list}(G)$ were proved for the multigraphs of maximum degree 2 and 4. The main result of this paper generalizes some of these bounds for an arbitrary even maximum degree:

Theorem. *For every multigraph of even degree Δ and $l \geq k + \Delta/2$ the bound*

$$\chi_{k,l}^{list}(G) \leq 2k + 2\Delta - l - 1$$

holds.

Bibliography

1. Vasil'eva, E.I., Pyatkin, A.V.: On list incidentor (k, l) -coloring. Journal of Applied and Industrial Mathematics 11(1), 125–129 (2017). doi: 10.1134/S1990478917010148

* This research was supported by RFBR grant 17-01-00170.

A LAGRANGEAN HEURISTIC FOR RELIABLE P-MEDIAN PROBLEM
ON NETWORK*I. L. Vasilyev¹, A. V. Ushakov², T. V. Gruzdeva³, N. S. Maltugueva⁴^{1,2,3,4} Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory of SB RAS, Irkutsk, Russia
¹vil@icc.ru, ²aushakov@icc.ru, ³gruzdeva@icc.ru, ⁴malt-nadezhda@yandex.ru**Keywords:** fault-tolerant facility location, reliability, Lagrangean relaxation.

We consider a variant of the reliable p-median problem on a network [1]. Unlike the classical p-median problem, the objective is to find p nodes (medians) of a network, assign each non-median node (each customer j) to r_j distinct medians (facilities), and each median nodes to $r_j - 1$ other medians (facilities) so as to minimize the overall assignment cost. As an example, consider a setting where facilities are located among some remote cities, connected by a road network, in order to serve some demands of their inhabitants. Since cities are distant from one another, the cost of assigning customers to the facility located in their own city is negligible. Nevertheless, each customer has to be assigned to r_j distinct facilities, hedging against possible facility failures. If there is no facilities located in customers' own city, they have to be assigned r_j facilities located in other cities, otherwise to the facility located in their own city and $r_j - 1$ facilities in other cities. If the closest facility fails, a customer may be served by other facilities which she/he assigned to.

We develop an algorithm for solving the reliable p-median problem by carefully adapting and improving the approaches proposed in [2] for the classical p-median problem. Our algorithm is based on consecutive searching for lower and upper bounds for the optimal value. The procedure for finding lower bounds is based on a Lagrangean relaxation and a specialized effective subgradient algorithm for solving the corresponding dual problem. The information on dual variables is then utilized by core heuristic in order to determine a set of primal variables to be fixed.

Bibliography

1. Swamy, C., Shmoys, D.B.: Fault-tolerant Facility Location. *ACM Trans. Algorithms* 4(4), 1–27 (2008)
2. Avella, P., Boccia, M., Salerno, S., Vasilyev, I.: An aggregation heuristic for large scale p-median problem. *Computers and Operations Research* 39, 1625–1632 (2012)

* This research was supported by RFBR grant 18-07-01037.

OPTIMAL PLACEMENT OF RECTANGLES WITH SUBZONES ON A PLANE WITH FIXED OBJECTS*

G. G. Zabudsky¹, T. I. Keyner²

¹ Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia

¹ Financial University under the Government of the Russian Federation, Omsk branch, Omsk, Russia

² Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

¹ zabudsky@ofim.oscsbras.ru, ² volka89@yandex.ru

Keywords: allocation problem, influence zone, equivalence classes, plane, rectangles, subzone.

The article deals with the problem of placing several rectangles with subzones in a limited area of a plane with fixed objects under condition that specified criterion is satisfied. Let us consider an area on the plane with a set of points with positive weights and rectangles that must be placed in that area without intersections except for the border. This is a generalization of the work [1] the aim of which is to place one rectangle in such a way that the total weight of points in the area will be minimal.

The work [2] focused at the problem which involves allocating two rectangles without selecting subzones of influence. It is proved that analyzing a discrete subset of admissible solutions is enough for determining an optimum solution to the problem. An algorithm of generation of a such subset and integer programming model are developed. It has been proved in [3] that this subset is a set of classes of equivalent allocations. The properties of these classes are studied.

This work considers a variant of placing a rectangle with the subzone of influence. A combinatorial algorithm was developed to divide the feasible region into a finite number of classes with the aim of reducing the original continuous problem to a discrete one. The integer programming model of this setting is presented.

Bibliography

1. Drezner, Z., Wesolowsky, G.: Finding the circle or rectangle containing the minimum weight of points. *Location Science* 2(2), 83–90 (1994)
2. Zabudsky, G., Keyner, T.: Solving one location problem of the rectangles in the plane with weighted points. *Proceedings of VI International Conference on Optimization Methods and Applications*. Petrovac, Montenegro, p. 187 (2015)
3. Zabudskii, G., Keyner, T.: Optimal placement of rectangles on a plane with fixed objects. *Automation and Remote Control* 78(9), 1651–1661 (2017)

* This research was supported by RFBR grant 16-01-00740.

BRANCH AND BOUND METHOD FOR WEBER PROBLEM
WITH RECTANGULAR FACILITIES ON LINES IN THE PRESENCE
OF FORBIDDEN GAPS^{*}

G. G. Zabudsky¹, N. S. Veremchuk²

^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia

¹ Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

¹ zabudsky@ofim.oscsbras.ru, ² n-veremchuk@rambler.ru

Keywords: location problem, interconnected facilities, forbidden gaps.

The paper deals with NP-hard location problem of interconnected rectangular facilities on the lines with forbidden gaps. Consider the parallel to axes OX lines containing some fixed rectangular areas (forbidden gaps). Location in forbidden gaps is not allowed. There are rectangular facilities, whose centers are connected between themselves and with the forbidden gaps. The problem is to place the facilities on the lines outside the forbidden gaps so that they do not intersect each other and the total cost of connections between the facilities and between facilities and gaps is minimized [3].

It is known that for one line the initial continuous problem is reduced to series of discrete subproblems of smaller dimension. For finding of the local optimum of the problem it is need to solve the subproblems [1].

In this paper a review of applications, models and methods of solving the problem are described. A modification of the model for several lines from [3] is given. A branch and bounds algorithm for solving the subproblems for one line is proposed. Results of computational experiments for this algorithm, algorithm of search of the approximate solution [2] and solving of the problem using a model of integer programming and package IBM ILOG CPLEX are given.

Bibliography

1. Zabudsky, G., Veremchuk, N.: About local optimum of the Weber problem on line with forbidden gaps. Proc. DOOR 2016 (Vladivostok, Russia, September 19–23, 2016). CEUR-WS. 1623, 115–124 (2016). CEUR-WS.org, online <http://ceur-ws.org/Vol-1623/paperco17.pdf>
2. Zabudskii, G.G., Veremchuk, N.S.: An algorithm for finding an approximate solution to the Weber problem on a line with forbidden gaps. Journal of Applied and Industrial Mathematics 10(1), 136–144 (2016)
3. Zabudsky, G., Veremchuk, N.: Weber problem for rectangles on lines with forbidden gaps. IEEE Conference 2016 Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Omsk, November 15–17, 2016), 1–5 (2016)

^{*} This research was supported by RFBR grant 16–01–00740.

ТЕОРИЯ РАСПИСАНИЙ И ЗАДАЧИ МАРШРУТИЗАЦИИ

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ В МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ

В. В. Быкова¹, А. А. Солдатенко²

^{1,2} Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия

¹ bykvalen@mail.ru, ² glinckon@gmail.com

Ключевые слова: ресурсоограниченный путь, большие графы.

Задача о ресурсоограниченном кратчайшем пути в графе (Resource Constrained Shortest Path, RCSP) возникает при поиске оптимальных маршрутов в мультисервисных телекоммуникационных сетях, при этом сеть представляется ориентированным графом, вершины которого соответствуют узлам, а дуги – каналам связи. Предполагается, что всякая дуга обладает основным весом (длиной или временем прохождения), а также некоторыми дополнительными весами, отражающими потребность в ресурсах. Требуется найти кратчайший путь между двумя узлами сети, отвечающий заданным ограничениям на итоговые ресурсные затраты, необходимые для прохождения искомого пути. В общем случае задача RCSP является NP-трудной, а в случае, когда исходный ориентированный граф не содержит циклов отрицательного веса – NP-трудной в слабом смысле [1]. Возможно ее описание на языке целочисленного линейного программирования [2].

В данной работе RCSP рассмотрена для больших графов (с числом вершин более 100000), представленных в евклидовом пространстве. Разработан эвристический алгоритм, основанный на методе локального поиска и оригинальной маркировке элементов графа, предложенной в [3]. Приведены численные эксперименты, результаты которых показали высокую эффективность представленного алгоритма.

Список литературы

1. Horvath, M., Kis, T.: Solving resource constrained shortest path problems with LP-based methods. *Computers & Operations Research* 73, 150–164 (2016)
2. Pugliese, L., Guerriero, F.: A Reference Point Approach for the Resource Constrained Shortest Path Problems. *Transportation Science* 47, 247–265 (2013)
3. Быкова, В.В., Солдатенко, А.А.: Оптимальная маршрутизация по ориентирам в нестационарных сетях. *Прикладная дискретная математика* 37, 114–123 (2017)

ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ ПОЛИНОМИАЛЬНОГО
ПРИБЛИЖЕННОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ
КОММИВОЯЖЕРА НА МАКСИМУМ*

Э. Х. Гимади¹, О. Ю. Цидулко²

^{1,2} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,2} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ gimadi@math.nsc.ru, ² tsidulko.ox@gmail.com

Ключевые слова: задача коммивояжера, метрическая, евклидова, цикловое покрытие, паросочетание, приближенный алгоритм, асимптотическая точность.

В работах [1; 2] отправной точкой построения асимптотически точного алгоритма решения задачи Max-TSP в многомерном евклидовом пространстве является построение максимального взвешенного паросочетания, используемого в процессе решения в качестве "строительных лесов".

В настоящем докладе дан асимптотически точный алгоритм кубической трудоемкости с использованием в качестве исходной конструкции циклового покрытия графа $C = (C_1, C_2, \dots, C_\mu)$ максимального суммарного веса.

Если число циклов $\mu = o(n)$, то специальной процедурой циклы покрытия C склеиваются в один гамильтонов цикл, вес которого не меньше величины $(1 - \mu/n)OPT$. Это дает нам асимптотически точное решение, причем как евклидовой, так и метрической задачи Max-TSP. На этом алгоритм завершает свою работу.

В случае $\mu = O(n)$ алгоритм продолжает работу. Из каждого цикла C_i удаляются по одному минимальному ребру e_i . Формируем 2μ -вершинный подграф G' на множестве V' концевых вершин удаленных ребер. Совокупность удаленных ребер образуют максимальное паросочетание в подграфе G' . Показано, что с использованием упрощенного варианта техники работ [1; 2] цепи $C_i \setminus e_i$, $i = 1, \dots, \mu$ можно замкнуть в гамильтонов цикл, дающий асимптотически точное решение евклидовой задачи Max-TSP.

Отметим, что в отличие от [1; 2] анализ работы предложенного алгоритма не зависит от четности или нечетности размера исходного графа.

Список литературы

1. Сердюков, А.И.: Асимптотически точный алгоритм для задачи коммивояжера на максимум в евклидовом пространстве. Методы целочисленной оптимизации (Управляемые системы) 27, 79–87 (1987)
2. Гимади, Э.Х.: Новая версия асимптотически точного алгоритма решения евклидовой задачи коммивояжера. Труды XII Байкальской международной конференции. Методы оптимизации и их приложения. Том 1, С. 117–124. Иркутск (2001)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-11-10041).

ЗАДАЧА НЕСКОЛЬКИХ КОММИВОЯЖЕРОВ НА МАКСИМУМ В МНОГОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА*

Н. С. Кацурина¹, Е. Ю. Шин²

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

² Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

¹ katurina-natasha@yandex.ru, ² katherine15963@gmail.com

Ключевые слова: задача нескольких коммивояжеров, многомерное пространство, алгоритм, приближенный, асимптотическая точность.

Пусть вершинами графа являются точки конечномерного нормированного пространства, а веса ребер — расстояния между ними относительно заданной нормы. Предполагается выполнение стандартных аксиом нормы: $\|x + y\| < \|x\| + \|y\|$ для всяких векторов $x, y \in R^k$ и $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$ для любых $x \in R^k$, $\lambda \in R$.

Следуя работе [1], определим специальную метрику, в которой под углом между векторами x и y понимается расстояние между вектором $x/\|x\|$ и ближайшим к нему вектором $y/\|y\|$. При $x = \lambda y$, а также при равенстве нулю нормы одного из векторов угол между ними полагается нулю.

Для задачи одного коммивояжера на максимум в работе [1] Шенмайер на основе идей и работ [2; 3] на случай евклидова пространства изложил асимптотически точный алгоритм решения задачи на случай введенной выше метрики.

В докладе асимптотически точная разрешимость распространяется на задачу нескольких коммивояжеров с использованием техники доказательства асимптотической точности алгоритма решения задачи о нескольких коммивояжерах в многомерном евклидовом пространстве из работы [4].

Список литературы

1. Shenmaier, V.V.: Asymptotically optimal algorithms for geometric Max TSP and Max m-PSP. *Discrete Applied Mathematics* 163, Part 2, 214–219 (2014)
2. Сердюков, А.И.: Асимптотически точный алгоритм для задачи коммивояжера на максимум в евклидовом пространстве. *Методы целочисленной оптимизации (Управляемые системы)* 27, 79–87 (1987)
3. Гимади, Э.Х.: Новая версия асимптотически точного алгоритма решения евклидовой задачи коммивояжера. *Труды XII Байкальской международной конференции. Методы оптимизации и их приложения. Том 1*, С. 117–124. Иркутск (2001)
4. Бабурин, А.Е., Гимади, Э.Х.: Об асимптотической точности эффективного алгоритма решения задачи m-PSP на максимум в многомерном евклидовом пространстве. *Труды ИММ УрО РАН* 16(3), 12–24 (2010)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 16-11-10041).

АЛГОРИТМ ЛОКАЛЬНОГО ПОИСКА
ДЛЯ ЗАДАЧИ МНОГИХ КОММИВОЯЖЕРОВ
С ОГРАНИЧЕНИЕМ НА ДЛИНУ РАБОЧЕЙ СМЕНЫ*

П. А. Кононова¹, И. Н. Кулаченко²

¹ Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,2} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ p.kononova@g.nsu.ru, ² soqe.ink@gmail.com

Ключевые слова: локальный поиск с чередующимися окрестностями, многократное посещение, маршрутизация.

В работе рассматривается задача многих коммивояжеров. Она является обобщением хорошо известной задачи коммивояжера и востребована в реальных приложениях. Ее решение позволяет существенно сократить логистические издержки. В данной работе исследуется реальная задача маршрутизации торговых представителей (ТП) для обслуживания конечного множества клиентов с ограничением на длину рабочей смены. В отличие от классической задачи клиенты различаются по типам. Каждый тип задает частоту посещения ТП клиента на протяжении всего планового периода (одно посещение, два посещения или четыре посещения). Если требуется посетить клиента несколько раз, то каждый раз это должно происходить одним ТП в один и тот же день недели. Требуется составить расписание работы каждого ТП, удовлетворяющее ограничениям на длину рабочей смены и учитывающее специфику различных типов клиентов. Оптимизируются транспортные затраты и решается задача поиска минимального числа ТП, достаточного для выполнения всех работ.

Для данной задачи разрабатывается метод локального поиска с чередующимися окрестностями на языке C++. Предполагается проведение численных экспериментов на исходных данных одной российской компании с числом клиентов до 1000 и 10 ТП, плановый период — четыре недели.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-07-00513 А).

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ АВИАКОМПАНИИ*

Ю. А. Мезенцев¹, И. В. Эстрайх²

^{1,2} Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия
¹mesyan@yandex.ru, ²ive7@yandex.ru

Ключевые слова: оптимальное регулирование расписаний, назначения флота воздушных судов, критерий быстродействия, эффективный параметрический алгоритм.

Представлены оригинальные постановка и алгоритмы решения одной из прикладных задач теории расписаний. Рассматриваемая задача оптимального управления флотом авиакомпании заключается в таком оперативном регулировании расписаний, которое минимизирует потери авиакомпании от нарушений заданных графиков движения воздушных судов. Данная задача обладает NP -полнотой и не может быть решена точно для сколько-нибудь реальных размерностей [1]. Предложены модификации параметрического эффективного алгоритма ее приближенного решения, являющиеся расширениями подобного алгоритма оптимизации расписаний системы несвязанных параллельных приборов с задержками начала обслуживания по критерию быстродействия C_{\max} [2]. Приведены содержательный пример применения алгоритмов и статистика тестирования программных реализации на данных порождающей задачи [2; 3] по критерию C_{\max} .

Список литературы

1. Мезенцев, Ю.А.: Оптимизация расписаний параллельных динамических систем в календарном планировании. Информационные технологии 2, 24–33 (2008)
2. Avdeenko, T.V., Mesentsev, Y.A.: Efficient approaches to scheduling for unrelated parallel machines with release dates. IFAC-PapersOnline 49(12), 1743–1748 (2016)
3. Avdeenko, T.V., Mezentsev, Y.A., Estraikh, I.V.: Heuristic approach to unrelated parallel machines scheduling under availability and resource constraints. IFAC-PapersOnline 50(1), 13096–13101 (2017)

* Работа выполнена при финансовой поддержке российского министерства образования и науки (проект № 2.2327.2017/4.6).

АЛГОРИТМ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА

А. В. Панюков¹, Ю. Ф. Игошева²

^{1,2} Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия
¹paniukovav@susu.ru, ²yuliya.igosheva@gmail.com

Ключевые слова: задача коммивояжера, задача о назначении, граф, подстановка, перестановка, алгоритм.

Предлагается аналитическое и численное исследование следующего алгоритма для задачи коммивояжера (ЗК).

Алгоритм А_TSP (Вход: полный граф $G = (V, E)$, функция $W : E \rightarrow \mathbf{R}$;

Выход: подстановка на множестве V).

Шаг 1. Каждой вершине $v \in V$ поставить в соответствие пару вершин v_-, v_+ . Пусть $V_+ = \{v_+ : v \in V\}$, $V_- = \{v_- : v \in V\}$, $E = (V_+ \times V_-) \setminus \{\{v_+, v_-\} : v \in V\}$. Решить задачу о назначении (ЗН) на двудольном графе $H = (V_+, V_-, E)$ с весовой функцией W . Пусть s – найденная подстановка (назначение), $C(s)$ – множество циклов в подстановке s . Далее будем обозначать множество вершин и множество ребер цикла $c(s) \in C(s)$ как $V(c(s)) \subset V$ и $E(c(s)) \subset E$ соответственно.

Шаг 2. Пока $|C(s)| \neq 1$, повторять шаг 3. Иначе найденная в результате решения ЗН подстановка имеет один цикл, и соответствующая ей перестановка принимается за приближенное решение ЗК. Вернуть s .

Шаг 3. Построить граф

$$\tilde{G} = \left(C(s), (C(s) \times C(s)) \setminus \left(\bigcup_{r \in C(s)} \{r, r\} \right) \right)$$

и весовую функцию для всех $r, t \in C(s)$

$$\tilde{W}(r, t) = \min_{\substack{e=\{v_1, v_2\} \in E(r) \\ f=\{u_1, u_2\} \in E(t)}} [\min \{W(\{v_1, u_1\}) + W(\{v_2, u_2\}), \\ W(\{v_1, u_2\}) + W(\{v_2, u_1\})\} - W(v_1, v_2) - W(u_1, u_2)].$$

Выполнить алгоритм **Алгоритм А_TSP**($\tilde{G}, \tilde{W}(r, t)$)

Конец описания алгоритма А_TSP

МИНИМИЗАЦИЯ ЗАТРАТ В ЗАДАЧЕ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ СО СКЛАДИРУЕМЫМИ РЕСУРСАМИ

А. А. Романова¹, Т. А. Сергиенко²

¹ Омская юридическая академия, Омск, Россия

^{1,2} Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия

¹ anna.a.r@bk.ru

Ключевые слова: вычислительная сложность, календарное планирование, динамическое программирование.

В работе рассматривается следующая задача календарного планирования. Имеется проект, состоящий из n взаимосвязанных работ, для выполнения которых требуются складированные ресурсы m видов. Взаимосвязь между работами задается ориентированным графом $G = (V, E)$, где V – множество вершин-работ; дуга $(i, j) \in E$, если работа j не может начаться до завершения работы i . Для каждой работы $j \in V$ известны ее длительность $p_j \in \mathbb{Z}^+$ и потребность q_{jr} в ресурсе r в каждый период времени выполнения, $r = 1, \dots, m$. Для выполнения работ ресурс r в любой период времени можно приобрести по обычной цене C_r^{norm} , если объем покупаемого ресурса не превышает V_r^{norm} . При превышении этого уровня устанавливается новая цена C_r^{cover} за единицу ресурса. Требуется определить допустимое расписание выполнения работ проекта и план закупок ресурсов, при которых суммарные затраты на приобретение ресурсов минимальны. В работе рассматриваются случаи неограниченного и ограниченного склада. В первом случае в каждый период времени можно складировать любое количество ресурса. При ограниченном складе излишек ресурса r , то есть ресурс, который предполагается потратить позже, в каждый период времени не должен превышать объема V_r^{cont} склада. Ранее в ряде случаев установлена сложность задачи. В частности, показано, что при ограниченном складе как при $C_r^{cover} > C_r^{norm}$, так и при $C_r^{cover} < C_r^{norm}$ задача NP-трудна, при неограниченном – полиномиально разрешима [1; 2]. В настоящей работе продолжено исследование данной задачи. Предложены модели целочисленного программирования для случая ограниченного склада; разработаны алгоритмы динамического программирования; выделены малотрудоемкие частные случаи.

Список литературы

1. Романова, А.А.: Исследование одной задачи календарного планирования со складированными ресурсами. Динамика систем, механизмов и машин: матер. VIII Междунар. науч.-техн. конф., С. 88–91. Изд-во ОмГТУ, Омск (2012)
2. Пирогов, А.Ю., Романова, А.А.: О сложности одной задачи построения расписания с минимальными затратами на приобретение ресурсов. Россия молодая: передовые технологии – в промышленность 3, 69–73 (2015)

ПРИБЛИЖЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОБ m КОММИВОЯЖЕРАХ НА МАКСИМУМ*

С. Г. Токтохоева

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия
s.toktokhoeva@g.nsu.ru

Ключевые слова: задача нескольких коммивояжеров, приближенный алгоритм, реберно непересекающиеся гамильтоновы циклы.

Задача об m коммивояжерах (m -PSP) является обобщением классической задачи коммивояжера (TSP) и заключается в поиске m реберно непересекающихся гамильтоновых циклов минимального или максимального суммарного веса. В настоящей работе исследуется несимметричная задача об m коммивояжерах на максимум (m -APSP-max), в которой заданный взвешенный граф является ориентированным. Данная задача, как и классическая задача коммивояжера, относятся к числу NP-трудных задач. Поэтому целью работы является построение эффективного приближенного алгоритма решения задачи m -APSP-max с гарантированной оценкой точности.

В настоящее время наилучший приближенный алгоритм для несимметричной задачи одного коммивояжера на максимум (ATSP-max) имеет гарантированную оценку точности $2/3$ [2]. Также известен приближенный алгоритм с гарантированной оценкой точности $2/3$ для задачи 2-APSP-max [1].

Нами был разработан эффективный приближенный алгоритм для задачи 3-APSP-max, имеющий гарантированную оценку точности $3/5$. Как и алгоритм в [1], данный алгоритм основан на построении специальной раскраски ребер графа и на последующем выделении трех реберно непересекающихся частичных туров достаточно большого веса. В настоящий момент ведется работа по разработке алгоритма для задачи m -APSP-max, в основе которого лежат упомянутые выше алгоритм для задачи 2-APSP-max и алгоритм для задачи 3-APSP-max.

Список литературы

1. Глебов, А.Н., Замбалаева, Д.Ж., Скретнева, А.А.: $2/3$ -приближенный алгоритм для несимметричной задачи о двух коммивояжерах на максимум. Дискрет. анализ и исслед. операций 21(6), 11–20 (2014)
2. Kaplan, H., Lewenstein, M., Shafir, N., Sviridenko, M.: Approximation algorithms for asymmetric TSP by decomposing directed regular multigraphs. JACM 52(4), 602–626 (2005)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 18-01-00353 и 18-01-00747).

INAPPROXIMABILITY LOWER BOUNDS
FOR OPEN SHOP PROBLEMS WITH EXACT DELAYS*

A. A. Ageev

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
ageev@math.nsc.ru

Keywords: Open Shop, exact delays, approximation algorithm, inapproximability lower bound.

We study the two-machine Open Shop problem with exact delays. An instance of the problem consists of n triples (a_j, l_j, b_j) of nonnegative integers where j is a job in the set of jobs $\{1, \dots, n\}$. Each job j must be processed on each machine in a free order, a_j and b_j are the lengths of operations on machines 1 and 2, respectively. The second operation of job j must start exactly l_j time units after the first operation has been completed. The goal is to minimize makespan. In the standard three-field notation scheme the problem is written as $O2 \mid \text{exact } l_j \mid C_{\max}$. We also investigate the special case when the delays take at most two distinct values which is written as $O2 \mid \text{exact } l_j \in \{L_1, L_2\} \mid C_{\max}$.

When all delays are equal to zero the two-machine Open Shop problem with exact delays is nothing but the no-wait two-machine Open Shop problem written as $O2 \mid \text{no-wait} \mid C_{\max}$. NP-hardness of $O2 \mid \text{no-wait} \mid C_{\max}$ was proved by Giaro [1]. Sidney and Sriskandarajah [2] proposed an heuristic algorithm that solves $O2 \mid \text{no-wait} \mid C_{\max}$ with a tight worst-case ratio bound of $3/2$.

Our main results are contained in the following two theorems:

Theorem 1. *The existence of an $(1.5 - \varepsilon)$ -approximation algorithm for solving $O2 \mid \text{exact } l_j \mid C_{\max}$ implies $P=NP$.*

Theorem 2. *The existence of an $(1.25 - \varepsilon)$ -approximation algorithm for solving $O2 \mid \text{exact } l_j \in \{L_1, L_2\} \mid C_{\max}$ implies $P=NP$.*

Bibliography

1. Giaro, K.: NP-hardness of compact scheduling in simplified open and flow shops. *European Journal of Operational Research* 130(1), 90–98 (2001)
2. Sidney, J.B., Sriskandarajah, C.: A heuristic for the two-machine no-wait openshop scheduling problem. *Naval Research Logistics* 46(2), 129–145 (1999)

* This research was supported by Russian Science Foundation, grant 17-11-01021.

EXACT SOLUTION OF ONE PRODUCTION SCHEDULING PROBLEM

P. A. Borisovsky

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia
borisovski@mail.ru

Keywords: branch and bound, dynamic programming, GPU computing, CUDA.

In this study, one variant of multi-product scheduling problem [1] is considered. The problem asks to find the optimal selection of a set of tasks to produce a given number of products in required amounts, allocate the task on units, and for each unit find the order of execution of tasks. The production rates for each task, the task-unit suitability matrix, and the sequence dependent changeover times for task pairs are given.

For the one-unit problem, two combinatorial algorithms are proposed: a branch-and-bound algorithm and a parallel dynamic programming algorithm [2]. The last one is implemented using the CUDA library for running on a Graphical Processing Unit (GPU). For the multiple-units problem, the both approaches are combined in a branch and bound algorithm with bounds provided by the dynamic programming procedure.

The algorithms are compared with CPLEX solver applied to the considered problem formulated as a mixed integer linear program. Although, the main limitation of using the proposed algorithms is a requirement of large amount of memory, the experiments showed their superior performance over CPLEX in terms of running time for rather large sized instances. The advantage of parallelization and using the GPU is also demonstrated.

Bibliography

1. Borisovsky, P.A.: A Genetic Algorithm for One Production Scheduling Problem with Setup Times. In: Applications of optimization methods: Proc. of XIV Baikal International School-seminar Optimization methods and their applications, Vol. 4, pp. 166–172. Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, Russia (2008) (in Russian)
2. Held, M., Karp, R.M.: A dynamic programming approach to sequencing problems. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics 10, 196–210 (1962)

A HYBRID APPROACH FOR THE CAPACITATED VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH TIME WINDOWS*

I. S. Bychkov¹, M. V. Batsyn²

^{1,2}National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod, Russia

¹ i.bychkov@hse.ru, ² mbatsyn@hse.ru

Keywords: capacitated vehicle routing problem, time windows, hybrid algorithm, metaheuristic.

The Vehicle Routing Problem (VRP) is one of the most popular combinatorial optimization problems which is closely related to the real life optimization challenges. Being developed for more than 60 years the problem has been considered in many different formulations. In real life goods distribution such constraints as fleet size and mix, site-dependency constraints, hard and soft time windows, vehicle capacity constraints are very important. In this paper we consider Capacitated Vehicle Routing Problem with hard Time Windows. We propose a hybrid heuristic algorithm which contains elements of ant colony optimization strategy and tabu search technique. Our algorithm shows good performance and results for the well-known Solomon dataset.

* The research was funded by Russian Science Foundation (RSF project No. 17-71-10107).

EXACT POLYNOMIAL-TIME ALGORITHM
FOR THE TWO-MACHINE ROUTING FLOW SHOP PROBLEM
WITH A RESTRICTED TRANSPORTATION NETWORK*

I. D. Chernykh¹, A. V. Kononov², S. V. Sevastyanov³

^{1,2,3} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

^{1,2,3} Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

¹ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

¹ idchern@math.nsc.ru, ² alvenko@math.nsc.ru, ³ seva@math.nsc.ru

Keywords: shop scheduling, routing, dynamic programming.

We consider the routing flow shop problem being a generalization of the flow shop and the metric travelling salesman problems. The jobs are located at nodes of some transportation network, and the machines travel on the network to execute the jobs in the flow shop environment. The machines are initially located at the same node (depot) and must return to the depot after completing all the jobs. It is required to find a non-preemptive schedule with the minimal makespan.

The routing flow shop problem was introduced by Averbakh and Berman [1]. It is strongly NP-hard even in the single machine case as it contains the metric TSP as a special case. Yu et al. [3] proved that the two-machine routing flow shop is ordinary NP-hard when the transportation network is a tree with unbounded number of nodes, i.e. the number of nodes is a linear function on the number of jobs.

In our paper we consider the two-machine routing flow shop under the assumption that a transportation network is an arbitrary undirected graph with a constant number of vertices. We present an exact polynomial-time algorithm for this case based on dynamic programming. This stands in contrast to the complexity result for the two-machine routing open shop problem that is NP-hard even on the two-node network [2].

Bibliography

1. Averbakh, I., Berman, O.: Routing two-machine flow shop problems on networks with special structure. *Transportation Science* 30, 303–314 (1996)
2. Averbakh, I., Berman, O., Chernykh, I.: The routing open-shop problem on a network: complexity and approximation. *European Journal of Operational Research* 173(2), 521–39 (2006)
3. Yu, W., Liu, Z., Wang, L., Fan, T.: Routing open shop and flow shop scheduling problems. *European Journal of Operational Research* 213, 24–36 (2011)

* This research was supported by RFBR grant 17-07-00513 and 18-01-00474.

ON THE OPTIMA LOCALIZATION FOR THE ROUTING OPEN SHOP*

I. D. Chernykh¹, O. S. Krivonogova²

¹ Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

^{1,2} Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

¹ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

¹ idchern@math.nsc.ru, ² krivonogova.olga@gmail.com

Keywords: routing open shop, instance transformation, optima localization.

In the routing open shop problem [1] jobs are located at the nodes of a transportation network while mobile machines travel between nodes to process jobs in the openshop-like environment. Initially all the machines are located at the special node referred to as the *depot* and have to return back after performing all the operations. The goal is to minimize the finish time. Problem is known to be NP-hard even in trivial cases with single machine or with two machines and just two nodes of the network (including the depot).

One of the important direction of research of the problem is the *optima localization*, i.e. the search of tight upper bound on the optimum in terms of the standard lower bound. This question was partly studied for the two-machine case [1; 2; 3] where certain efficient techniques were developed and successfully applied. However direct generalization of those approaches for the greater number of machines seems to be unlikely efficient. Similar research for a three-machine open shop (which is a special case of a problem under consideration) required massive computer-aided enumeration based on branch-and-bound method [4].

The goal of our research is to improve the techniques mentioned for the case of three and more machines to make the optima localization problem practically solvable.

Bibliography

1. Averbakh, I., Berman, O., Chernykh, I.: A 6/5-approximation algorithm for the two-machine routing open shop problem on a 2-node network. *European Journal of Operational Research* 166(1), 3–24 (2005)
2. Chernykh, I., Lgotina, E.: The 2-Machine Routing Open Shop on a Triangular Transportation Network. *Lecture Notes in Computer Science* 9869, 284–297 (2016)
3. Chernykh, I., Pyatkin, A.: Refinement of the Optima Localization for the Two-Machine Routing Open Shop. *CEUR Workshop Proceedings* 1987, 131–138 (2017)
4. Sevastyanov, S.V., Tchernykh, I.D.: Computer-aided way to prove theorems in scheduling. *Lecture Notes in Computer Science* 1461, 502–513 (1998)

* This research was supported by RFBR grant projects 18-01-00474 and 17-01-00170.

IRREDUCIBLE BIN PACKING AND ITS APPLICATIONS
TO THE ROUTING OPEN SHOP PROBLEM^{*}

I. D. Chernykh¹, A. V. Pyatkin²

^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

^{1,2} Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

¹ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

¹ idchern@math.nsc.ru, ² artem@math.nsc.ru

Keywords: irreducible bin packing, routing open shop, normality.

The irreducible bin packing problem is denoted as $IBP(m)$ and can be formulated as follows. Given a set \mathcal{T} of positive integers with the total sum at most mB , is it possible to partition \mathcal{T} into exactly $2m - 1$ subsets such the total sum of elements of each set does not exceed B while the total sum of the union of any two subsets is strictly greater than B ? Problem $IBP(2)$ was introduced in [2], where its NP-completeness was proved and a sufficient condition of efficient solvability was described.

$ROm||R_{\max}$ introduced in [1] is a natural combination of a metric TSP and an open shop scheduling problem. Jobs are located at the nodes of an edge-weighted graph G representing a transportation network. Mobile machines have to travel over G to perform operations of all the jobs in an open shop environment and to return to the initial location minimizing the finish time. A well-known job aggregation procedure can be used to combine several jobs from the same node into a single job preserving the standard lower bound. Such an aggregation can easily be seen as a case of bin packing problem. It was shown in [2] that in some cases of $RO2||R_{\max}$ the irreducibility of an underlying $IBP(2)$ implies the normality of an instance (i.e. the coincidence of the optimal makespan and the standard lower bound). Using that fact a new polynomially solvable subcases were described.

The goal of this research is investigating more general $IBP(m)$ and its influence on the normality of $ROm||R_{\max}$.

Bibliography

1. Averbakh, I., Berman, O., Chernykh, I.: The routing open-shop problem on a network: complexity and approximation. *European Journal of Operational Research* 173(2), 521–539 (2006)
2. Chernykh, I., Pyatkin, A.: Refinement of the Optima Localization for the Two-Machine Routing Open Shop. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Optimization and Applications (OPTIMA17)*. CEUR Workshop Proceedings, vol. 1987, pp. 131–138 (2017)

^{*} This research was supported by RFBR grant projects 18-01-00474 and 17-01-00170.

THE PLANNING INVESTMENT PROJECTS WITH INDEPENDENT JOBS

K. A. Chernykh¹, V. V. Servakh²

^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia

¹ ksesha2909@gmail.com, ² svv_usa@rambler.ru

Keywords: project scheduling, NP-hardness, pseudo-polynomial algorithm.

There are N technologically independent jobs of unit duration, the only type of a resource is financial. For each job $j = 1, 2, \dots, N$ a necessary investment k_j is defined. Cash is invested at the moment of the beginning of a job execution. Upon completion of job j , an income c_j is received. The investor possesses an initial capital K_0 . There is a possibility of crediting at rate r for the unit period of time. Reserve cash is placed on the market under an alternative risk-free rate r_0 . For comparison of cash at different times, we use discounting operation. It is required to draw up the schedule of execution of jobs in which the net present value of the entire project will be maximum.

We will give an interpretation of this problem [1]. The investor plans to build a cottage village of N houses. Each house is built independently of others, and the beginning of its construction depends solely on financing. If cash is available, materials can be purchased and workers can be hired. Upon completion of construction, the house is put on sale. The cash received from the sale can be invested in the construction of other houses. Use of the credits is possible. It is required to determine the start times of the construction of each house so that the general profit of the entire project is maximized.

In this paper, the continuous case for the purpose of identification of structure of an optimal solution, a research of dependence of this structure from the initial capital, profitability of jobs and a rate of liquidity is considered. A solution was obtained in an analytical form.

In the discrete case, a pseudo-polynomial algorithm is proposed. The question of the existence of a polynomial algorithm remains open.

Bibliography

1. Chernykh, K.A., Servakh, V.V.: Crediting of investment projects with independent jobs. Proceedings of the seventh international scientific conference, pp. 181–185. Minsk, UIIP NAS of Belarus (2016)

TOWARDS TRACTABILITY OF THE EUCLIDEAN GENERALIZED
TRAVELING SALESMAN PROBLEM IN GRID CLUSTERS DEFINED
BY A GRID OF BOUNDED HEIGHT[★]

M. Yu. Khachay¹, K. D. Neznakhina²

^{1,2}N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of UB RAS, Yekaterinburg, Russia

^{1,2}Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia

¹Omsk State Technical University, Omsk, Russia

¹mkhachay@imm.uran.ru, ²eneznakhina@yandex.ru

Keywords: Generalized Traveling Salesman Problem, polynomial time solvability.

We consider the Euclidean Generalized Traveling Salesman Problem in Grid Clusters (EGTSP-GC), a special geometric subclass of the famous Generalized TSP, introduced by Bhattacharya et al. [1]. They showed that the problem is strongly NP-hard if the number of clusters k belongs to the instance and proposed the first polynomial time algorithm with a fixed approximation ratio. In [2], we proved that EGTSP-GC belongs to PTAS when $k = O(\log n)$ and $k = n - O(\log n)$.

Meanwhile, being the special case of GTSP, for any fixed k , EGTSP-GC can be solved to optimality in polynomial time. Therefore, it seems interesting to describe the most general case of the problem sharing this property. Recently [3], by virtue of generalized pyramidal routes, we provided an optimal algorithm with $O(n^3)$ time complexity bound for the case of EGTSP-GC, which grid height does not exceed 2. In this paper, we extend this result to the case of EGTSP-GC defined by a grid of any fixed height.

Bibliography

1. Bhattacharya, B., Ćustić, A., Rafiey, A., Rafiey, A., Sokol, V.: Approximation Algorithms for Generalized MST and TSP in Grid Clusters, Lecture Notes in Computer Science, vol. 9486, pp. 110–125. Springer International Publishing, Cham (2015). doi: 10.1007/978-3-319-26626-8_9
2. Khachai, M., Neznakhina, E.: Approximation schemes for the generalized traveling salesman problem. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics 299, 97–105 (2017)
3. Khachay, M., Neznakhina, K.: Generalized Pyramidal Tours for the Generalized Traveling Salesman Problem, Lecture Notes in Computer Science, vol. 10627, pp. 265–277. Springer International Publishing, Cham (2017). doi: 10.1007/978-3-319-71150-8_23

[★] This research was supported by RSF grant 14-01-00109.

MATHEURISTIC FOR PARALLEL MACHINE SCHEDULING WITH SETUPS AND STORAGE*

P. A. Kononova¹, A. V. Lomakin²

¹ Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

^{1,2} Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

¹ polik83@ngs.ru, ² kekropius@gmail.com

Keywords: permutation scheduling, sequence-dependent setup times, linear programming relaxation, local search.

We consider a parallel machine scheduling problem with setup times and a storage for each machine. We are given a set of jobs and set of machines. Each job consists of a set of operations. Each operation corresponds to manufacturing a product of a certain type. Each job should be assigned to one of parallel machines, i.e. all operations of this job must be performed on this machine. The processing time and the cost of operation depends on machine assignment. Moreover, each operation has a weight, each machine requires the sequence-dependent setup times. A due date is specified for each job and machine. Each machine has a storage with unlimited capacity. Initially, the storage of each machine contains some quantity of products. We can use the products from the storage instead of producing it. The machines are continuously available through the planning period and can process at most one operation at a time. Once an operation is started it must be completed without interruption.

The tardiness of job is defined as the positive time difference between the due date of job on machine and the completion time of the last operation of this job. We want to find a schedule which minimizes the production cost and the total weighted tardiness.

We design a matheuristic to solve the problem. At the first step we present an integer linear programming formulation of the problem and we solve its linear relaxation. After that we assign jobs to machines by rounding procedure. At the second step we solve the corresponding scheduling problem for each machine separately using the stochastic local search algorithm [1]. Computational results for real-world instances in tile production are discussed.

Bibliography

1. Kononova, P.A., Kochetov, Yu.A.: The variable neighborhood search for the two machine flow shop problem with a passive prefetch. *Journal of Applied and Industrial Mathematics* 7(1), 54–67 (2013)

* This research was supported by RFH grant 16-02-00049.

THE PROBLEM OF SCHEDULING THEORY FOR PLANNING OF EDUCATIONAL PROCESS

K. V. Kutkhashvili

University of Georgia, Tbilisi, Georgia
kkutkhashvili@yahoo.com

Keywords: scheduling theory, NP-hardness, polynomial time, algorithms.

Many practical problems, for instance, transport or management and running of industry process, require scheduling of tasks at a time. The given system of tasks must be implemented by certain set of resources or by means/devices of services. Such tasks belong to one of the areas of discrete optimization problem (the scheduling theory) considered. As it is known, the problems of scheduling theory are of NP difficulty [1] and only in the certain cases it has been managed to construct the algorithm of polynomial difficulty [2].

In this paper the mathematical model and algorithm are constructed, for which task implementation is possible by processors system, where processors are mutually half-interchangeable, for which the set of additional resources and partially ordered set are not empty, but for implementation of each task the necessary time is constant. On the additional resources special conditions are used.

Under such conditions the effective algorithm is constructed to order the sequence of tasks. The schedule length and maximal price of tasks implementation are considered as the measure of the algorithm effectiveness. Algorithm can be used for planning the educational process.

Bibliography

1. Tanaev, V., Gordon, W., Shafransky, Y.M.: Scheduling Theory. Single-Stage Systems. Springer International Publishing (1994)
2. Coffman, E.G. (ed.): Computer and Job-shop Scheduling Theory. New York, Wiley (1976)

WORST-CASE ANALYSIS OF A MODIFICATION OF THE BRUCKER-GAREY-JOHNSON ALGORITHM

J. Memar^{1*}, Y. Zinder², A. Kononov³

^{1,2} University of Technology, Sydney, Australia

³ Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹ julia.memar@uts.edu.au, ² yakov.zinder@uts.edu.au, ³ alvenko@math.nsc.ru

Keywords: maximum lateness, parallel machines, precedence constraints.

The paper is concerned with the maximum lateness scheduling problem with parallel identical machines. It is assumed that the tasks are partially ordered, have arbitrary processing times, and the preemptions of tasks' processing are not allowed. We consider the case of the problem when the largest processing time does not exceed the number of machines, which is a generalization of the NP-hard in a strong sense scheduling problem $P2|prec, p_i = 1, 2|C_{max}$ [1]. For the considered case of the maximum lateness problem we obtain a tight worst-case performance guarantee for a polynomial-time approximation algorithm that can be viewed as a modification of the Brucker-Garey-Johnson algorithm [2]. The Brucker-Garey-Johnson algorithm was originally developed as an exact algorithm for the unit execution time tasks and precedence constraints in the form of an in-tree. We also strengthen the result, presented in [3]. We show that for the Brucker-Garey-Johnson algorithm this ratio can be arbitrary close to two if the maximum processing time is greater than the number of machines for any fixed number of machines which greater than one. Despite of its role in the theory and practice [4], it is much less known about this version of the maximum lateness problem than about the other two cases: the case where all tasks have unit execution times and the case where tasks have arbitrary processing times but can be processed with preemptions. Our paper aims to bridge this gap.

Bibliography

1. Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G.: Complexity of scheduling under Precedence Constraint. *Oper. Res.* 26, 22–35 (1978)
2. Brucker, P., Garey, M.R., Johnson, D.S.: Scheduling equal length tasks under treelike precedence constraints to minimize maximum lateness. *Mathematics of Operations Research* 2, 275–284 (1977)
3. Hall, L.A., Shmoys, D.B.: Approximation schemes for constrained scheduling problems. In: *Proceedings 30th IEEE Symp. Foundations of Computer Science*, pp. 134–139 (1989)
4. Brucker, P.: *Scheduling algorithms* (5th edition). Springer, NewYork (2007)

* corresponding author

ON THE PROPORTIONATE OPEN SHOP PROBLEM*

S. V. Sevastyanov

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
seva@math.nsc.ru

Keywords: open shop, proportionate, complexity status, approximation.

We consider the classical m -machine open shop scheduling problem posed by Gonzalez and Sahni [1] in 1976 as follows. We are given a set of jobs $\{J_1, \dots, J_n\}$ that should be processed on a given set of machines $\{M_1, \dots, M_m\}$. Each job consists of m operations that should be processed in an arbitrary order on different dedicated machines without overlapping in time and without preemption. The processing of operations on each machine should not overlap, as well. We are searching for a feasible schedule of minimum length.

As was shown in that seminal paper, the problem is binary NP-hard, while the question on its strong NP-hardness (in the case of any fixed number of machines $m \geq 3$) still remains open. In this paper we consider a special case of this problem known as a *proportionate open shop problem* ($\langle Om | prpt | C_{\max} \rangle$). In this problem, each job J_j has m operations of the same length p_j . This problem remains ordinary NP-hard even for the three-machine case (due to a simple reduction from PARTITION, see Liu and Bulfin [3]). However, no pseudo-polynomial time algorithm was known for this problem up to now.

In our paper we show that the 3-machine problem $\langle O3 | prpt | C_{\max} \rangle$ can be solved in pseudo-polynomial time, thus establishing its ultimate complexity status (that remained unknown for 30 years). We also design for this 3-machine problem a simple $O(n)$ heuristic with the ratio performance guarantee of $\frac{10}{9}$, thus improving the known result by Koulamas and Kyparisis [2] (a heuristic with performance guarantee of $\frac{7}{6}$ and with running time $O(n \log n)$).

For the general $\langle Om | prpt | C_{\max} \rangle$ problem we suggest an asymptotically optimal heuristic with the ratio performance guarantee of $1 + \frac{1}{m}$ and the running time $O(n + m \log m)$.

Bibliography

1. Gonzalez, T., Sahni, S.: Open shop scheduling to minimize finish time. J. Assoc. Comput. Mach. 23(4), 665–679 (1976)
2. Koulamas, C., Kyparisis, G.J.: The Three-Machine Proportionate Open Shop and Mixed Shop Minimum Makespan Problems. European Journal of Operational Research 243(1), 70–74 (2015)
3. Liu, C.Y., Bulfin, R.L.: Scheduling ordered open shops. Computers and Operations Research 14, 257–264 (1987)

* This research was supported by RFBR grant 17-07-00513.

REDUCTION OF THE PARETO SET IN BICRITERIA ASYMMETRIC TRAVELING SALESMAN PROBLEM

A. O. Zakharov¹, Y. V. Kovalenko²

¹ Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia

² Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹ a.zakharov@spbu.ru, ² julia.kovalenko.ya@yandex.ru

Keywords: reduction of the Pareto set, genetic algorithm, computational evaluation.

The asymmetric traveling salesman problem (ATSP) is one of the most popular problems in combinatorial optimization. Given a complete directed graph where each arc is specified by a positive distance, we search for a cycle visiting each vertex of the graph exactly once and minimizing the total distance. In this paper, we consider the bicriteria ATSP (bi-ATSP), in which every arc is associated to a couple of distances.

Optimal solution to a multicriteria problem is usually supposed to be the Pareto set, which is rather big in real-world problems. So we consider the axiomatic approach of the Pareto set reduction proposed in [1]. Here the author introduced an additional information about the decision maker preferences in terms of so-called "quantum of information", reflecting the compromise between criteria. The method shows how to construct a new bound of the optimal choice, which is narrower than the Pareto set.

The axiomatic approach of the Pareto set reduction does not widely investigated in the case of discrete optimization problems. We apply this approach to bi-ATSP in order to estimate its effectiveness (the degree of the Pareto set reduction). We identify series of "quanta of information" that guarantee the reduction of the Pareto set for particular cases of the bi-ATSP.

It is well known that the bi-ATSP is intractable. To construct an approximation of the Pareto set to the bi-ATSP we develop a genetic algorithm based on the scheme proposed in [2]. Computational experiments are carried out on randomly generated instances. The results of experiments show the degree of the Pareto set reduction for various "quanta of information".

Bibliography

1. Noghin, V.D.: Reduction of the Pareto Set: An Axiomatic Approach. Springer International Publishing (2018)
2. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T.: A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 6(2), 182–197 (2002)

ПРИКЛАДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИМБИОТИЧЕСКОЙ АЗОТФИКСАЦИИ МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЭВОЛЮЦИОННЫХ ИГР*

А. В. Абрамова¹, Л. А. Хворова², А. Г. Топаж³

^{1,2} Алтайский государственный университет, Барнаул, Россия

³ Бюро Гиперборея, Санкт-Петербург, Россия

¹ abramova.math@gmail.com, ³ alex.topaj@gmail.com

Ключевые слова: симбиотическая азотфиксация, эволюционная игра, удельный рост.

Традиционный способ математического описания бобово-ризобияльного симбиоза в математической агроэкологии состоит в построении системно-динамической модели целостной системы [1]. Для объяснения эволюционного генезиса и эволюционной стабильности изучаемых симбиотических отношений авторами построены и исследованы альтернативные модели с использованием математического аппарата теории оптимального управления и эволюционных игр. Рост и развитие взаимодействующих агентов описывались системой динамических уравнений, где каждый агент представлял собой неограниченно растущий организм, способный генерировать один конкретный ресурс (углерод или азот). При этом для обеспечения роста обоим агентам полагались необходимыми оба ресурса. Таким образом, общий рост оказывается возможен, только если агенты будут взаимно “делиться” частью производимого ими ресурса в обмен на ресурс, производимый партнером по кооперации [2]. Полученная модель аналитически и численно исследована как задача оптимального управления и методами эволюционных игр. Показано, что в широком классе допущений эффективное поведение взаимодействующих агентов оказывается неантагонистичным, и как оптимальной, так и эволюционно-стабильной стратегией оказывается одновременный сбалансированный экспоненциальный рост обоих симбионтов.

Список литературы

1. Liu, Y., Wu, L., Baddeley, J.A., Watson, C.A.: Models of biological nitrogen fixation of legumes. A review. *Agronomy for Sustainable Development* 31(1), 155–172 (2011)
2. Абрамова, А.В., Топаж, А.Г., Хворова, Л.А.: Агентный подход в моделировании симбиотической азотфиксации: от пассивных объектов к активным субъектам взаимодействия. *Агрофизика* 4(20), 49–62 (2015)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-31-50002).

ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ С УЧЕТОМ КОЛОРИСТИКИ НА ОСНОВЕ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ЛОГИЧЕСКИМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ*

А. В. Адельшин¹, А. В. Артемова², И. Е. Кан³, Ж. Б. Сулейменова⁴

¹ Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал, Омск, Россия

² Омский государственный технический университет, Омск, Россия

³ Многопрофильная академия непрерывного образования, Омск, Россия

⁴ Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия

¹ adelshin@mail.ru, ² alexxatremova@gmail.com,

³ irina.e.kan@gmail.com, ⁴ suleimenova.zhulduz@mail.ru

Ключевые слова: дискретная оптимизация, логические ограничения, сложные изделия, эскизное проектирование, колористические решения.

В [1; 2] и других работах развивается подход к автоматизации проектирования сложных изделий, в частности, одежды, основанного на применении моделей дискретной оптимизации с логическими и ресурсными ограничениями. Строятся и исследуются математические модели для формирования серий и комплектов швейных изделий.

В данной работе продолжаются исследования в указанном направлении. Особое внимание уделяется оптимальному подбору колористических решений, построены соответствующие модели целочисленного линейного программирования. Предложен и реализован алгоритм построения серий сложных изделий с учетом колористики, основанный на лексикографическом переборе булевых векторов. Проводится эксперимент на реальных исходных данных для проектирования некоторых классов одежды.

Список литературы

1. Колоколов, А.А., Ярош, А.В.: Автоматизация проектирования сложных изделий с использованием дискретной оптимизации и информационных технологий. Омский научный вестник 2(90), 234–238 (2010)
2. Kolokolov, A.A., Artemova, A.V., Adelshin, A.V., Kan, I.E.: Discrete optimization models for solving complex products design problems. In: Proceedings DOOR 2016, Vladivostok, Russia, pp. 49–56 (2016)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00740).

ИССЛЕДОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ВХОДНЫМИ И ВЫХОДНЫМИ МАТЕРИАЛЬНЫМИ ПОТОКАМИ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Н. В. Баранова¹, Ю. А. Мезенцев²

^{1,2} Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия
¹baranova.nina.vl@gmail.com, ²mesyan@yandex.ru

Ключевые слова: задачи оптимизации, управление внешним потоком предприятия, OPL, логистика, производство.

Данная работа посвящена изучению возможного повышения эффективности применения экономико-математических моделей в сфере логистики предприятия и управления производством. Подобные исследования и разработки могут применяться в качестве систем поддержки принятия решений, в которых делаются прогнозы и планы по закупкам, производству и сбыту предприятия. Представлена задача управления внешними материальными потоками предприятия, рассмотренная в работах [1; 2; 3], и алгоритм ее решения. Эта задача была дополнена производственной составляющей, и, соответственно, были модифицированы постановка задачи и алгоритм ее решения с учетом ограничения по способам преобразования сырья и комплектующих в реализуемые товары. Разработана и протестирована программа в среде разработки IBM ILOG CPLEX Optimization Studio на языке программирования для оптимизаций (OPL), реализующая алгоритм решения поставленной задачи. Направление дальнейших исследований лежит в области выбора цен сбыта.

Список литературы

1. Мезенцев, Ю.А.: Математические модели управления подсистемами логистики на предприятиях. Автоматизация и современные технологии 8, 46–55 (2008)
2. Мезенцев, Ю.А., Павлов, П.С.: К программной реализации декомпозиционного алгоритма решения одного класса задач дискретной оптимизации с полуопределенной релаксацией. Информационные технологии 2(186), 54–59 (2012)
3. Мезенцев, Ю.А., Павлов, П.С.: Реализация алгоритма решения специальных задач полуопределенного программирования с использованием IBM ILOG CPLEX. Научный вестник НГТУ 4(45), 25–34 (2011)

ЭВРИСТИКА КЛАССА ОРТ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКИ ТИПА “PICKUP AND DELIVERY”

Е. М. Бронштейн¹, Р. В. Гиндуллин²

¹ Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия

² Башкирский государственный университет, Уфа, Россия

¹bro-efim@yandex.ru, ²gramiz@mail.ru

Ключевые слова: маршрутизация, эвристика, орт.

Рассматривается вариант задачи VRP, в которой предполагается наличие полного графа, вершинами которого являются пункты производства и потребления, а дугами – соответствующие пути, с единственным транспортным средством ограниченной вместимости, которое должно забрать и доставить грузы различного веса, причем груз от конкретного производителя должен быть доставлен одному конкретному потребителю. Задача относится к классу NP-сложных. Такие задачи рассматривались, например, в [1].

В литературе рассматривались различные варианты переборных алгоритмов, в том числе, алгоритмы типа 2-орт и 3-орт для задачи коммивояжера, суть которых заключается в том, что из цикла удаляются два или три ребра, а вместо них вставляют два или три других ребра (например, [2]).

Для рассматриваемых задач предложена эвристика 4-орт, заключающаяся в том, что в допустимом цикле случайно выделяются две пары вершин (производитель-потребитель), которые разбивают цикл на 5 частей. Затем выделенные вершины и полученные части переставляются всеми способами, при которых получается допустимый цикл (всего их 420). Среди тех циклов, для которых выполняется ограничение на вместимость, находится цикл минимального веса. Доказано, что последовательным применением подобных процедур при любом начальном цикле можно получить любой допустимый цикл. Проведен вычислительный эксперимент.

Список литературы

1. Parragh, S., Doerner, K., Hartl, R.: A survey on pickup and delivery problems. Part II: Transportations between customers and depot. *Journal fur Betriebswirtschaft* 58, 21–51 (2008)
2. Hooijenga, D.: Perturbation heuristics for the pickup and delivery traveling salesman problem [Internet]. *Econometrie*. Available from: <http://hdl.handle.net/2105/30373> (2015)

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В РАМКАХ ПРОГРАММЫ «АРКТИКА»*

Э. Х. Гимади¹, Д. В. Мишин²

^{1,2} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ gimadi@math.nsc.ru, ² mishindmv@gmail.com

Ключевые слова: принятие решений, логистика, задача размещения, маршрутизация, календарное планирование, алгоритмы с оценками.

В рамках программы "Арктика" предполагается создание восьми опорных зон, ориентированных на развитие Северного морского пути и рост транспортировки грузов по морю и рекам, в том числе на экспорт.

Элементы программы содержат в себе совокупность сложных народно-хозяйственных проблем, которые индуцируют ряд математических моделей принятия решений по таким проблемам, как календарное планирование в условиях ограниченных ресурсов и директивных сроков, логистика, размещение, маршрутизация и т. п. В большинстве своем такие задачи являются труднорешаемыми и требуют привлечения квалифицированных специалистов по анализу данных и дискретной оптимизации.

Примерами такого подхода являются разработка программно-математического обеспечения для таких крупномасштабных проектов как планирование строительства БАМ, освоение хозяйственной зоны БАМ, освоение Западно-Сибирского нефтегазового комплекса и др. [1].

Актуальной в рамках развития элементов проекта "Арктика" является задача календарного планирования с ресурсными и временными ограничениями. В работе [2] предложена схема ветвления, основанная на списковом представлении работ единичной длительности. В качестве нижних оценок использовались два алгоритма, основанные на релаксации задачи со складываемыми ресурсами и решении задачи с возобновляемыми ресурсами.

Представленная в работе математическая модель развития Арктического региона РФ согласована с государственной программой развития Арктики до 2020 года.

Список литературы

1. Гимади, Э.Х.: О некоторых математических моделях и методах планирования крупномасштабных проектов. Модели и методы оптимизации. Наука, Новосибирск (Тр. ИМ СО АН СССР; Том 10), 89–115 (1988)
2. Гончаров, Е.Н., Мишин, Д.В.: Точный алгоритм для задачи календарного планирования ограниченными ресурсами. Прикладная математика и фундаментальная информатика 4(1), 43–53 (2017)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 16-11-10041).

ЧИСЛЕННЫЙ ПОДХОД К МНОГОУРОВНЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРЕЦИЗИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

С. В. Доронин¹, А. Н. Рогалев²

¹ Институт вычислительных технологий СО РАН, Красноярский филиал, Красноярск, Россия

² Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия

¹sdoronin@ict.nsc.ru, ²rogalyov@icm.krasn.ru

Ключевые слова: прецизионные конструкции, многоуровневая оптимизация, Парето-оптимальные технические решения.

Структурно-сложные прецизионные (наиболее высокой точности) конструкции рассматриваются как иерархически сложные системы, для которых формулируются требования прецизионности изготовления элементов, формирования управляющих воздействий, приборного контроля параметров системы. Особенности применения методов многоуровневой оптимизации к конструкциям технических объектов заключаются в том, что на всех иерархических уровнях необходима многопараметрическая оптимизация, причем строгие постановки и решения экстремальных задач затруднительны. Вопросы оптимизации прецизионных конструкций в литературе рассматриваются для крайне узкого класса технических объектов.

Предлагается практический (численный) подход к многоуровневой оптимизации конструкций, характеризующийся решением многопараметрических слабоформализуемых задач на различных уровнях иерархии с дополнительными требованиями высокой точности контроля параметров и применяющийся для широкого класса технических объектов. Подход заключается в декомпозиции конструкции и определении иерархических уровней, многокритериальной оптимизации и получении на каждом уровне Парето-оптимальных технических решений. Эта задача решается с использованием метода анализа иерархий с применением парных сравнений. При оптимизации конструкций, прецизионные параметры которых определяются с помощью численного (конечно-элементного) моделирования, используются разработанные и практически апробированные методы и алгоритмы обратного анализа вычислительных ошибок, позволяющие обеспечить достоверные оценки прецизионных параметров. Практическое применение подхода реализуется для задачи поиска оптимального конструктивного варианта крупногабаритного прецизионного рефлектора параболической зеркальной антенны наземных систем спутниковой связи. Параметрами, к которым предъявляются высокие требования по точности определения, являются максимальные значения абсолютных деформаций и среднеквадратического отклонения отражающей поверхности зеркала от идеального параболоида.

О СТРУКТУРЕ МНОЖЕСТВА ЛОКАЛЬНЫХ ОПТИМУМОВ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ФАЗИРОВАННЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

А. В. Еремеев¹, Н. Н. Тюнин², А. С. Юрков³

^{1,2} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал, Омск, Россия

³ Омский научно-исследовательский институт приборостроения, Омск, Россия

¹ eremeevtmp@yandex.ru, ² nik.tyunin.92@mail.ru, ³ fitec@mail.ru

Ключевые слова: фазированные антенные решетки, задача оптимизации, локальные оптимумы.

Продолжено исследование задачи оптимизации режимов работы фазированных антенных решеток в случае питания разных фидеров от разных усилителей. В работе [1] показано, что эта задача сводится к задаче квадратичного программирования с квадратичными ограничениями. В настоящей работе указанная задача сводится к задаче оптимизации без ограничений при помощи метода внешней точки [2]. Рассматриваются решетки широкополосных вертикальных диполей (ШВД) и широкополосных вертикальных излучателей (ШВИ) с конфигурацией каждого излучателя из работы [3]. При выборе входных параметров задачи использован программный комплекс NEC2.

Для квадратных решеток из четырех излучателей (2x2 ШВИ), из четырех диполей (2x2 ШВД) и из девяти излучателей (3x3 ШВИ) все локальные оптимумы, найденные в результате выполнения градиентного подъема из ста случайно выбранных начальных точек, имели равные значения целевой функции. Кроме того, определялось количество локальных оптимумов различной структуры, т. е. не эквивалентных с точностью до сдвига фазы на константу. В случае решеток 2x2 ШВИ и 2x2 ШВД было обнаружено по три не эквивалентных между собой локальных оптимума, а в случае решеток 3x3 ШВИ – четыре.

Список литературы

1. Юрков, С.А.: Оптимизация возбуждения передающих фазированных антенных решеток декаметрового диапазона длин волн. с. 46–53. ОНИИП, Омск (2014)
2. Аоки, М.: Введение в методы оптимизации. Наука, Москва (1997)
3. Юрков, С.А.: О влиянии потерь в земле на работу четырехэлементной ФАР КВ Диапазона. Техника радиосвязи 1(21), 79–81 (2014)

НЕЙРОСЕТЕВЫЕ И АГЕНТНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ю. А. Ивашкин¹, И. Г. Благовещенский², М. А. Никитина³

¹ Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

² Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

³ Федеральный научный центр пищевых систем им. В. М. Горбатова РАН, Москва, Россия

¹ ivashkin@nextmail.ru, ² igblagov@gmail.com, ³ nikitinama@yandex.ru

Ключевые слова: технологическая система, структурно-параметрический анализ, ситуационный анализ, информационные технологии, нейросети, мультиагентное моделирование.

Существующее направление структурно-параметрического моделирования (СПМ) технологических систем и ситуационного анализа данных, связанное с их структуризацией по функциональному или целевому принципу и определением связей между параметрами состояния системы, на основе статистических данных не всегда обеспечивает необходимую точность принятия решения в задачах идентификации и прогнозирования из-за недостаточности статистики и неадекватности регрессионных оценок связей. Используемые методы пассивного накопления данных и активного эксперимента в реальном времени действующей технологической системы практически не реализуемы, так как требуют длительного периода наблюдения или активного эксперимента с достаточным числом повторений.

В связи с этим предлагается новая информационная технология идентификации и прогнозирования состояния сложной технологической системы с использованием методов искусственного интеллекта на основе нейросетевых и агентных технологий. Функция модуля или агента самообучения заключается в уточнении первоначально заданных коэффициентов связей между контролируемыми параметрами состояния и цели и распознавании аномальных ситуаций в системе. Задача обучения распознаванию ситуаций заключалась в их классификации на основе предъявления в реальном времени текущих состояний системы по принадлежности к областям, соответствующим различным категориям принятия решения.

Предлагается разновидность архитектуры искусственной нейросети Хемминга с многослойной рекуррентной структурой, как специализированное гетероассоциативное запоминающее устройство с парами (x, y) связанных между собой входного и выходного векторов.

Предложенная информационная технология использовалась в задачах идентификации и прогнозирования состояния технологических систем пищевых производств и перерабатывающих предприятий АПК.

НОВЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЦЕН
НА РЫНКЕ НЕДВИЖИМОСТИ*

А. А. Крахалёв

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
krahalyovanton@mail.ru

Ключевые слова: модель динамики цен, рынок недвижимости, долгосрочное прогнозирование цен, модель динамики Спрэда.

Рынок недвижимости – это перспективный сегмент экономики. Ранее в [1] были рассмотрены некоторые модели функционирования этого рынка в предположении, что заданы цены и спрос на квартиры различных видов в краткосрочном периоде. В настоящей работе предлагается рассматривать рынок, как взаимодействие трех групп субъектов, при этом каждый субъект моделируется задачей математического программирования, стохастическими параметрами которых, в том числе являются спрос и цены. Построены новые методы долгосрочного прогнозирования цен и предложения. Для этого построен аналог модели динамики Спрэда [2] с гармоническими колебаниями вида:

$$\delta(t) = \exp\left(\sum_{i=1}^m \theta_i \varphi(t)^{i-1} + \sum_{i=1}^n \theta_{m+i} \sin\left(\frac{2\pi\psi(t)}{\tau_i}\right) + \frac{\sigma^2}{2}\right),$$

где t это момент времени прогнозируемого периода, θ_i , τ_i – постоянные коэффициенты, σ – коэффициент волатильности, m – число слагаемых в полиноме, описывающем тренд, а n – число гармоник. Числа m , n и вид функций $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ выбираются в зависимости от числа известных значений в ретроспективе, чтобы наше приближение минимально отклонялось от ретроспективы. Алгоритмы нахождения численных значений случайных параметров могут интерпретироваться как решение стохастического дифференциального уравнения.

В докладе будут представлены результаты расчетов, а также будет показано, как динамика цен и параметры рынка влияют на функционирование рынка недвижимости и на процесс согласования планов субъектов этого рынка.

Список литературы

1. Хуторецкий, А.Б.: Анализ краткосрочных равновесий на рынке жилья с приложением к разработке жилищной политики. РПЭИ, Москва (2001)
2. Артемьев, С.С., Якунин, М.А.: Математическое и статистическое моделирование в финансах. ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск (2003)

* Работа выполнена при поддержке РГНФ (проект 16-02-00049) и РФФИ (проект 16-06-00046).

ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ ГОРОДСКИМ ПАССАЖИРСКИМ ТРАНСПОРТОМ

С. С. Кыдырмаева

Кыргызский национальный университет им. Ж. Баласагына, Бишкек, Киргизия
salia2003@mail.ru

Ключевые слова: городской пассажирский транспорт, имитационное моделирование, оптимизационные модели, схемы маршрутов транспорта.

Система городского пассажирского транспорта (ГПТ) крупного города – это сложная система, которая включает в себя большое число взаимосвязанных и взаимодействующих задач, которые необходимо решать одновременно. Управление такой большой системой с каждым годом все усложняется в связи с ростом городов, уровнем автомобилизации, меняющимися потребностями граждан в обслуживании. В городе Бишкеке в настоящее время остро стоит вопрос оптимизации маршрутной сети. Она в последние годы не подвергалась научному исследованию и перегружена дублирующими маршрутами и частными маршрутными автобусами малого класса. Для решения задач, возникающих в системе ГПТ, можно использовать различный математический аппарат, в частности математическое программирование, эконометрику, теорию игр, теорию систем массового обслуживания, имитационное моделирование и т. д. Исследованию сложных взаимосвязей факторов в системе ГПТ и их влияния на результат ее функционирования поможет разработка имитационных моделей. Но недостатком имитационных моделей является то, что они дают множество неоптимальных решений, из которых необходимо выбрать наилучшее. В связи с этим представляет интерес объединение имитационных и оптимизационных моделей в единую комплексную систему. Наиболее эффективно использование сочетания имитационных моделей и оптимизационных в многоуровневых системах моделей, когда выходная информация моделей предшествующих уровней является входной для моделей последующих. Таким образом, основными ограничениями оптимизационной задачи будут отдельные показатели сервиса пассажирских услуг. Их уровень задается в соответствии с предлагаемым методом с последующей корректировкой на основе модели выбора стратегии достижения оптимального уровня сервиса пассажирских услуг [1].

Список литературы

1. Социально-экономическое положение г. БИШКЕК, Бишкекское ГУГС, Бишкек (2016)

ОБ ОДНОЙ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Л. В. Ларина

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия
larinalv@omsu.ru

Ключевые слова: дискретная оптимизация, математическое моделирование, тестирование, компьютерная система.

Своевременный и оперативный контроль в процессе обучения с целью вступительного [1], промежуточного и итогового оценивания умений и навыков, а также выявления пробелов в знаниях той или иной темы, позволяет скорректировать дальнейший ход практических занятий. Удобным инструментом, обеспечивающим достаточно высокое качество проверки знаний, давно стали компьютерные системы тестирования.

В Омском филиале Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН и ОмГУ им. Ф.М. Достоевского на протяжении нескольких лет развивается подход к построению систем компьютерного тестирования знаний студентов, основанный на использовании дискретной оптимизации (А.А. Колоколов, Л.А. Заозерская, В.А. Планкова) [2; 3].

В данной работе представлена разработанная автором специализированная компьютерная система контроля знаний студентов ряда гуманитарных факультетов ОмГУ по дисциплине "Информатика" [4]. В системе использованы предложенные математические модели дискретной оптимизации для решения задач формирования оптимальных тестов [5].

Список литературы

1. Ларина, Л.В.: Проведение входного контроля знаний студентов по Информатике с использованием специализированной компьютерной системы. Открытое образование 2, 14–20 (2017)
2. Заозерская, Л.А., Планкова, В.А.: Применение моделей дискретной оптимизации для разработки автоматизированной системы контроля знаний. Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии 6(1), 47–52 (2008)
3. Колоколов, А.А., Ларина, Л.В.: Формирование проверочных тестов по информатике с использованием дискретной оптимизации. Материалы XIX Международной конференции "Применение новых технологий в образовании", с. 326–327 (2008)
4. Колоколов, А.А., Ларина, Л.В.: Разработка компьютерной системы контроля знаний с использованием дискретной оптимизации. Вестник СибГУТИ 1(37), 33–39 (2017)
5. Колоколов, А.А., Ларина, Л.В.: Разработка и применение моделей дискретной оптимизации при формировании тестов по информатике. Вестник Омского университета 2(60), 173–175 (2011)

ЗАДАЧА ВЫБОРА ЗАЕМЩИКОМ ОПТИМАЛЬНОЙ СХЕМЫ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТА

С. А. Малах¹, В. В. Сервах²

¹ Образовательный центр развития одаренности № 117, Омск, Россия

² Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал, Омск, Россия

¹ malahsveta@mail.ru, ² svv_usa@rambler.ru

Ключевые слова: дискретная оптимизация, метод динамического программирования, кредиты, риск.

Заемщик, желая приобрести квартиру, вносит некоторую сумму денежных средств в качестве первоначального взноса, а на недостающую сумму D_0 оформляет кредит на срок T под процентную ставку r . Для каждого момента $t = 1, 2, \dots, T$ введем следующие величины: D_t – остаток основного долга на момент t ; g_t – размер выплаты основного долга в момент t ; R_t – размер денежной выплаты (платеж), который включает в себя выплату части основного долга g_t и процентов, начисленных на остаток кредита, то есть $R_t = g_t + D_{t-1} \cdot r$. Понятно, что $D_t = D_{t-1} - g_t$, $D_T = 0$, $g_1 + g_2 + \dots + g_T = D_0$.

Для погашения кредитной задолженности банки используют различные схемы. Наиболее распространенными являются схема дифференцированных платежей, когда основной долг выплачивается равными частями $g_1 = g_2 = \dots = g_T = D_0/T$, и схема аннуитетных платежей, при которой платежи в каждый момент времени постоянны $R_1 = R_2 = \dots = R_T = R$. Допускается также схема со свободным погашением основного долга, когда величину g_t заемщик каждый раз определяет самостоятельно, обязательно выплачивая при этом проценты на остаток основного долга.

Перед заемщиком встает проблема выбора схемы погашения кредита, на какую сумму и какой срок оформит кредит, какую оставить в резерве на случай форс-мажорных обстоятельств. В [1] была рассмотрена задача минимизации риска и выплат заемщика при аннуитетной схеме погашения кредита. В настоящей работе исследуются две другие схемы. Описаны недостатки и преимущества каждой из схем в зависимости от распределения дохода заемщика. На основе метода динамического программирования разработаны алгоритмы решения поставленных задач.

Список литературы

1. Малах, С.А., Сервах, В.В.: Минимизация выплат и риска заемщика при ипотечном кредитовании. Автомат. и телемех. 12, 155–166 (2017). In English: Malakh, S.A. Servakh, V.V.: Minimizing the payments and borrower risk in a mortgage. Automation and Remote Control 78(12), 2222–2231 (2017)

ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА
НА МНОЖЕСТВЕ ПРЕДЕЛЬНО-ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ
ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕТРАДИЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ
УГЛЕВОДОРОДОВ

Д. В. Миляев¹, Д. И. Душенин², О. А. Киданова³

^{1,2,3} Сибирский научно-исследовательский институт геологии, геофизики
и минерального сырья, Новосибирск, Россия

¹mdv@sniiggims.ru, ²dushenin@sniiggims.ru, ³kidanova@sniiggims.ru

Ключевые слова: кластерный анализ, оптимизация, принятие решений, многокритериальность.

В настоящей работе рассмотрен метод определения и классификации множества пороговых значений многопараметрической функции чистого дисконтированного дохода для объектов трудноизвлекаемых источников углеводородов при условии минимальной рентабельности их промышленного освоения [4]. Для обеспечения комплексной интерпретации полученного массива данных к рассмотрению предложен подход к разбиению множества решений задачи оптимизации на кластеры, удовлетворяющие исходным априорным ограничениям [1; 3].

Представленный в докладе метод позволит на этапах раннего планирования поисковых и эксплуатационных работ по освоению недр [2] исключить заведомо неперспективные объекты (расположенные ниже предельных глубин, удаленные далее предельных расстояний нефтепровода, превышающие предельную вязкость и т. д.).

Список литературы

1. Бирюков, А.С., Рязанов, В.В., Шмаков, А.С.: Решение задач кластерного анализа коллективами алгоритмов. Журнал вычислительной математики и математической физики 48(1), 176–192 (2008)
2. Ворошилов, В.Г.: Математическое моделирование в геологии. Издательство Томского политехнического университета, Томск (2001)
3. Мандель, И.Д.: Кластерный анализ. Финансы и статистика, Москва (1988)
4. Leonard, D., Long, N.: Optimal control theory and static optimization in economics. Cambridge University Press, New York (1992)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ В ОБЛАСТИ РИТЕЙЛА СО СТОХАСТИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ*

А. О. Новиков

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
atemka1387@bk.ru

Ключевые слова: моделирование инвестиционных проектов, ритейл, стохастическое линейное программирование, прогнозирование.

Ритейл является одной из крупнейших отраслей инвестиций в России. Существуют различные математические описания развития проектов из данной области. Ранее в [1] были изложены модель развития ресурсного региона, базирующаяся на принципах государственно-частного партнерства, соответствующая ей задача линейного стохастического программирования, в которой предполагалось, что ограничения на бюджет в модели из [2] могут случайным образом варьироваться в заданном интервале, а также методы решения подобных задач.

В докладе будут изложены новые модели планирования инвестиционных проектов в области ритейла, связанные с проведением промо активности в торговой сети. Данные модели также основаны на задачах линейного стохастического программирования, причем размерность таких задач существенно больше, чем размерность задач, приведенных в [1]. Стохастические параметры (например, спрос) варьируются в зависимости от поведения рынка. Предлагается подход к решению данной задачи, основанный на редукции ее к детерминированной задаче. При численной проверке алгоритмов, реализующих это подход, использовалась информация о транзакциях компании ООО "Холидей".

Список литературы

1. Новиков, А.О.: Об одном подходе к формированию программы развития региона, учитывающей волатильность бюджета. Труды 12-й Международной Азиатской школы-семинара "Проблемы оптимизации сложных систем", с. 447–451. ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск, (2016)
2. Анцыз, С.М., Калгина, Е.С., Лавлинский, С.М.: Формирование программы развития ресурсного региона: некоторые подходы. Вестник Забайкальского государственного университета 11(102), 118–124 (2013)

* Работа выполнена при поддержке РГНФ (проект 16-02-00049) и РФФИ (проект 16-06-00046).

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ НА ГРАФАХ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ МАРШРУТОВ ПЕРЕБАЗИРОВАНИЯ АВИАЦИИ

А. А. Соловьев¹, Ю. И. Привалова²

^{1,2} Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет, Омск, Россия
¹ solo47aa@mail.ru, ² priv77777@mail.ru

Ключевые слова: дискретная оптимизация, задачи оптимизации на графах, оптимальная совокупность маршрутов.

Задачи оптимизации на графах занимают значительное место в области дискретной оптимизации [1; 2] и имеют широкий круг приложений в различных отраслях. В связи с расширением диапазона задач, связанных с освоением Арктики [3; 4], актуальной становится оптимизация планирования перебазирования авиации в прибрежных зонах. Выполнение основной задачи достигается путем решения в процессе планирования целого ряда частных задач, важное место среди которых занимает задача построения оптимальной совокупности маршрутов перелета, эффективность решения которой зависит от продолжительности перебазирования.

В данной работе предложена математическая модель для построения оптимальной совокупности маршрутов, в которой учитываются количество и класс аэродромов, их пропускная способность, запасы топлива. Для предложенной модели разработана методика нахождения совокупности оптимальных маршрутов, основанная на использовании алгоритмов Дейкстры и Форда – Фалкерсона.

Список литературы

1. Афанасьева, Л.Д., Колоколов, А.А.: Разработка и анализ алгоритма решения некоторых задач формирования производственных групп. Омский научный вестник 2, 39–42 (2012)
2. Колоколов, А.А., Истомина, И.М., Рубанова, Н.А.: Проектирование производственных групп с учетом логических ограничений на основе дискретной оптимизации. Материалы XV Всероссийской конф. “Математическое программирование и приложения”. Инф. бюллетень, 13, с. 90–91. Екатеринбург (2015)
3. Соловьев, А.А., Федоров, А.Э.: Арктика – ключ к пониманию современного противостояния. Национальные приоритеты России 2(12), 3–34 (2014)
4. Соловьев, А.А., Федоров, А.Э.: Милитаризация Арктики. Вестник Сибирского отделения Академии военных наук 25, 119–140 (2014)

ОСЛАБЛЕНИЕ ДОСТАТОЧНОГО УСЛОВИЯ ДЛЯ КОНСТАНТНОЙ СКОРОСТИ ПРОЦЕССА РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Е. А. Тюменцев

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия
etyumentcev@gmail.com

Ключевые слова: процесс разработки ПО, the open-closed principle.

В исследовании [1] изучалась зависимость времени разработки программного кода как функции от количества машинных команд в 11 крупных программных проектах. Эмпирически было получено, что данная зависимость аппроксимируется степенной функцией с показателем 1.5. Получается, что скорость разработки падает по мере роста размера проекта.

В статьях [2; 3] описана математическая модель процесса разработки программного обеспечения как процесса редактирования текста программы. С помощью данной модели построен пример процесса разработки, скорость которого асимптотически приближается к 0 с ростом размера программы, и сформулировано достаточное условие, при соблюдении которого скорость разработки не падает ниже некоторой константы при любом размере программы.

В докладе представлен ослабленный вариант достаточного условия:

Теорема 1. В обозначениях статей [2; 3] предположим, что
 $\exists C > 0, C \in \mathbb{N} \exists C_1 > 0 \exists k \in \mathbb{N} \forall n > k$

$$C_1 \cdot \left(\sum_{\bar{\alpha} \in G_n^C} F_n(\bar{\alpha}) \right) \geq \sum_{\bar{\alpha} \in B_n^C} F_n(\bar{\alpha}) + \sum_{\bar{\alpha} \in D_n} F_n(\bar{\alpha})$$

Тогда процесс разработки Pr имеет константную скорость.

Данное достаточное условие предлагается в виде формальной формулировки The Open-Closed Principle [4] в части “Software entities (classes, modules, functions, etc.) should be ... closed for modification”.

Список литературы

1. Nanus, B., Farr, L.: Some cost contributors to large-scale programs. AFIPS Proc. SJCC. Spring 25, 239–248 (1964)
2. Тюменцев, Е.А.: О формализации процесса разработки программного обеспечения. Математические структуры и моделирование 43(3), 96–197 (2017)
3. Тюменцев, Е.А.: Уточнение к статье “О формализации процесса разработки программного обеспечения”. Математические структуры и моделирование 45(1), 144–147 (2018)
4. Martin, R.: The open-closed principle. Object mentor (1996). URL: <http://www.objectmentor.com/resources/articles/ocp.pdf> (revised date: 5.10.2015)

ГИБРИДНЫЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ КЛАСТЕРИЗАЦИИ
БОЛЬШИХ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ПОИСКА К-МЕДОИДОВ*

А. В. Ушаков

Институт динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН, Иркутск, Россия
aushakov@icc.ru**Ключевые слова:** кластеризация, параллельные вычисления.

Предположим, что имеется конечное множество объектов O , $|O| = m$, причем каждый объект характеризуется набором из n признаков. Задача разбиения объектов на k кластеров может быть сведена к оптимизационной задаче поиска k так называемых медоидов, известной также в литературе как задача о k -медианах (p -медиане). Таким образом, кластеры определяются с помощью выбора k представителей кластеров $c_1, c_2, \dots, c_k \in O$ и присоединения каждого объекта к ближайшему представителю: $\text{minimize}_{c_1, c_2, \dots, c_k \in O} \sum_{i=1}^m \min_{j=1, \dots, k} d(x_i, c_j)$, где $d(\cdot)$ расстояние между соответствующими характеристическими векторами относительно некоторой метрики.

В докладе предлагается параллельный распределенный алгоритм для поиска приближенных решений указанной задачи кластеризации, представленной в виде задачи целочисленного линейного программирования. Алгоритм реализован с помощью интерфейсов MPI и OpenMP и основан на частичном хранении матрицы попарных расстояний между характеристическими векторами с использованием подхода t -ближайших соседей, а также поиске нижних и верхних оценок оптимального значения. В докладе приводятся результаты тестирования разработанного алгоритма на тестовых и прикладных задачах кластеризации большой размерности, выполненные на вычислительном кластере «Академик В.М. Матросов».

Список литературы

1. Avella, P., Boccia, M., Salerno, S., Vasilyev, I.: An aggregation heuristic for large scale p -median problem. *Comput. Oper. Res.* 39(7), 1625–1632 (2012)
2. Vasilyev, I., Ushakov, A.: A shared memory parallel heuristic algorithm for the large-scale p -median problem. In: A. Sforza, C. Sterle (eds.) *Optimization and Decision Science: Methodologies and Applications*, pp. 295–302. Springer, Cham (2017)
3. Иркутский суперкомпьютерный центр СО РАН [Электронный ресурс]: сайт. Иркутск: ИДСТУ СО РАН. URL: <http://hpc.icc.ru> (дата обращения: 01.02.2018).

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-71-10176).

ТОЧНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ЧИСЛА ЭЛЕКТРОПОЕЗДОВ НА ПРИГОРОДНЫХ МАРШРУТАХ*

А. Д. Цой¹, А. В. Кононов²

^{1,2} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

² Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

¹ faydaen796@mail.ru, ² alvenko@math.nsc.ru

Ключевые слова: метод ветвей и границ, целочисленное линейное программирование, график оборота.

Рассматривается задача построения графика оборота пригородных составов (электропоездов), которая состоит в увязке маршрутов графика движения в единый график оборота. Предполагается, что каждый маршрут начинается и заканчивается в одном и том же пункте (главной станции), и каждый состав ежедневно выполняет одно и то же множество маршрутов. Кроме того, в графике должны быть учтены время, необходимое на технический осмотр электропоезда, и возможность смены бригад на главной станции с двенадцатичасовым интервалом. Необходимо, построить график с минимальным числом требуемых составов. Данная задача является упрощенной моделью, возникающей при составлении графика оборота пригородных составов по станции Новосибирск-Главный.

Для рассмотренной задачи предлагается метод ветвей и границ, который позволяет находить точное решение задачи на случайных примерах со 100 маршрутами за время, не превышающее 10 минут на персональном компьютере. Нижние оценки целевой функции строятся путем нахождения максимальной клики в графе конфликтов. Показано, что граф конфликтов является интервальным, и задача нахождения максимальной клики решается за линейное время от числа маршрутов. Найдены условия отсечения неперспективных ветвей в дереве ветвления. Приводится сравнение эффективности данного метода с решением задачи пакетом SCIP.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-07-00513 А).

AN OPTIMIZATION MODEL FOR EMPTY CARRIAGES MOVEMENT AT RAILWAY PETROLEUM LOGISTICS MARKET*

I. A. Davydov

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
idavydov@math.nsc.ru

Keywords: logistics, railroad, transportation network, mixed-integer programming.

The railroad companies face a difficult problem in assigning empty freight cars based on customer demand because these assignments depend on a variety of factors [1]. We consider the transportation problem, which is inspired by petroleum logistics market on the railroad network of the republic of Kazakhstan. A railroad company (carrier) owns a fleet of oil carriages and provide transportation service on the railway network. The nodes of the network may generally be divided into two groups: facilities and consumers. Facilities produce a number of different products that has to be delivered to the consumers. Delivery is made according to the pre-defined list of orders over a planning horizon. Each order specifies the number of empty carriages which have to be provided by the carrier on the facility for loading. Different types of products require the carriages to be prepared (washed) according to the loaded cargo. Carrier aims to deliver all the orders according to schedule minimizing the total expenses. The list of orders and routes of delivery are fixed and given as an input, thus the expenses that can be optimized consist mostly of the empty carriage run. Additional costs corresponds to the washing process and storage of the unused fleet. The problem is to arrange the movement of the empty carriages to satisfy all requests minimizing total costs.

In this work we propose a new model for this problem in terms of mixed integer linear programming. The proposed model is highly flexible and able to meet the variety of additional constraints which frequently arise in real life applications. We provide an extensive experimental study of this problem under a different set of assumptions both on randomly generated and real data instances, provided by Kazakhstan petroleum carrier.

Bibliography

1. Cordeau, J.-F., Toth, P., Vigo, D.: A survey of optimization models for train routing and scheduling. *Transportation Science* 32(4), 380–404 (1998)

* This research was supported by RFH grant 16-02-00049.

SERVICE SUPPORT STRUCTURE OPTIMIZATION OF A LARGE-SCALE RAILWAY COMPANY

A. K. Enaleev¹, V. V. Tsyganov²

^{1,2} V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia

¹ anver.en@gmail.com, ² bbc@ipu.ru

Keywords: graph partitioning, optimization, NP-hardness, local search, heuristic, transport network.

Large-scale rail company operation requires extensive service network (SN) distributed in many regions. The complexity of keeping SN in working condition requires its separation on fragments – regional SN. Each one ensures the operation of the respective section of the rail network, called a polygon [1]. Responsible for support of each regional SN has its center.

We investigated the problem of optimizing the number of regional support centers and boundaries of their responsibilities in the company. The solution to these problems is related to optimal graph partitioning [2]. We have developed methods for partitioning large-scale networks taking into account the specifics of the Russian Railways management system. This decomposition is based on the definition of the complexity of managing the network and its polygons. In [1] conceptual and methodological approaches to assessing the complexity of such management have been proposed.

Mentioned specifics and NP-hardness do not allow the use of standard approaches to the solution of these problems [2]. Therefore we developed methods for local search and heuristic optimization algorithms of finding the number of regional support centers and the boundaries of their responsibility minimizing the maximum complexity of regional management. These algorithms based on our proposed methods of network reduction taking into account informal requirements and restrictions. The obtained optimization results were used in programs of "Russian Railways" development, such as the modernization of the Baikal-Amur mainline and the construction of high speed railway Moscow–Kazan [1].

Bibliography

1. Tsyganov, V.V., Malygin, I.G., Enaleev, A.K., Savushkin, S.A.: Large-scale transport systems: theory, methodology, development and expertise. Saint Petersburg, IPT RAS (2016)
2. Buluç, A., Meyerhenke, H., Safro, I., Sanders, P., Schulz, C.: Recent advances in graph partitioning. Preprint: arXiv:1311.3144 (2013)

OPTIMIZATION OF TRAINING IN WEIGHTLESSNESS WITH RESPECT TO PERSONAL PREFERENCES*

E. V. Fomina¹, U. A. Grushevskaya², N. Yu. Lysova³, D. S. Shatov⁴

^{1,3} Institute of Biomedical Problems of RAS, Moscow, Russia

^{2,4} Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

³ Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia

⁴ d.shatty@gmail.com

Keywords: physical exercise, linear regression, long space flight, locomotor training, exercise.

This paper contributes to the problem of life support in weightlessness conditions during manned flight in space. We consider an element of prospective autonomic decision support system aimed at training control of cosmonauts on board. Using a linear regression model [2], we propose a method of training optimization with respect to personal preferences of crew members. This method is based on optimal choice of treadmill mode of operation and the amount of axial load subject to maintenance of the level of physical performance at the pre-flight level [1]. The results of tentative computations based on the experimental data collected on board the International Space Station are reported.

Bibliography

1. Fomina, E.V., Lysova, N.Y., Chernova, M.V., Khustnudinova, D.R., Kozlovskaya, I.B.: Comparative analysis of preventive efficacy of different modes of locomotor training in space flight. *Human Physiology* 42(5), 539–545 (2016)
2. Lysova, N.Y. Efficiency of physical training in different modes and axial loads as a countermeasure of negative effects of weightlessness in motor system. Synopsys of candidate of biological sciences thesis (in Russian). Moscow (2015)

* The research is supported by fundamental scientific research program of state academies of sciences, section 0314-2018-0001.

INVENTORY POLICIES IN DUAL SOURCING SYSTEMS WITH UNCERTAIN YIELD

A. F. Gabor¹, A. Sleptchenko²

¹ University of United Arab Emirates, Al Ain, UAE

² Khalifa University of Science and Technology, Abu Dhabi, UAE

¹ adriana.gabor@uaeu.ac.ae, ² andrei.sleptchenko@kustar.ac.ae

Keywords: spare part logistics, dual sourcing, additive manufacturing, Markov-decision processes.

Spare part inventories play an important role in modern life, keeping downtime of advanced capital goods within reasonable limits and ensuring availability, safety and eco-friendliness of different production and service systems. At the same time, spare parts inventories have low turnover and form a substantial cost item in the production or service budgets. One of the main reasons for the large costs of spare parts inventories is the long replenishment lead-time, in particular for customized parts manufactured using Traditional Manufacturing (TM) technologies like milling, drilling or molding.

In this research, we study a spare part supply system where both Traditional Manufacturing and Additive Manufacturing (also know as 3D printing) are used for replenishment of the spare parts inventories, see Figure 1. Demands for the spare parts occur according to a Poisson process and the failed parts are immediately replaced from the inventory, if available. If inventory is not available, items are backordered and fulfilled when a spare becomes available (i.e., a replenishment is received from one of the suppliers).

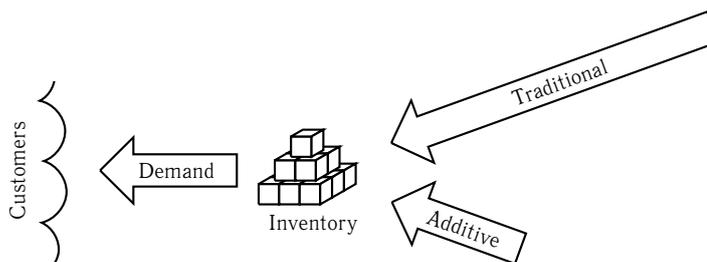


Fig. 1. System Diagram

Additive Manufacturing offers the advantage of shorter lead times, however, at higher production costs. Moreover, Additive Manufacturing processes often have uncertain yield, leading to the fact that not every produced part will satisfy the quality control and can be used to replenish the inventory. In this paper, we propose a Linear Programming (LP) based optimization problem that decides which of the processes to use for replenishment of the inventory while minimizing the total (holding + backorder) system costs.

SOLVING MATHEMATICAL MODEL OF POWER SYSTEM EXPANSION
AND OPERATION BY LARGE SCALE LINEAR PROGRAMMING
METHODS*

S. A. Gakh

Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Russia
svetagah@inbox.ru

Keywords: large scale linear programming problem, sparsity, block-wise matrices, network constraints.

A model of optimization of expansion and prospective operating modes of power systems is studied. The model takes into account different types of power capacities, generation constraints, power capacities operation and expansion constraints, daily load curves, network transmission losses and network capacities constraints. From mathematical point of view this model is a large scale and sparse linear programming problem and practically proved to be a very efficient tool for analyzing power systems efficiency [1]. Standard solvers like CPLEX can be used for finding the solution. However, as soon as number of nodes of the system is increased the problem is getting harder for practical solution. So, we need an adaptation of well-known techniques with more accurate implementation of the model specific. The constraint matrix is sparse and has a block-wise structure which must be used in development of the solution approach. We suggest to apply large scale linear programming methods from [2] and [3] for solving the problem under consideration. Main details of the implementation are described and preliminary computational results are given.

Bibliography

1. Belyaev, L.S., Chudinova, L.Yu., Khamisov, O.V., Kovalev, G.F., Lebedeva, L.M., Podkovalnikov, S.V., Savelyev, V.A.: Studies of interstate electric ties in Northeast Asia. *Int. J. Global Energy Issues* 17(3), 228–249 (2002)
2. Golikov, I., Evtushenko, Yu., Mollaverdi, N.: Application of Newton's Method for Solving Large Linear Programming Problems. *Computational Mathematics and Mathematical Physics* 44(9), 1564–1573 (2004)
3. Popov, L.D.: Experience in organizing hybrid parallel calculations in the Evtushenko-Golikov method for problems with block-angular structure. *Automation and Remote Control* 75(4), 622–631 (2014)

* This research was supported by the Scientific Project III.17.3.1 of Fundamental Research Program SB RAS, No. AAAA-A17-117030310442-8.

SHUFFLING CARTS USING A CAPACITATED STACK

B. M. T. Lin¹, S. J. Shyu²

¹ National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan

² Ming Chuan University, Taoyuan, Taiwan

¹ bmtlin@mail.nctu.edu.tw, ² sjshyu@mail.mcu.edu.tw

Keywords: Catalan number, switching network, capacitated stack.

We consider a new variant of counting problem that is related to Catalan numbers, which constitute an important area of discrete and combinatorial mathematics. Catalan numbers have various applications and interpretation in different disciplines, see [3; 4]. Amongst the applications, shuffling carts using a stack is widely adopted in the teaching of Data Structures [2]. The problem is concerned with shuffling carts using a capacitated stack. We formulated its recurrence relations and solve the relations for two special cases to have their closed form. We adopt a characteristics equation as a mechanism to derive the closed form of the defined recurrence relations. In the case of size 2, the number of ways to shuffle n carts is given by 2^{n-1} , while the solution for size 2 is $(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}})(\frac{3+\sqrt{5}}{2})^n + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{5}})(\frac{3-\sqrt{5}}{2})^n$.

Bibliography

1. Grimaldi, R.P.: Discrete and Combinatorial Mathematics. 5/e. Pearson Education, London (2003)
2. Horowitz, E., Sahni, S., Anderson-Freed, S.: Fundamentals of Data Structures in C. Silicon Press, New Jersey (2007)
3. Koshy, T.: Catalan Numbers with Applications. Oxford University Press, Oxford (2008)
4. Roman, S. An Introduction to Catalan Numbers. Birkhauser, Berlin (2015)

DEVELOPMENT OF ROUTING METHODS FOR THE NESTING PROBLEM

T. A. Makarovskikh¹, A. V. Panyukov²

^{1,2} South Ural State University, Chelyabinsk, Russia
¹Makarovskikh.T.A@susu.ru, ²paniukovav@susu.ru

Keywords: plane graph, laser cutting, cutting path, tool path, algorithm.

Laser cutting is one of the major cutting processes used to manufacture sheet metal products. Lots of researches [1; 2] on tool paths for cutting machines mainly deal with contour by contour cutting. While constructing a path one needs to determine the pierce point and the direction of contour passing. In this case only the length of idle passes may be optimized. To solve this problem GTSP approach is used [3]. Resource-efficient technologies for cutting sheet materials allow for the contours of cut-off details to be overlapped. It allows reducing the material waste and shortening the length of cuts. Common cuts are also the origin of one more set of precedence constraints. These constraints can be formalized as one general formal restriction called as Ordered Enclosing (OE) formulated in [4] for plane graphs that are the homeomorphic images of the cutting plan. In this report we consider the common case of a cutting problem when combination of contours is allowed. We review the polynomial algorithms for all the possible restrictions: (1) part cut off a sheet does not require further cuts (constructing of OE-route); (2) there are no intersections of cuts (constructing of NOE-route); (3) there are some restrictions on placement of pierce points (constructing of PPOE-cover).

Bibliography

1. Dewil, R., Vansteenwegen, P., Cattrysse, D.: A review of cutting path algorithms for laser cutters. *International Journal Adv. Manuf. Technol.* 87, 1865–1884 (2016)
2. Petunin, A.A., Chentsov, A.G., Chentsov, P.A.: About routing in the sheet cutting. *Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software* 10(3), 25–39 (2017)
3. Chentsov, A., Khachay, M., Khachay, D. Linear time algorithm for precedence constrained asymmetric generalized traveling salesman problem. In: Dolgui, A.B., Grubbström, A.R., Ivanov, D., Yalaoui, F. (eds.) 8th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control (MIM 2016) Troyes, France, 2830 June 2016. IFAC-PapersOnLine, vol. 49, pp. 651–655. Elsevier (2016)
4. Makarovskikh, T.A., Panyukov, A.V., Savitskiy, E.A.: Mathematical models and routing algorithms for economical cutting tool paths. *International Journal of Production Research* 56, 1–18 (2018). doi: 10.1080/00207543.2017.1401746

ABOUT PROPERTIES OF ADMISSIBLE SET OF SOME GENERAL
 FORMALIZATION OF OPTIMAL NON-DESTRUCTIVE SYSTEM
 EXPLOITATION PROBLEM

V. D. Mazurov¹, A. I. Smirnov²

^{1,2} N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of UB RAS, Yekaterinburg, Russia
² asmi@imm.uran.ru

Keywords: convex programming, subhomogeneous mapping, optimal harvest.

In this report, questions of mathematical modeling of non-destructive exploitation of renewable resources are discussed. This task is very relevant at the present time [1]. We are based on the results of paper [2], where the unified approach to managing such systems is presented. It consists in the following. The system being operated varies in time and is described by some iterative process. The problem of its optimal non-destructive exploitation is modeled by the following optimization problem: to find

$$\tilde{c} = \max\{c(u) \mid u \in \bar{U}\}, \quad (1)$$

where $c, x \in \mathbb{R}_+^n$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, $c(x)$ — some nonnegative scalar function, that determines the income from the use of the elements of the system in quantities x_1, x_2, \dots, x_n , \bar{U} — the closure of the set $U = \{u \in \mathbb{R}_+^n \mid X_0(u) \neq \emptyset\}$,

$$X_0(u) = \{x_0 \in \mathbb{R}_+^n \mid \inf_{t=0,1,2,\dots} x_t^i(x_0, u) > 0 \ (\forall i = 1, \dots, n)\},$$

$$x_{t+1}(x_0, u) = (F(x_t(x_0, u)) - u)^+, \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Here $x_t(x_0, u) = [x_1^t(x_0, u), x_2^t(x_0, u), \dots, x_n^t(x_0, u)]$, $x_0(x, u) = x$, $x_i^+ = \max\{x_i, 0\}$, $x^+ = [x_1^+, x_2^+, \dots, x_n^+]$. The mapping F is assumed to be concave on the nonnegative cone \mathbb{R}_+^n of the space \mathbb{R}^n .

In [2], the problem (1) is reduced to the following mathematical programming problem:

$$\max\{c(u) \mid x = F(x) - u, \ x \geq 0, \ u \geq 0\}.$$

In our work, we research the properties of an admissible set of this problem.

Bibliography

1. Getz, W.M., Haight, R.G.: Population harvesting: demographic models of fish, forest, and animal resources. Princeton University Press (1989)
2. Mazurov, V.D., Smirnov, A.I.: On the reduction of the optimal non-destructive system exploitation problem to the mathematical programming problem. In: Evtushenko, Yu.G., Khachay, M.Yu., Khamisov, O.V., Kochetov, Yu.A., Malkova, V.U. Posypkin, M.A. (eds.): Proceedings of the OPTIMA-2017 Conference, pp. 392–398 (2017). <http://ceur-ws.org/Vol-1987/paper57.pdf>

A NEW MODEL OF SEA SHIPPING

A. A. Panin

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
aapanin1988@gmail.com

Keywords: sea shipping, vehicle routing, local search, greedy algorithm.

In this work a new optimization model of sea shipping area is introduced. The set of cargoes and the set of ports are given. Each cargo is delivered from the loading port to the port of destination. The company needs to minimize the total delivery cost of cargoes. She has a set of vessels. Each vessel can be loaded with any set of cargoes as the cargo can be delivered by any set of vessels. Cargoes are of two types: required cargoes and additional cargoes. It can be placed on the vessel in any volume if the volume doesn't exceed the capacity of the vessel. All required cargoes must be delivered. If the company signs a contract of additional cargo then she must deliver it in full. The profit from the delivery of additional cargo (contract price) is known. The transport costs between any pair of ports and port charges for each vessel are given. The objective is to find the best strategy for the company to minimize the difference between the total transport and charge cost and the total contract price. This is one of the vehicle routing problem [1].

A hybrid heuristics algorithm for the problem is presented. It is based on the local search and greedy algorithm. The scheme of greedy algorithm can be described as follows. For each cargo and each vessel we find the cost price of transportation. After that for some order of cargoes we successively assign vessels with the lowest cost price until the cargo is delivered in full. We use the local search to find the best order of cargoes.

Bibliography

1. Vidal, T., Crainic, T.G., Gendreau, M., Prins, C.: A unified solution framework for multi-attribute vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research* 234, 658–673 (2014)

PROBLEM OF DISTRIBUTION OF GOODS BY LOGISTICS CENTERS

A. V. Panyukov¹, Kh. Z. Chalob²

^{1,2}South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

¹paniukovav@susu.ru, ²khalid.e@mail.ru

Keywords: logistics center, transport problem, operational management, distribution task, regularization, decomposition, algorithm.

Currently, effective logistics management is recognized as a key factor in improving the performance of companies and their competitiveness. The econometric methods used in practice do not provide the means for promptly solving a multitude of emerging problems, in particular for effective operational management of a network marketing organization [1]. In the paper, algorithms for analyzing and solving the problem of distribution of goods by logistics centers [2], including decision support system in case of incorrectness of the arising problem are proposed: (1) the method of regularization of the decomposable distribution problem; (2) an effective algorithm for approximating an indecomposable problem by a decomposable problem. The software implementation of the proposed algorithms is easily encapsulated in the MS Office system [3].

Bibliography

1. Budashevsky, V.G., Pastukhova, O.N.: Technology of adaptive management of synergistic interaction of supply and demand on the basis of a design and research complex marketing experiment. Bulletin of the South Ural State University. Series: Economics and Management 10(4), 60–65 (2016). (in Russian)
2. Sira, O.V.: Distribution Linear Programming Problem. Information Processing Systems 2(109), 168–170 (2013) (in Russian)
3. Panyukov, A.V., Teleghin, V.A.: Software engineering of the flow algorithms. Bulletin of South Ural State University. Series: Mathematical modeling and programming 27(127), 78–99 (2008) (in Russian)

ON CALCULATION AND ESTIMATION OF FLOW TRANSMISSION
PROBABILITY IN A COMMUNICATION NETWORK*

A. S. Rodionov¹, O. A. Yadykina², D. A. Migov³

^{1,2,3}Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹alrod@sscc.ru, ²artjuha@gmail.com, ³mdinka@rav.sccc.ru

Keywords: communication network, transport network, connectivity, random graph, network reliability, flow network, flow transmission.

We study the problem of estimating a probability that a flow of a given capacity may be transferred in a communication network. Network is represented by a random graph with absolutely reliable nodes and unreliable links with given operational probabilities and capacities. The algorithm for fast decision making whether a network is reliable enough for transmission of a given flow is proposed. Case studies show applicability of the proposed approach.

* Supported by Russian Foundation for Basic Research under grants 17-07-00775, 18-07-00460.

CONSTRUCTION OF OPTIMAL IMMUNE NETWORK MODEL
BASED ON SWARM INTELLIGENCE ALGORITHMS
FOR COMPUTER-AIDED DESIGN OF NEW DRUGS

G. A. Samigulina¹, Zh. A. Massimkanova²

^{1,2}Institute of Information and Computational Technologies, Almaty, Kazakhstan
¹galinasamigulina@mail.ru, ²masimkanovazh@gmail.com

Keywords: optimal immune network model, drug design, swarm intelligence algorithms.

Nowadays modern methods of artificial intelligence are widely applied in pharmacology for computer modeling of new drug compounds with predetermined properties. The development of innovative information technologies based on bioinspired intellectual approaches for processing and analysis of big data, optimization and solution of problems of prediction is actual. One of the important steps of prediction quantitative structure – property/activity relationship is the allocation of informative descriptors to reduce the size of descriptor space [1]. The swarm intelligence algorithms are actively developing and used to solve optimization problems and characterized in ability quickly and accurately solve problem of difficult search.

The statement of the problem is formulated as follows: it is necessary to develop an information system for scientific research "SIIM" (Swarm intelligence for immune network modeling) for creation an optimal immune network model of drug compounds of sulfanilamide group based on swarm intelligence algorithms (ant colony algorithm and particle swarm optimization) and solution the problem of pattern recognition using artificial immune system (AIS).

The constructed optimal immune network models significantly improve the quality of prediction at solution the problem of pattern recognition based on AIS and allow quickly select the best algorithm for concrete set of descriptors based on the minimum value of generalization error of AIS [2].

Bibliography

1. Samigulina, G.A., Samigulina, Z.I.: Immune network Technology on the Basis of Random Forest Algorithm for Computer-Aided Drug Design. In: Proceedings 5th International Conference Bioinformatics and Biomedical Engineering, IWBBIO 2017. 10208, pp. 50–61. Springer, Spain (2017)
2. Samigulina, G.A.: Immune network modeling technology for complex objects intellectual control and forecasting system. Science Book Publishing House, USA (2015)

PROFIT MAXIMIZATION AND FLEET PLANNING
FOR THE HARBOR SCRAP-METAL LOGISTIC*

N. B. Shamray¹, N. A. Kochetova²

¹ Institute for Automation and Control Processes of FEB RAS, Vladivostok, Russia

² Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹ shamray@dvo.ru, ² nkochet@math.nsc.ru

Keywords: mixed integer programming, heterogeneous fleet of vehicles, aggregation, linearization.

We introduce a new optimization model to maximize the total operational profit of a harbor logistic company on a given time horizon. The company has some local providers who supply it by scrap-metal materials of different qualities. The materials are manufactured into the high quality product and exported to abroad by different type of ships. Company can send at most one ship per day. The total demand for the product is known in advance according to a contract. The company has to pay to providers according to piecewise linear prices, transportation cost to deliver all materials to depot in harbor by heterogeneous fleet of vehicles (own or rented), keeping cost in depot, manufacturing cost, the shipping cost, and payment for international declarations. The goal is to find the best strategy for the company to maximize the total operational profit to perform the contract. We present a mixed integer nonlinear programming formulation for the model, linearize the objective function [1] and aggregate the set of providers [2] to reduce the dimension of the problem. The CPLEX software can find optimal solutions for 30 days time horizon in few seconds by personal computer. We conduct computational experiments on real test instances and discuss how to use the model for planning own fleet of vehicles, capacity of the depot, and price strategy for the company.

Bibliography

1. Nemhauser, G.L., Wolsey, L.A.: Integer and combinatorial optimization. (Wiley-Interscience series in discrete mathematics and optimization) John Wiley and Sons, New York (1988)
2. Irawan, C.A., Salhi, S., Scaparra, M.P.: An adaptive multiphase approach for large unconditional and conditional p -median problems. European Journal of Operational Research 237(2), 590–605 (2014)

* This research was supported by RFBR grant 18-07-00599.

OPTIMAL CROSS-TRAINING IN SUPPLY SYSTEMS FOR REPAIRABLE SPARE PARTS

A. Sleptchenko¹, H. H. Turan², S. Pokharel³, T. E. Mekkawy⁴

¹ Khalifa University of Science and Technology, Abu Dhabi, UAE

² University of New South Wales, Canberra, Australia

^{3,4} Qatar University, Doha, Qatar

¹ andrei.sleptchenko@kustar.ac.ae

Keywords: spare part logistics, repair shop, genetic algorithm, queueing.

Maintenance plays a very important role in the modern life ensuring availability, safety and eco-friendliness of different production and service systems. At the same time, maintenance costs form a substantial cost item in the production or service budgets. In production systems, maintenance related costs can be typically anywhere between 15% and 70% of the total production expenses.

In our research, we study supply systems for repairable spare parts, where malfunctioned parts or components are immediately replaced by ready-for-use spares. The failed components are sent to a repairshop, and once the repair is finished, they are forwarded back to stock as good as new. The repairshop has several multi-skilled parallel servers (technicians) that are capable of handling certain types of spares, see Figure 1.

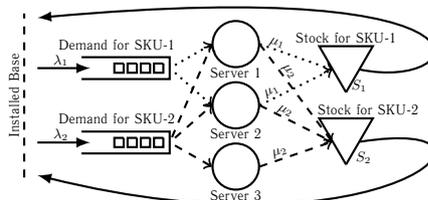


Fig. 1. Repair shop architecture for 2 failure types and 3 Cross-Trained Servers.

To optimize the skill-server assignments and the inventory levels, we formulate the problem as a stochastic nonlinear integer programming model and propose a two-stage sequential solution algorithm. At the first stage, a genetic algorithm (GA) generates a set of feasible pooled repair shop design schemes. That is the skill-server assignment are generated as a union of mutually exclusive and total exhaustive multi-class multi-server queueing systems. Thus, we exploit this fact and optimize each queueing system separately. In the second stage, optimal inventory and capacity levels for each independent system are calculated by using a queueing approximation technique and a local greedy heuristic.

The performed numerical experiments show that the proposed two-stage approach obtains high-quality solutions and has very good run-time characteristics.

ON A PROBLEM OF THE UTILITY NETWORK DESIGN*

G. Y. Toktoshov¹, A. N. Yurgenson², D. A. Migov³

^{1,2,3}Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹tgi_tok@rambler.ru, ²nastya@rav.sgcc.ru, ³mdinka@rav.sgcc.ru

Keywords: multilayer network, utility network, deployment area, track, graph, hypergraph, hypernet, connectivity, network reliability.

Utility network is a composite geographically distributed system that performs such vital functions as providing consumers with energy and water resources, communication facilities, information, route network, traffic, and other services. As a rule, the utility network is considered to be a two-dimensional object located on a plane. However, such a representation of networks does not quite completely correspond to reality, since as the basis of the design and construction of the utility network underlies the interaction of, at least, two interrelated objects. In this case it is completely inconvenient to use graphs and hypergraphs. Instead of them, other network models are used. For instance, there are such mathematical objects as nested graphs, layered complex networks, hypernets.

An important point is that the laying of utility networks along the chosen tracks (trenches, collectors, etc.) is carried out strictly according to the established rules and regulations relating to the mutual arrangement of networks for various purposes. The combined laying of the utility communications for various purposes is allowed in the same collector only for communications which are compatible with each other in terms of mechanical and electromagnetic influence.

Based on the hypernet approach, we solve the task of providing the connectivity of given consumers with given sources on a given area, with minimization of laying and maintenance costs and within given constraints. As a result, we propose a new method for the selection of routes for the laying of the utility networks taking into account the compatibility of different types of resources for placing them in the same track.

Also, we introduce an algorithm for obtaining not only the cheapest solution, but reliable as well. As a reliability measure, the hypernet analogue of the 2-terminal reliability is considered, under assumption that failures occur in a primary network, and nodes in a secondary network should be connected. In this case we design a utility network, in which each consumer should be connected with the necessary suppliers with probability no less than a given reliability threshold. For this problem, we introduce the ant colony algorithm.

* Supported by Russian Foundation for Basic Research under grants 17-07-00775, 18-07-00460.

INTERACTIVE SIMULATION SOFTWARE FOR MULTI-REGIONAL INPUT-OUTPUT LEONTIEF-STROUT MODEL OF FREIGHT TRANSPORTATION

A. S. Velichko

Institute for Automation and Control Processes of FEB RAS, Vladivostok, Russia
Far Easter Federal University, Vladivostok, Russia
vandre@dvo.ru, velichko.as@dvfu.ru

Keywords: simulation, multi-regional, input-output, transportation, network, equilibrium.

The paper [1] describes a model of trade flows to simulate interregional multi-product trade flows. This work consider more general model based on multi-regional input-output Leontief-Strout model and transportation network flow equilibrium approach.

We use a general network equilibrium problem in a form of the following optimization problem $\sum_{l=1}^L \int_0^{f_l} c_l(y) dy + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^{x_{ij}} g(z) dz \rightarrow \min_{\{x_{ij}, h_p\}}$ under input-output Leontief-Strout condition $\sum_i x_{ij}^r = \sum_s b_j^{rs} \sum_k x_{jk}^s + y_j^r$, where x_{ij}^r is a flow of r -th product between regions i and j ; b_j^{rs} is input-output coefficients for products r and s in a region j ; y_j^r is a contibution of product r gross domestic product, and network flow condition $\sum_{p=1}^{P_{ij}} h_p^r = x_{ij}^r, i, j = 1, \dots, n$, where x_{ij}^r is a flow of product r between regions i and j ; $f_l = \sum_{p=1}^P a_{lp} h_p^r, l = 1, \dots, L$ is a total flow along the arc l ; a_{lp} equals unity if the arc l belongs to the path p , or zero otherwise, h_p^r is a flow of the product r along path $p = 1, \dots, P$; P is the total number of routes between all pairs of regions i and j ; P_{ij} is the number of routes from region i to j ; L is the total number of arcs.

The objective function can be interpreted as the overall costs of transportation where the first term corresponds to the costs associated with $c_l(\cdot)$ values as an increasing cost function for total flows along the arc l . The second term in the objective function corresponds to the costs $g(\cdot)$ which reflect the fact that transportation flows x_{ij} between regions i and j are inversely dependent on the distance between them.

Bibliography

1. Velichko, A.S., Gribova, V.V., Fedorishchev, L.A.: Software system for interactive simulation of interregional trade. CEUR Workshop Proc. 1623, 383–393 (2016)

OPTIMAL ROBUST DESIGN OF PROPULSION PARAMETERS FOR THE SUPERSONIC MANEUVERABLE AIRCRAFT

G. S. Veresnikov¹, L. A. Pankova², V. A. Pronina³

^{1,2,3} V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia

¹ veresnikov@mail.ru

Keywords: uncertain variable, expected value of uncertain variable, variance of uncertain variable, optimal robust design.

In designing, especially in the early stages, the assumption about the crisp parameters and the search of global maximum in the deterministic formulation are not justified, since the parameters here are not crisp due to incompleteness of knowledge and the lack of statistics and the fact that the design parameters are implemented in the production with a certain tolerance. Objective functions may be too sensitive to changes in parameters, and, moreover, these changes can lead beyond the admissible range, i.e. the assumption of crisp parameters can lead to low efficiency and even to the inadmissibility of the project. Thus, in the design, the goal is to ensure the least sensitivity of the objective functions (ensuring the robustness of the objective functions), and ensuring the admissibility of the design parameters (ensuring robust admissibility) to small changes in parameters. Decisions that ensure the satisfaction of these two goals are called robust. The procedure for finding optimal robust decisions is called optimal robust design.

The paper considers the problem of optimal robust design in the presence of input parameters with epistemic uncertainty, which is modeled as uncertain value in the theory of uncertainty Liu. The models of optimal robust design for solving these problems are proposed. The task of optimal robust design of the propulsion parameters for supersonic maneuverable aircraft is solved using two models of optimal robust design in the presence of input parameters with epistemic uncertainty. The obtained values of parameters are in good agreement with the values of modern and newly developed maneuverable aircraft. The paper shows:

- Pareto fronts shifted to less robust decisions with the increase of range of input parameters, which implies a recommendation to the designer: more precisely define the ranges of the input parameters;
- for a given range of the input parameters, the requirement of increase in robustness leads to a deterioration of the objective functions;
- ensuring robustness is a more conservative method of evaluating the design parameters than the evaluation of the optimum design parameters without considering robustness.

AUTOMATED DETECTION OF SIGNIFICANT DEVIATIONS IN SPATIAL POSITION OF OIL PIPELINES

A. Yu. Vladova

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia
avladova@ipu.ru

Keywords: multidimensional dataset, pipeline sections, offsetting activities, monitoring, repair works, R-programming, inline inspections.

Selective comparison of the oil pipeline sections based upon datasets of multiple in-line inspections [1] showed that there is a significant group of sections, whose 3d position changed again and again after repairs. At the same time, the ever-increasing volume of in-line inspections makes it impossible to analyze the spatial position of each pipeline section over time. It provokes adapting methods of multidimensional data analysis for automating detection of significant deviations in a spatial position of the pipeline. First phase of data preparation algorithm includes checking the uniqueness headers of dataset, lack of duplicates and gaps, lack of special characters, unprintable characters and extra spaces. The second phase includes checking misses, as well as significant and rapid changes in the data. Method of detecting significant deviations in spatial position of the oil pipeline consists of four main steps: evaluating correlation coefficients of datasets, selecting the grouping method [2], analyzing intra-group statistics and assigning offsetting activities for each group of pipeline sections.

Bibliography

1. Vanaei, H.R., Eslami, A., Egbewande, A.: A review on pipeline corrosion, in-line inspection (ILI), and corrosion growth rate models. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 149, 43–54 (2017)
2. Kabacoff, R.: *R in action*. Manning Publications (2011)

MODELING AND SOLVING ACADEMIC LOAD DISTRIBUTION PROBLEM*

L. A. Zaozerskaya¹, V. A. Plankova², M. V. Devyaterikova³

^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

³ Omsk Tank-Automotive Engineering Institute, Omsk, Russia

¹ zaozer@ofim.oscsbras.ru, ² plankova@ofim.oscsbras.ru, ³ devy_m@mail.ru

Keywords: teacher assignment problem, integer linear programming, bicriteria problem, NP-hardness, full set of alternatives.

We consider an academic load distribution problem in which in contrast to [1] each training course consists of indivisible units that can be given to only one teacher [2]. The maximum and the minimum possible amounts of load are given for each teacher. We propose models of integer linear programming (ILP) for various formulations of this problem. In particular, we continue the research of the bicriteria model [2] in which one optimization criterion is to minimize the maximal number of course assigned to each teacher, and the other criterion is to maximize the total preference of "teacher-discipline" relations. The cardinality of full set of alternatives for this problem is polynomial. In addition, a variant of the problem is considered, which takes into account interpersonal relations under assigning teachers to the same discipline. Finding a feasible solution of the academic load distribution problem is NP-hard. We build an auxiliary IPL problem which minimizes the largest deviation from the upper bounds of the teachers loads. Using the auxiliary problem a search process of an academic load distribution problem solution is constructed. Computational experiments using the CPLEX solver with proposed ILP models are carried out on random instances and on tasks with real data.

Bibliography

1. Hultberg, T.H., Cardoso, D.M.: The teacher assignment problem: A special case of the fixed chare transportation problem. *European Journal of Operational Research* 101, 463–473 (1997)
2. Zaozerskaya, L.A.: On solving academic load distribution problem. In: Abstracts of the 17th Baikal international school-seminar "Methods of Optimization and Their Applications" (July 31 – August 6, 2017, Maksimikha, Buryatia), p. 129. ESI SB RAS, Irkutsk (2017)

* This research was supported by RFBR grant 16-01-00740.

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ АНАЛИЗА ДАННЫХ

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СУММИРОВАНИЯ ВЕКТОРОВ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ*

Э. Х. Гимади¹, И. А. Рыков², Ю. В. Шамардин³

^{1,2,3} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,2} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ gimadi@math.nsc.ru, ² rykov@ngs.ru, ³ orlab@math.nsc.ru

Ключевые слова: подмножество векторов, вектор-сумма, ограничение снизу, евклидово пространство, алгоритм.

Пусть в евклидовом пространстве \mathcal{R}^k задано конечное семейство векторов $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ и вещественное число B . В множестве V требуется найти подмножество X векторов минимальной мощности, такое, что норма вектора-суммы этого множества векторов больше или равна B .

$$\begin{aligned} |X| &\rightarrow \min_{X \subset V}, \\ \left\| \sum_{v \in X} v \right\| &\geq B \end{aligned} \quad (1)$$

В работах [1; 2; 3] рассматривались близкие по постановке задачи отыскания подмножества векторов заданной мощности с максимальной нормой вектора-суммы. Существенным отличием задачи 1 является требование ограниченности снизу величины вектор-суммы.

Идея точного алгоритма решения рассматриваемой задачи опирается на использование точного полиномиального алгоритма решения задачи отыскания подмножества векторов заданной мощности с максимальной нормой вектора-суммы [2]. В данном сообщении с использованием понятия областей принадлежности решения доказывается, что задача 1 может быть решена с той же трудоемкостью, что и в работе [2].

Список литературы

1. Бабурин, А.Е., Гимади, Э.Х., Глебов, Н.И., Пяткин, А.В.: Задача отыскания подмножества векторов с максимальным суммарным весом. Дискрет. анализ и исслед. операций. Серия 2, 14(1), 22–32 (2007)
2. Гимади, Э.Х., Пяткин, А.В., Рыков, И.А.: О полиномиальной разрешимости некоторых задач выбора подмножества векторов в евклидовом пространстве фиксированной размерности. Дискрет. анализ и исслед. операций. Серия 2, 15(6), 11–19 (2008)
3. Гимади Э.Х., Рыков И.А.: Рандомизированный алгоритм отыскания подмножества векторов с максимальной евклидовой нормой их суммы. Дискрет. анализ и исслед. операций. Серия 2, 22(3), 5–17 (2015)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-11-10041).

ОДНА ЗАДАЧА КЛАСТЕРИЗАЦИИ С ЧАСТИЧНЫМ ОБУЧЕНИЕМ

В. П. Ильев¹, С. Д. Ильева², А. В. Моршинин³

^{1,2} Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия

^{1,3} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал, Омск, Россия

¹ iljev@mail.ru, ² iljeva@mail.ru, ³ morshinin.alexander@gmail.com

Ключевые слова: кластеризация, приближенный алгоритм.

В задаче кластеризации требуется разбить данное множество объектов на несколько подмножеств (*кластеров*) только на основе сходства объектов друг с другом. В машинном обучении задачи кластеризации относят к разделу *обучения без учителя*. Наряду с этим рассматриваются также *задачи кластеризации с частичным обучением*, в которых часть объектов (как правило, небольшая) изначально распределена по кластерам [1; 2].

Рассматривается следующая формализация задачи кластеризации с частичным обучением, являющаяся частным случаем *задачи кластеризации графа* [3; 4]. Дано множество, состоящее из n объектов, которые необходимо распределить по k кластерам, $k < n$. Среди заданных выделены k объектов, никакие два из которых не должны принадлежать одному и тому же кластеру. Отношение сходства задается с помощью неориентированного графа, вершины которого взаимно однозначно соответствуют объектам, а ребра соединяют похожие объекты. Требуется разбить множество вершин на попарно непересекающиеся группы (кластеры) так, чтобы минимизировать число ребер между кластерами и число недостающих ребер внутри кластеров.

Рассматриваемая задача является NP-трудной при любом фиксированном $k \geq 2$. Для случая $k = 2$ предложен полиномиальный приближенный алгоритм, состоящий из двух стадий. На первой стадии с помощью 3-приближенного алгоритма строится допустимое решение задачи. На второй стадии к полученному решению применяется процедура локального поиска. Исследование алгоритма показало, что применение локального поиска заметно улучшает качество приближенного решения.

Список литературы

1. Bair, E.: Semi-supervised clustering methods. Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics 5(5), 349–361 (2013)
2. Chapelle, O., Schölkopf, B., Zein, A.: Semi-supervised learning. Cambridge, Massachusetts, MIT Press (2006)
3. Kulis, B., Basu, S., Dhillon, I., Mooney, R.: Semi-supervised graph clustering: a kernel approach. Machine Learning 74(1), 1–22 (2009)
4. Schaeffer, S.E.: Graph clustering. Comput. Sci. Rev. 1(1), 27–64 (2005)

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО СУММИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ НЕСКОЛЬКИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ*

А. В. Кельманов¹, Л. В. Михайлова², С. М. Романченко²

^{1,2,3} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

¹ Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ kelm@math.nsc.ru, ² mikh@math.nsc.ru, ³ rsm@math.nsc.ru

Ключевые слова: оптимальное суммирование, последовательность, перестановка, полиномиальный алгоритм.

Рассматривается следующая экстремальная

Задача 1. ДАНО: совокупность $\{g_1(n), \dots, g_L(n)\}$, $n = 1, \dots, N$, содержащая L последовательностей из \mathbb{R}^q и натуральное число J , причем $JL \leq N$. НАЙТИ: набор (n_1, \dots, n_{JL}) номеров и последовательность (π_1, \dots, π_J) , перестановок на L элементах, такие что

$$\sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^L g_{\pi_j(i)}(n_{(j-1)L+i}) \longrightarrow \max ,$$

при ограничениях

$$1 \leq n_m - n_{m-1} \leq N - 1, \quad m = 2, \dots, JL ,$$

на элементы набора (n_1, \dots, n_{JL}) .

Задача связана с проблемами анализа временных рядов (Time series analysis problems) и индуцируется, в частности, одной из прикладных проблем дистанционного мониторинга (сканирования) совокупности из L подвижных объектов.

Ранее в [1] был обоснован точный полиномиальный алгоритм для частного случая задачи 1, в котором $\pi_1 = \dots = \pi_J = (1, \dots, L)$. Время работы алгоритма есть величина $\mathcal{O}(JLN^2)$, что не превосходит $\mathcal{O}(N^3)$.

В настоящей работе для задачи 1 предложен полиномиальный алгоритм, позволяющий получить точное решение за время $\mathcal{O}(N^5)$.

Список литературы

1. Кельманов, А.В., Михайлова, Л.В., Хамидуллин, С.А.: Апостериорное обнаружение в квазипериодической последовательности повторяющегося набора эталонных фрагментов. Журн. вычисл. математики и мат. физики 48(12), 2247–2260 (2008)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-07-00168).

РАНДОМИЗИРОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ КЛАСТЕРИЗАЦИИ*

А. В. Кельманов¹, А. В. Панасенко², В. И. Хандеев³

^{1,2,3} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,2,3} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ kelm@math.nsc.ru, ² a.v.panasenko@math.nsc.ru, ³ khandeev@math.nsc.ru

Ключевые слова: евклидово пространство, кластеризация, NP-трудная задача, рандомизированный алгоритм, асимптотическая точность.

Рассматриваются NP-трудные [1; 2] в сильном смысле задачи.

Задача 1. Дано: N -элементное множество \mathcal{Y} точек из \mathbb{R}^q и натуральное число $M \leq N$. Найти: подмножество $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{Y}$ мощности M такое, что

$$\sum_{y \in \mathcal{C}} \|y - \bar{y}(\mathcal{C})\|^2 \rightarrow \min,$$

где $\bar{y}(\mathcal{C}) = \frac{1}{|\mathcal{C}|} \sum_{y \in \mathcal{C}} y$ — центроид (геометрический центр) подмножества \mathcal{C} .

Задача 2. Дано: N -элементное множество \mathcal{Y} точек из \mathbb{R}^q и натуральное число $M \leq N$. Найти: разбиение множества \mathcal{Y} на два непустых кластера \mathcal{C} и $\mathcal{Y} \setminus \mathcal{C}$ такое, что

$$|\mathcal{C}| \sum_{y \in \mathcal{C}} \|y - \bar{y}(\mathcal{C})\|^2 + |\mathcal{Y} \setminus \mathcal{C}| \sum_{y \in \mathcal{Y} \setminus \mathcal{C}} \|y\|^2 \rightarrow \min,$$

где $|\mathcal{C}| = M$.

Обе задачи индуцируются, в частности, проблемами Data mining, Pattern recognition, Machine learning.

В работе предложены рандомизированные алгоритмы для рассматриваемых задач. В случае, когда $M \geq \beta N$, где некоторая константа $\beta \in (0, 1)$, для произвольных $\varepsilon > 0$ и $\gamma \in (0, 1)$ алгоритмы находят $(1 + \varepsilon)$ -приближенные решения задач с вероятностью не менее $1 - \gamma$ за время $\mathcal{O}(qN)$. Найдены условия, при которых алгоритмы находят $(1 + \varepsilon_N)$ -приближенные решения задач за время $\mathcal{O}(qN^2)$ с вероятностью не менее $1 - \gamma_N$, где $\varepsilon_N \rightarrow 0$ и $\gamma_N \rightarrow 0$ при $N \rightarrow \infty$, т. е. условия, при которых алгоритмы асимптотически точны.

Список литературы

1. Kel'manov, A.V., Pyatkin, A.V.: NP-completeness of some problems of choosing a vector subset. J. of applied and industrial mathematics 5(3), 352–357 (2011)
2. Kel'manov, A.V., Pyatkin, A.V.: NP-hardness of some quadratic euclidean 2-clustering problems. Doklady Mathematics 92(2), 634–637 (2015)

* Исследование задачи 1 поддержано РФФ (проект 16-11-10041). Исследование задачи 2 поддержано РФФИ (проекты 16-07-00168 и 18-31-00398).

ПРИБЛИЖЕННЫЙ ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ
ПОИСКА ПОДПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НАИБОЛЬШЕЙ ДЛИНЫ
В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ТОЧЕК ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА*

А. В. Кельманов¹, А. В. Пяткин², С. А. Хамидуллин³,
В. И. Хандеев⁴, Ю. В. Шамардин⁵, В. В. Шенмайер⁶

^{1,2,3,4,5,6} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,2,4} Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

¹ kelm@math.nsc.ru, ² artem@math.nsc.ru, ³ kham@math.nsc.ru,

⁴ khandeev@math.nsc.ru, ⁵ orlab@math.nsc.ru, ⁶ shenmaier@mail.ru

Ключевые слова: евклидово пространство, наиболее длинная подпоследовательность, квадратичный разброс, NP-трудная задача, полиномиальный приближенный алгоритм.

Рассматривается следующее обобщение NP-трудной в сильном смысле задачи [1].

Задача 1. Дано: последовательность $\mathcal{Y} = (y_1, \dots, y_N)$ точек из \mathbb{R}^q , натуральные числа T_{\min} , T_{\max} и число $\alpha \in (0, 1)$. Найти: подмножество $\mathcal{M} = \{n_1, \dots, n_M\} \subseteq \mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ наибольшей мощности такое, что

$$\sum_{j \in \mathcal{M}} \|y_j - \bar{y}(\mathcal{M})\|^2 \leq \alpha \sum_{j \in \mathcal{N}} \|y_j - \bar{y}(\mathcal{N})\|^2,$$

где $\bar{y}(\mathcal{M}) = \frac{1}{|\mathcal{M}|} \sum_{i \in \mathcal{M}} y_i$ и $\bar{y}(\mathcal{N}) = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}} y_i$ — центроиды (геометрические центры) мультимножеств $\{y_i \in \mathcal{Y} \mid i \in \mathcal{M}\}$ и $\{y_i \in \mathcal{Y} \mid i \in \mathcal{N}\}$ соответственно, при ограничениях

$$T_{\min} \leq n_m - n_{m-1} \leq T_{\max} \leq N, \quad m = 2, \dots, M,$$

на элементы набора (n_1, \dots, n_M) .

Задача индуцируется, в частности, проблемой цензурирования данных (Data Editing и Data Cleaning Problem), представленных в виде многомерных временных рядов (сигналов).

Предложен полиномиальный приближенный алгоритм с оценкой $1/2$ его точности и временем работы $\mathcal{O}(qN^4(T_{\max} - T_{\min} + 1))$, которое не превосходит $\mathcal{O}(qN^5)$.

Список литературы

1. Ageev, A.A., Kel'manov, A.V., Pyatkin, A.V., Khamidullin, S.A., Shenmaier, V.V.: Approximation polynomial algorithm for the data editing and data cleaning problem. Pattern Recognition and Image Analysis 27(3), 365–370 (2017)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-07-00168 и 18-31-00398) и РНФ (проект 16-11-10041).

МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В ДАННЫХ*

И. С. Масич¹, Л. А. Казаковцев², А. А. Ступина³

^{1,2,3} Сибирский государственный университет науки и технологий им. М. Ф. Решетнева, Красноярск, Россия
¹ is.masich@gmail.com, ² levk@bk.ru

Ключевые слова: псевдоболевая оптимизация, распознавание, логические алгоритмы классификации.

В работе исследуются вопросы выявления скрытых закономерностей в наборах данных и их использования для поддержки принятия решений при распознавании. Под закономерностью в данном случае понимается терм, который покрывает хотя бы одно наблюдение некоторого класса и не покрывает ни одного наблюдения другого класса [1]. Закономерности являются элементарными блоками для построения логических алгоритмов распознавания. Задача выявления закономерностей рассматривается как задача условной оптимизации монотонных псевдоболевых функций. Для сравнения закономерностей используются три критерия – простота, избирательность и доказательность, а также их возможные совмещения [2]. Рассматриваются типы закономерностей, полученные в соответствии с этими критериями, которые представляют наибольший интерес для поддержки принятия решений при распознавании.

В работе исследован вопрос поиска информативных закономерностей посредством формализации этого поиска в виде задачи условной псевдоболевой оптимизации. Проведен анализ свойств модели оптимизации и предложена новая альтернативная модель оптимизации, предназначенная для поиска сильных охватывающих закономерностей. Использование таких закономерностей позволяет получать классификаторы с лучшей обобщающей способностью.

Разработаны алгоритмы псевдоболевой оптимизации, не требующие явного задания целевых функций и ограничений, предназначенные для решения поставленной задачи.

Список литературы

1. Crama, Y., Hammer, P.L., Ibaraki, T.: Cause-effect relationships and partially defined boolean functions. *Annals of Operations Research* 16, 299–325 (1988)
2. Hammer, P.L., Kogan, A., Simeone, B., Szedmak, S.: Pareto-optimal patterns in logical analysis of data. *Discrete Applied Mathematics* 144(1-2), 79–102 (2004)

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект 2.5527.2017/8.9).

ВЫДЕЛЕНИЕ ПАРТИЙ ЭЛЕКТРОРАДИОИЗДЕЛИЙ АНСАМБЛЯМИ АЛГОРИТМОВ КЛАСТЕРИЗАЦИИ*

И. П. Рожнов¹, Л. А. Казаковцев², В. И. Орлов³

^{1,2,3} Сибирский государственный университет науки и технологий им. М. Ф. Решетнева, Красноярск, Россия
² levk@bk.ru

Ключевые слова: ансамбли алгоритмов кластеризации, ЭРИ.

Для комплектации космической бортовой аппаратуры высоконадежными электрорадиоизделиями (ЭРИ) проводится большой объем работ по анализу ЭРИ [1]. Партия изделий должна быть изготовлена из единой партии сырья. Для решения этих задач применяются различные алгоритмы кластеризации по многомерным данным результатов тестовых испытаний ЭРИ. На практике невозможно априорно предсказать, какой из алгоритмов в конкретном случае покажет наиболее адекватные результаты, и использование ансамблевого подхода является перспективным. Алгоритмы кластеризации для задачи разделения сборной партии ЭРИ на две однородные партии показывают довольно высокую точность. При увеличении числа однородных производственных партий в сборной партии точность падает. Для разных наборов данных наилучшие результаты демонстрируются разными алгоритмами. Для партии ЭРИ ЗОТ122А, собранной из 6 однородных партий, лучшую точность, т. е. совпадение результатов алгоритма с фактическим составом, показали следующие алгоритмы [2]: EM-Optim. – 95,44 %, k-Medoids-Optim. – 91,79 %, EM – 90,09 %, k-Means – 76,53 %, k-Means(fast)-Optim. – 76,53 %. Здесь "Optim." – алгоритмы с оптимизированными параметрами алгоритма. Применение ансамбля алгоритмов кластеризации дало следующие результаты: из трех лучших по точности алгоритмов – 95,04 %, из пяти – 95,44 %.

Таким образом, использование ансамблевого подхода позволяет добиться более высокой адекватности результатов кластеризации ЭРИ. При этом отдельные алгоритмы способны показывать результаты, превосходящие по точности результаты ансамбля, но точность ансамбля все же выше, чем усредненная точность отдельных алгоритмов.

Список литературы

1. Kazakovtsev, L.A., Orlov, V.I., Stashkov, D.V., Antamoshkin, A.N., Masich, I.S.: Improved model for detection of homogeneous production batches of electronic components. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 255, Article ID 012004 (2017)
2. Бериков, В.Б. Классификация данных с применением коллектива алгоритмов кластерного анализа. Знания – Онтологии – Теории (ЗОНТ-2015), 29–38 (2015)

* Работа в рамках государственного задания 2.5527.2017/8.9 Минобрнауки РФ.

НЕЛИНЕЙНЫЕ СТРУКТУРНЫЕ УРАВНЕНИЯ И КВАДРАТИЧНЫЙ ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

В. А. Шовин

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Омский филиал, Омск, Россия
v.shovin@mail.ru

Ключевые слова: артериальная гипертензия, факторный анализ, структурные уравнения.

Роль статьи заключается в разработке нового алгоритма (метода) факторного анализа, включающего в себя продвинутую модель взаимоотношений факторов и исходных переменных, когда в модели учитываются не только линейные слагаемые, но и квадратичные, т. е. разложение до второй степени. Такая модель относится к классу нелинейных структурных моделей. Алгоритм расчета позволяет строить уточняющую модель, исследовать влияние нелинейной составляющей в факторном влиянии. Также разработана соответствующая программа с графическим интерфейсом пользователя, способная проводить квадратичный факторный анализ новых данных по загрузке новых данных. Данная статья носит как прикладной, так и фундаментальный характер. Программа и соответствующий вычислительный алгоритм протестированы на реальных данных, что позволило сравнить предыдущие расчеты по этим данным для линейного факторного анализа с предлагаемым в статье квадратичным.

Список литературы

1. Иберла, К.: Факторный анализ. Статистика, Москва (1980)
2. Харман, Г.: Современный факторный анализ. Статистика, Москва (1972)
3. Шовин, В.А.: Методы факторного вращения. Компьютерные исследования и моделирование (2015)
4. Банди, Б.: Методы оптимизации. Вводный курс. Радио и связь, Москва (1988)
5. Кокуев, А.Г.: Оптимальное управление. Поиск экстремумов многомерных функций. АГТУ, Астрахань (2011)
6. Гольпяпин, В.В., Шовин, В.А.: Косоугольная факторная модель артериальной гипертензии первой стадии. Вестник Омского университета 4, 120–128 (2010)
7. Шовин, В.А.: Конфирматорная факторная модель артериальной гипертензии. Компьютерные исследования и моделирование 4(4), 885–894 (2012)

SEARCHING FOR OPTIMAL CLASSIFIER USING A COMBINATION OF CLUSTER ENSEMBLE AND KERNEL METHOD

V. B. Berikov¹, L. Sh. Cherikbaeva²

¹ Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹ Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

² Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

¹berikov@math.nsc.ru, ²lailash01@gmail.com

Keywords: cluster ensemble, kernel method, co-association matrix, support vector machine.

This work introduces a supervised classification algorithm based on a combination of ensemble clustering [1] and kernel method [2]. The main idea of the algorithm lies behind the expectation that the ensemble clustering as a preliminary stage would restore more accurately metric relations between data objects under noise distortions and existence of complex data structures, eventually rising the overall classification quality. The algorithm consists in two major steps. On the first step, the averaged co-association matrix is calculated using cluster ensemble [3]. It is proved that the matrix satisfies Mercer's condition, i.e., it defines symmetric non-negative definite kernel. On the next step, optimal classifier is found with the obtained kernel matrix as input. The classifier maximizes the width of hyperplane's separation margin in the space induced by the cluster ensemble kernel. Numerical experiments with artificial examples and real hyperspectral image have shown that the proposed algorithm possesses classification accuracy comparable with some state-of-the-art methods, and in many cases outperforms them, especially in noise conditions.

Bibliography

1. Fred, A., Jain, A.: Combining multiple clusterings using evidence accumulation. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 27, 835–850 (2005)
2. Shawe-Taylor, J., Cristianini, N.: *Kernel methods for pattern Analysis*. Cambridge University Press (2004)
3. Berikov, V., Pestunov, I.: Ensemble clustering based on weighted co-association matrices: Error bound and convergence properties. *Pattern Recognition* 63, 427–436 (2017)

OPTIMIZING FACTORS INFLUENCING ON ACCURACY OF BIOMETRICAL CARDIOMETRY

M. R. Bogdanov¹, A. A. Dumchikov², V. M. Kartak³, A. I. Fabarisova⁴

^{1,2,4} Bashkir State Pedagogical University n.a. M. Akmullah, Ufa, Russia

^{1,3} Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia

¹ bogdanov_marat@mail.ru, ³ kvmail@mail.ru

Keywords: biometrical person identification, electrocardiogram, machine learning, random forests, Gaussian mixture models, hyperparameter tuning.

Factors influencing of accuracy of Person biometric identification based on electrocardiograms were investigated. A statistical evaluation of the informativeness of biometric features obtained from electrocardiograms was carried out. A comparison of the accuracy of recognition of electrocardiograms of healthy subjects and individuals with various disorders in the cardiovascular system was performed. The influence of sample size and ECG recording time on the accuracy of recognition was studied. The effectiveness of various methods of pattern recognition used in machine learning was compared. The influence of different methods of recording electrocardiograms on the accuracy of recognition was studied. The approach allows to substantially reduce the dispersion of biometric features at the stage of preprocessing of the cardiac signal.

Various biometric methods of person identification are getting more popular. Fingerprinting, face, voice and retina recognition are widely used in various security systems. The vulnerabilities of traditional methods of biometric identification were revealed over time. Researchers are increasingly turning their attention to such person biometric features as electrocardiograms, electroencephalograms and DNA. The paper is about some practical aspects of person identification using ECG. We investigated the influence of sample size, duration of recognition, hardware quality and type of algorithm of machine learning for accuracy of person identification.

Bibliography

1. Tantawi, M., Salem, A., Tolba, M.F.: Fiducial based approach to ECG biometrics using limited fiducial points. *Commun Comput Inf Sci.*, pp. 199–210 (2014)
2. Lourenco, A., Silva, H., Fred, A.: ECG-based biometrics: a real time classification approach. In: *IEEE international workshop on machine learning for signal processing (MLSP)*, pp. 1–6 (2012)

DETERMINING OF PARAMETERS IN THE CONSTRUCTION OF RECOGNIZING OPERATORS IN CONDITIONS OF FEATURES CORRELATIONS

Sh. Kh. Fazilov¹, N. M. Mirzaev², S. S. Radjabov³, O. N. Mirzaev⁴

^{1,2,3,4} Scientific and Innovation Center of Information and Communication Technologies, Tashkent, Uzbekistan

¹ sh.fazilov@mail.ru, ² nomazmirza@rambler.ru,

³ s_radjabov@yahoo.com, ⁴ mirzaevon@mail.ru

Keywords: extremal recognizing operators, features correlation, parameters of recognition models.

An analysis of existing literature on the problem of pattern recognition shows that the task of constructing recognition algorithms in conditions of features correlations has not been investigated deeply. This fact determines the relevance of the problem of developing and researching recognizing operators in conditions of features correlations.

We consider the problems of constructing of an extreme recognizing operator in the framework of the model considered in [1]. The problem of constructing extreme recognizing operators in the framework of the considered model is formulated as the problem of finding the optimal values of a set of parameters that ensure the maximum accuracy of recognition in training [2].

To solve this problem, we propose a method based on the consistent application of local procedures for calculating parameter values at each stage. The main idea of this method is to consistently use various procedures to calculate the value of each parameter in the recognition model under consideration. In this case, the value of the corresponding parameter is determined at each stage. This process continues until the error value is less than the specified threshold or the specified number of iterations is not executed.

To test the efficiency of the proposed procedures for determining the values of the parameters of an extreme operator, a model problem generated by the given distribution parameters as well as the problem of recognizing of a person from photo portraits were solved.

Bibliography

1. Fazilov, Sh.Kh., Mizraev, N.M., Mirzaev, O.N.: Building of recognition operators in condition of features' correlations. *Journal of Radio Electronics, Computer Science, Control* 1, 58–63 (2016) (in Russian)
2. Zhuravlev, Yu.I., Ryazanov, V.V., Senko, O.V.: Recognition. *Mathematical methods. Software system. Practical application.* Fasiz (2006) (in Russian)

THE EQUIVALENT TRANSFORMATIONS
AND THE MINIMUM RASTER SET PROBLEM^{*}

V. M. Kartak¹, A. V. Ripatti²

^{1,2} Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia

^{1,2} Bashkir State Pedagogical University n.a. M. Akmullah, Ufa, Russia

¹ kvmail@mail.ru, ² ripatti@inbox.ru

Keywords: orthogonal packing problem, bin packing problem, knapsack problem, conservative scale, equivalence of instances, raster points, raster model.

We consider the well-known d -dimensional Orthogonal Packing Problem (OPP- d), which can be formulated as follows. A set of d -dimensional items (rectangular boxes) needs to be packed into a fixed container. The input data describe the dimensions of the container $W_k \in \mathbb{R}_+$, $1 \leq k \leq d$, and the dimensions of the n items $w_i^k \in \mathbb{R}_+$, $1 \leq k \leq d$ for each item $1 \leq i \leq n$. We ask whether all boxes can be orthogonally packed into the container without rotations.

Using the toolset of conservative scales introduced by Feteke and Schepers [1] we are able to change the items' sizes in the initial instance to obtain an equivalent instance with the same solution. We present an effective algorithm for building equivalent instances with certain properties.

We also consider the so-called raster model for OPP- d introduced by Belov, Kartak, Rohling and Scheithauer [2]. It is a 0/1 ILP model in which number of variables and constraints linearly depends on the total number of raster points over all dimensions. Using our algorithm we construct equivalent instances with reduced number of raster points. We also present an algorithm to find a lower bound on the minimum possible number of raster points over all equivalent instances. For some instances, it proves that it is impossible to reduce the number of raster points. Numerical results are presented.

Bibliography

1. Fekete, S.P., Schepers, J.: A general framework for bounds for higher-dimensional orthogonal packing problems. *Mathematical Methods of Operations Research* 60(2), 311–329 (2004)
2. Belov, G., Kartak, V., Rohling, H., Scheithauer, G.: One-dimensional relaxations and LP bounds for orthogonal packing. *International transactions on operational research* 16(6), 745–766 (2009)

^{*} This research was supported by RFBR grant 12-07-00631-a.

APPROXIMATION ALGORITHMS
FOR SPECIAL GEOMETRIC HITTING SET PROBLEMS*

K. S. Kobylkin

N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of UB RAS, Yekaterinburg, Russia
Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia
kobylink@gmail.com

Keywords: geometric Hitting Set problem, ε -net, approximation algorithms.

Fast approximation algorithms are proposed with modest approximation factor for a problem which generalizes the known Disk Covering problem:

INTERSECTING PLANE GRAPH WITH DISKS (IPGD): *given a simple plane graph $G = (V, E)$ (with straight line edges), set $Y \subseteq \mathbb{R}^2$ and a constant $r > 0$, find the smallest cardinality subset $C \subseteq Y \subseteq \mathbb{R}^2$ on the plane such that each segment $e \in E$ is within Euclidean distance r from some $c = c(e) \in C$, or, equivalently, radius r disk centered at c intersects e .*

The IPGD problem is equivalent to the classical geometric HITTING SET problem with the ground set $Y \subseteq \mathbb{R}^2$ for family $\{\{x \in \mathbb{R}^2 : d(x, e) \leq r\} : e \in E\}$ of objects, where $d(x, e)$ denotes Euclidean distance between a point $x \in \mathbb{R}^2$ and a segment $e \in E$. It is NP-hard [1]. Quick constant factor approximation algorithms are designed for IPGD not only in the general case of plane graph G , but also within classes of special proximity graphs. We improve on the approximation factor of the algorithm from [2] using quite general ideas while keeping modest order of its computational complexity.

Bibliography

1. Kobylkin, K.S.: Stabbing line segments with disks: complexity and approximation algorithms. Lecture Notes in Computer Science 10716, 356–367 (2018)
2. Kobylkin, K.S.: Approximation algorithms for intersecting straight line segments with equal disks. In: Khamisov, O.V. (eds.) Abstracts of the 17th Baikal international school-seminar “Methods of Optimization and Their Applications”, p. 47. Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk (2017)
3. Bus, N., Garg, Sh., Mustafa, N., Ray, S.: Limits of local search: quality and efficiency. Discrete and computational Geometry 57(3), 607–624 (2017)

* Work is supported by Russian Science Foundation (project № 14-11-00109).

COMPARATIVE ANALYSIS OF SOME QUALITY FUNCTIONS
IN DETECTING COMMUNITY STRUCTURE ON NETWORKS

N. Mladenović¹, D. Aloise², D. Džamic³

¹ Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia

² University of Montreal, Montreal, Canada

³ University of Belgrade, Belgrade, Serbia

¹nenad@mi.sanu.ac.rs, ²daniel.aloise@polymtl.ca, ³dzamic@fon.bg.ac.rs

Keywords: networks, community detection, quality functions.

Many systems in the real world exist in the form of a network, such as biological, social, the www, transportation etc., which are also called complex networks. Community detection in a network refers to finding a subset of vertices (called clusters, or communities) that are more densely connected among themselves than with vertices in other communities. There is no precise definition of the community but there are many ways to formalize this idea. One way to identify communities is to specify an objective function to minimize or maximize. Various objective functions, also known as quality functions, have been proposed such as multiway cut, normalized cut, minimum-sum-of-squares, ratio cut, edge-ratio, modularity and recent exponential quality function.

In this paper we compare several such functions on small test instances where communities are known. Communities obtained by each objective function are evaluated by other quality functions and ranked. Interesting observations are derived. For example, the objective function that recognized structures of all instances, were ranked among worst with respect to other objectives.

VIEWPOINTNET: EFFICIENT RECOGNITION OF IMAGES WITH SPATIAL VARIATIONS[★]

A. G. Rassadin¹, A. V. Savchenko²

^{1,2}National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod, Russia

¹arassadin@hse.ru, ²avsavchenko@hse.ru

Keywords: convolutional neural networks, feature learning, spatial variations.

Today deep learning technologies have already proved their efficiency in great number of pattern recognition tasks [1]. For the first time, we truly observed it in 2012th within ImageNet image recognition challenge. From that moment, a rapid evolution of convolutional neural network (CNN) architectures has been starting since their first successes in various challenges including ILSVRC 2012. A number of novel CNN structures was suggested last year, e.g. AutoML [2], Shift [3], CapsuleNets [4]. Inspired by the work on CapsuleNets, we present another technique to construct neural network architecture called ViewpointNet. This net operates with the internal abstraction called "view" ("viewpoint") which allows model to learn more focused features in fully automated manner instead of averaging all the spatial (or another) variations of target objects in images. Such network consists of two dependent parts: one part aimed to recognize the "view" of the sample, called "encoder" and the other part responds directly for the feature extraction ("decoder"). Experiments with the CUB-200-201 dataset have shown that our architecture can give up to 10% accuracy gain compared to the state-of-the-art CNNs. Moreover, our architecture demonstrates more robust (and, hence, more than twice-times faster) convergence during optimization with the given training set.

Bibliography

1. Rassadin, A., Gruzdev, A., Savchenko, A.: Group-level emotion recognition using transfer learning from face identification. In: Proceedings of 19th ACM International Conference on Multimodal Interaction (ICMI17). ACM, pp. 544–548 (2017)
2. Zoph, B., Le, Q. V.: Neural architecture search with reinforcement learning. In: Proceedings of International Conference on Learning Representations (2017)
3. Wu, B., et al.: Shift: A zero FLOP, zero parameter alternative to spatial convolutions. arXiv:1711.08141 (2017) APA
4. Sabour, S., Frosst, N., Hinton, G.E.: Dynamic routing between capsules. In: Advances in Neural Information Processing Systems (2017)

[★] This research was supported by Russian Federation President grant № MD-306.2017.9 and Laboratory of Algorithms and Technologies for Network Analysis, National Research University Higher School of Economics.

OPTIC NERVE HEAD RECONSTRUCTION USING MACHINE LEARNING METHODS

D. N. Sidorov¹, L. Nguyen², I. L. Vasilyev³, A. V. Ushakov⁴

¹ Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Russia

^{1,2} Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russia

^{3,4} Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory of SB RAS, Irkutsk, Russia

¹ contact.dns@gmail.com, ³ vil@icc.ru, ⁴ aushakov@icc.ru

Keywords: 3D reconstruction, graph-cut, tomograms, machine learning.

The problem of the optical coherence tomography (OCT) data processing [1] is addressed to support the development of glaucoma diagnostics tools. In order to develop the 3D models of the optic nerve head reconstruction, the following parameters were considered: nerve fiber layer thickness of peripapillary retina, diameter of optic nerve head, the optic disc cup diameter, the thickness and structure of the prelaminar part and the angle of inclination of the surface of the retina to the front surface of lamina cribrosa. The complexity of constructing adequate models of optic disc structures is due to their morphological diversity [1], the influence of the radial peripapillary plexus, the presence of specific noises on OCT scans, speckle structures in the process of deformation of the medium, and sampling periods of radial B-scans. We propose an effective approach to the reconstruction of the optic disc structures including the following components. First, effective mathematical morphology-based methods for scan preprocessing to reduce the measurement noise and improve image resolution of successive radial OCT-scans are developed. The second component consists in mapping the OCT-scans by searching for key points on the optic nerve lattice membrane. To develop a method of robust localization of the key points, segmentation and texture analysis of these layers were carried out using the graph-cut method and the Haralick features. To match the key points, noise-resistant RANSAC method was utilized to detect the capillaries shadowing the optic disc cup structures. The final component consists in the direct construction of a 3D model of the optic nerve head and peripapillary retina and the calculation of the required excavation parameters. This task is solved taking into account the established correspondence of key points using the means of photogrammetry. Proposed model will enable the effect of the "slanting cuts" of the optic nerve effect assessment and forecast the severity and rate of progression of glaucoma.

Bibliography

1. Sigala, I.A., Ethier, C.R.: Biomechanics of the optic nerve head. *Exp. Eye Res.* 88(4), 799–807 (2009)

ON A PROBLEM OF THE OPTIMAL PLACEMENT OF MONITORING DEVICES IN NETWORKS WITH MOBILE OBJECTS[★]

K. V. Tkachev¹, K. A. Volzhankina², O. D. Sokolova³

^{1,2,3} Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹ tkachev@sscc.ru, ² ksu.nech@rav.sccc.ru, ³ olga@rav.sccc.ru

Keywords: optimization problems, transport networks, genetic algorithms, simulation.

The article deals with optimization problems in non-stationary networks (networks with mobile nodes). Examples of these networks are transport networks in which communication is carried out between moving objects, or between moving objects and stationary roadside equipment. The main characteristics of the elements in this network are the capacity of road sections, the intensity of flows, and the range of monitoring devices.

Many publications about VANET problems are devoted to the analysis of algorithms for the communication of receiving-transmitting devices located on moving objects. One of the actual problems in this area is the task of the message transmission from monitoring devices located in stationary nodes to all participants of the movement in a given area. The transmission of instant messages is usually made by a broadcast method.

This article provides a technique for solving the problem of alerting the moving objects using of a genetic algorithm and simulation. As a result, authors found an optimal placement of devices in the nodes of the transport network, maximizing the number of cars that will receive a message about the event no later than the time limit. As a transport network model, an undirected graph is considered, in which it is possible to place N notification devices in some nodes. To find the optimal placement, a genetic algorithm is used. Each chromosome is a solution, i.e. it shows the some placement of transmitting devices in nodes of the network. The fitness-function is calculated using the simulation.

The proposed technique with using the genetic algorithm and simulation allows to obtain an optimal placement of devices according to the maximum number of notified vehicles. Research results can be used to solve applied problems: improving the provision of drivers with information on the state of the road, monitoring traffic flows and so on.

[★] This research was supported by RFBR grant 17-47-540977.

FAST NUMERICAL EVALUATION OF PERIODIC SOLUTIONS
FOR A CLASS OF NONLINEAR SYSTEMS AND ITS APPLICATIONS
FOR PARAMETER ESTIMATION PROBLEMS*

I. Y. Tyukin¹, J. M. Al-Ameri², A. N. Gorban³, J. Levesley⁴

^{1,2,3,4} University of Leicester, Leicester, UK

² University of Basrah, Basrah, Iraq

¹ Saint Petersburg State Electrotechnical University, Saint Petersburg, Russia

^{1,3} Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia

¹ I.Tyukin@le.ac.uk

Keywords: parameter estimation, nonlinear parametrization, adaptive observers, time-varying systems.

Fast numerical evaluation of forward models is central for a broad range of inverse problems. Here we propose a method for deriving computationally efficient representations of periodic solutions of parameterized systems of nonlinear ordinary differential equations. These representations depend on parameters of the system explicitly, as quadratures of parameterized computable functions. The method applies to systems featuring both linear and nonlinear parametrization, and time-varying right-hand side. In addition, it opens possibilities to invoke scalable parallel computations and suitable function approximation schemes for numerical evaluation of solutions for various parameter values. Application of the method to the problem of parameter estimation of nonlinear ordinary differential equations is illustrated with a numerical example for the Morris–Lecar system.

* The work was supported by the Ministry of education and science of Russia (Project No. 14.Y26.31.0022).

ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ГРАФЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ НОВОЕ СЕМЕЙСТВО ФАСЕТ ДЛЯ МНОГОГРАННИКА ЛИНЕЙНЫХ ПОРЯДКОВ

Г. Г. Болоташвили

Грузинский технический университет, Тбилиси, Грузия
bolotashvili@yahoo.com

Ключевые слова: задача линейных порядков, многогранник линейных порядков, графы, определяющие фасеты.

Пусть $m = 3k - 1$, $k \geq 5$, k – нечетное, t – четное, $4 \leq t \leq k - 1$. Мы определяем граф $G_k = (V_k, E_k)$ на множестве вершин $V_k = \{1, 2, \dots, 3k - 1\}$ и на множестве ребер E_k . Для определения E_k необходимо определить несколько множеств, где сложение и вычитание производится по $\text{mod}(\tau k - 1)$ и расстояние от i до j определяется следующим образом: $\rho(i, j) = \rho(j, i) = \min\{j - i, i + 3k - 1 - j, i < j\}$; $S^* = \{(k + 2)/2 - (t - 3)/2, \dots, (k + 2)/2 + (t - 3)/2\}$;

$$E_k^1 = \{(v, w) : w = v + q, v = 1, \dots, 3k - 1, q = 1, \dots, k - 2\};$$

$$E_k^2 = \{(v, w) : w = v + k - 1, v = 2k + 1, \dots, 3k - 1, 1, \dots, k + 1; \\ (v = (3k + 2)/2, w = 5k/2)\};$$

$$E_k^3 = \{(v, w) : v \in S^*, k + 2 \leq w \leq v + k - 1\};$$

$$E_k^4 = \{(v, w) : v \in S^*, 2k + v \leq w \leq 3k - 1\};$$

$$E_k^5 = \{(v, w) : v = (k + 2)/2 + (t - 3)/2 + 1, (3k + 2)/2 \leq w \leq (3k + 2)/2 + (t - 3)/2\};$$

$$E_k^6 = \{(v, w) : v = (k + 2)/2 - (t - 3)/2 - 1, 5k/2 - (t - 3)/2 \leq w \leq 5k/2\};$$

$$E_k^7 = \{(v, w) : w - v \leq k - 2, 3k/2 - (t - 5)/2 \leq v \leq 3k/2; \\ (5k - 4)/2 - (t - 5)/2 \leq w \leq (5k - 4)/2\};$$

$$E_k^8 = \{(v, w) : w - v \leq k - 2, (3k + 6)/2 \leq v \leq (3k + 6)/2 + (t - 5)/2, \\ (5k + 2)/2 \leq w \leq (5k + 2)/2 + (t - 5)/2\}.$$

После этого E_k определяется так: $E_k = E_k^1 - \cup_{i=2}^8 E_k^i$.

Теорема. Пусть в рассмотренном выше графе $G_k = (V_k, E_k)$, $k \geq 5$, $\mu_k(v) = t$, $v = 1, \dots, k + 1$ и $\mu_k(v) = 1$, $v = k + 2, \dots, 3k - 1$. Тогда (G_k, μ_k) является графом, определяющим фасету многогранника линейных порядков.

Список литературы

1. Bolotashvili, G., Demidenko, V., Pisaruk, N.: Fence facets from non-regular graphs for the linear ordering polyhedron. Optimization Letters 8, 841–848 (2012)
2. Christophe, J., Doinon, J.P., Fiorini, S.: The biorder polytope. Order 21, 61–82 (2004)

МЕТОД ЛИНЕАРИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ КВАНТИЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ*

С. Н. Васильева¹, Ю. С. Кан²

^{1,2} Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

¹ sofia_mai@mail.ru, ² yu_kan@mail.ru

Ключевые слова: квантильный критерий, ядро вероятностной меры, метод линеаризации.

Рассматривается задача оптимизации квантильного критерия с функцией потерь, зависящей от вектора стратегии и вектора малых случайных параметров. Малые случайные параметры моделируются как покомпонентное произведение вектора малых детерминированных параметров на случайный вектор с заданным законом распределения.

Решение задачи оптимизации квантильного критерия в общем нелинейном случае не представляется возможным известными методами стохастического программирования. Разработанный авторами метод заключается в линеаризации функции потерь по вектору малых случайных параметров. Возникающая при этом ошибка по квантильному критерию имеет порядок квадрата нормы вектора малых детерминированных параметров. Задача с линейной по случайным параметрам функцией потерь может быть решена с применением ядра вероятностной меры. Ядро вероятностной меры может быть определено как пересечение всех замкнутых полупространств из пространства реализаций случайного вектора, имеющих вероятностную меру не меньше уровня доверительной вероятности. Если границу ядра не удастся построить аналитически, предлагается использовать его внешнюю полиэдральную аппроксимацию. В случае использования такой аппроксимации исходная задача может быть сведена к задаче нелинейного программирования. В случае, когда функция потерь в линейной модели зависит линейно от вектора стратегии, такая задача может быть сведена к задаче линейного программирования.

Авторами был разработан программный модуль ProKer, позволяющий находить аппроксимацию ядра вероятностной меры в плоском случае по имеющейся выборке случайного вектора с независимыми, одинаково распределенными компонентами. Для построения аппроксимации необходимо выбрать одно из предложенных распределений компонент, указать его параметры, ввести объем выборки и число вероятностных ограничений, задающих грани аппроксимирующего множества. Результатом работы программного модуля является визуальное изображение границы ядра вероятностной меры в виде рисунка. На одном рисунке может быть изображено до трех визуализаций ядра для различных уровней доверительной вероятности.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-08-00595).

МОДЕЛИ ГОСУДАРСТВЕННО-ЧАСТНОГО ПАРТНЕРСТВА С НАЛОГОВЫМИ ЛЬГОТАМИ: ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕШЕНИЙ*

С. М. Лавлинский¹, А. А. Панин², А. В. Плясунов³

^{1,2,3} Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

¹ lavlin@math.nsc.ru, ² aapanin1988@gmail.com, ³ aplias@math.nsc.ru

Ключевые слова: игра Штакельберга, двухуровневые задачи математического программирования, стохастический локальный поиск, программа освоения минерально-сырьевой базы.

В докладе для решения ключевой задачи стратегического управления — задачи разработки программы освоения минерально-сырьевой базы — строится модель формирования эффективного механизма партнерства, в рамках которого государство дает налоговые льготы и оказывает помощь инвестору в создании инфраструктуры и реализации части необходимых природоохранных мероприятий. Для этого формулируется модель Штакельберга, позволяющая учесть особенности иерархии взаимодействия государства и частного инвестора в минерально-сырьевом секторе, и строится оригинальный итерационный алгоритм решения, основанный на вероятностном локальном поиске.

Для демонстрации методики использования описанного инструментария строится полноразмерный модельный полигон, прообразом которого является набор из 50 месторождений полиметаллических руд Забайкальского края. Реальные данные и размерности в таком полигоне позволяют учесть специфику моделируемого объекта и открывают возможность практического изучения свойств равновесия по Штакельбергу. Методика такого исследования основана на анализе чувствительности решений соответствующей двухуровневой задачи булевого программирования к изменению основных параметров модели.

Проведен обширный вычислительный эксперимент, демонстрирующий возможности предлагаемого подхода и сравнивающий решения двухуровневой и соответствующей одноуровневой задачи, в которую трансформируется модель Штакельберга в предположении о полной информированности государства о технологиях и возможностях инвестора. Численные результаты показывают, что в рамках построенных моделей формирования механизма взаимодействия государство сложным образом выбирает не только инфраструктурные и экологические проекты, но и объекты льготного налогообложения. Такое поведение рационально, но требует выверенного подхода к определению конкретного размера помощи.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ (проект 16-02-00049), РФФИ (проект 16-06-00046).

ДВОИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СИСТЕМ
ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ*

А. В. Селиверстов

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Москва, Россия
slvstv@iitp.ru

Ключевые слова: сумма подмножества, линейное уравнение, вероятностный алгоритм, вычислительная сложность.

Рассмотрим задачу поиска $(0, 1)$ -решений системы линейных алгебраических уравнений с целыми коэффициентами. Для одного уравнения число $(0, 1)$ -решений вычислимо за псевдополиномиальное время [1]; недавно улучшена оценка вычислительной сложности поиска $(0, 1)$ -решений [2]. Известен и другой подход к решению этой задачи [3]. Для системы уравнений легко найти одно уравнение с тем же множеством $(0, 1)$ -решений, но его коэффициенты могут быть очень большими целыми числами, даже если в исходной системе все коэффициенты близки к нулю. Это мешает использовать псевдополиномиальные алгоритмы для системы уравнений.

Основной результат: Дано положительное число ε и система из $m \geq 2$ линейных уравнений $\ell_k(\mathbf{x}) = 0$ от n переменных с целыми коэффициентами, где $\ell_k(\mathbf{x}) = \beta_k + \alpha_{k1}x_1 + \dots + \alpha_{kn}x_n$. Пусть первое уравнение имеет не более μ лишних $(0, 1)$ -решений, которые не служат решениями системы. Если случайные целые числа η_2, \dots, η_m независимы и равномерно распределены на множестве от нуля до $N = \lceil \mu/\varepsilon \rceil$, то с вероятностью не менее $1 - \varepsilon$ каждое $(0, 1)$ -решение уравнения $(Nm(an + b) + 1)\ell_1(\mathbf{x}) + \eta_2\ell_2(\mathbf{x}) + \dots + \eta_m\ell_m(\mathbf{x}) = 0$ служит решением системы, где $a = \max_{k,j} |\alpha_{kj}|$ и $b = \max_k |\beta_k|$.

Наиболее интересен случай, когда первое уравнение имеет много $(0, 1)$ -решений, но почти каждое из них служит решением всей системы.

Список литературы

1. Смолев, В.В.: Об одном подходе к решению булевого линейного уравнения с целыми положительными коэффициентами. Дискрет. матем. 5(3), 81–89 (1993)
2. Bringmann, K.: A near-linear pseudopolynomial time algorithm for subset sum. In: SODA '17 Proceedings of the Twenty-Eighth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pp. 1073–1084. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA (2017)
3. Колоколов, А.А., Заозерская, Л.А.: Построение и анализ оценок числа итераций для алгоритмов целочисленного программирования с использованием метода регулярных разбиений. Изв. вузов. Матем. 1, 41–54 (2014)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-50-00150).

ОЦЕНКА ПЛОТНОСТИ ГРАФА МНОГОГРАННИКА СВЯЗНЫХ k -ФАКТОРОВ*

Р. Ю. Симанчев

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия
Омский научный центр СО РАН, Омск, Россия
osiman@rambler.ru

Ключевые слова: многогранник связанных k -факторов, плотность графа многогранника.

Плотность графа многогранника, ассоциированного с экстремальной комбинаторной задачей, является нижней оценкой временной трудоемкости задачи в таких алгоритмах, как "жадный" алгоритм, метод ветвей и границ, метод динамического программирования и других [1].

В данной работе рассматривается многогранник связанных остовных k -однородных подграфов (связанных k -факторов) полного n -вершинного графа K_n . Обозначим этот многогранник через $P_{k,n}$, а граф этого многогранника – через $G_{k,n}$. Отметим, что при $k = 2$ этот многогранник является многогранником симметричной задачи коммивояжера и для плотности его графа известна оценка $p(G_{2,n}) > 2^{\sqrt{n}/2-2}$ [1].

В связи с наличием этой оценки далее будем полагать $k \geq 3$.

Разобьем множество вершин графа K_n на t попарно непересекающихся подмножеств V_1, V_2, \dots, V_t . В каждом из этих подмножеств выделим по одной вершине $u_i \in V_i$, $i = 1, 2, \dots, t$. Подмножества V_i , $i = 1, 2, \dots, t$, должны быть такими, что на каждом из них возможно построение связного графа L_i со степенями вершин $d_{L_i}(u) = k$ при $u \in V_i \setminus \{u_i\}$ и $d_{L_i}(u_i) = k - 2$. Клику на множестве вершин $\{u_1, u_2, \dots, u_t\}$ обозначим через K_t . Пусть C – произвольный гамильтонов цикл в клике K_t . Очевидно, что всякий граф вида $H = (\cup_{i=1}^t L_i) \cup C$ является связным k -фактором в K_n .

Зафиксируем клику K_t и графы L_1, L_2, \dots, L_t и обозначим $\cup_{i=1}^t L_i = L$.

Лемма. Пусть C_1 и C_2 – два различных гамильтонова цикла в K_t и $H_j = L \cup C_j$, $j = 1, 2$ – соответствующие связные k -факторы в K_n . Вершины x^{H_1} и x^{H_2} смежны в многограннике $P_{k,n}$ тогда и только тогда, когда вершины x^{C_1} и x^{C_2} смежны в многограннике $P_{2,t}$.

Отсюда и из оценки плотности графа многогранника симметричной задачи коммивояжера следует экспоненциальная по n нижняя оценка для плотности графа $G_{k,n}$.

Список литературы

1. Бондаренко, В.А., Максименко, А.Н.: Геометрические конструкции и сложность в комбинаторной оптимизации. ЛКИ, Москва (2008)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-07-00599).

УСЛОВИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ И КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

А. С. Стрекаловский

Институт динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН, Иркутск, Россия
strekal@icc.ru

Ключевые слова: задача целочисленного программирования, d.c. оптимизация, локальный поиск, глобальный поиск.

Рассматривается известная комбинаторная задача оптимизации (the Channel Communication Problem) [1], представленная в непрерывной форме ($x \in \mathbb{R}^n$)

$$\left. \begin{aligned} f_0(x) &:= - \sum_{i=1}^n c_i x_i^2 \downarrow \min_x, \quad x \in \mathbb{R}^n, \\ f_i(x) &= x_i^2 - x_i = 0, \quad i \in \mathcal{E} = \{1, \dots, n\}, \\ f_{ij}(x) &:= x_i x_j = 0, \quad (i, j) \in \Gamma \subset \Omega, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где Γ — некоторое подмножество ребер из Ω .

Задача (1) трактуется как непрерывная задача оптимизации с системой ограничений-равенств. Далее, к такой задаче применяются теория точного штрафа, новые условия глобальной оптимальности (GOCs) и методы решения задач d.c. оптимизации [2; 3; 4]. Показано, что каждая допустимая точка задачи (1) является ККТ-вектором (возможно, вырожденным). Далее доказано, что используя GOCs, можно "выскочить" с улучшением значения целевой функции посредством решения выпуклых, линейризованных в некоторых точках y (не обязательно допустимых) задач.

В примерах с $n = 3, 4$ продемонстрировано попадание в глобальное решение.

Список литературы

1. Ben-Tal, A., Nemirovskiaei, A.S.: Lectures on Modern Convex Optimization: Analysis, Algorithms, and Engineering Applications. Soc. for Industrial and Applied Math., Philadelphia, PA, USA (2001)
2. Strekalovsky, A.S.: Global Optimality Conditions in Nonconvex Optimization. Journal of Optimization Theory and Applications 173, 770–792 (2017)
3. Strekalovsky, A.S., Minarchenko, I.M.: A local search method for optimization problem with d.c. inequality constraints. Applied Mathematical Modelling 58, 229–244 (2018). doi: 10.1016/j.apm.2017.07.031 (2017)
4. Strekalovsky, A.S.: Global Optimality Conditions and Exact Penalization. Optimization Letters. doi: 10.1007/s11590-017-1214-x (2017)

ЛОКАЛЬНЫЙ ПОИСК ДЛЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ 1-ПАРАШЮТОВ*

И. В. Уразова

Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского, Омск, Россия
urazovainn@mail.ru

Ключевые слова: задача идентификации (separation problem), многогранник M -графов, локальный поиск.

В работе рассматривается класс неравенств, опорных к многограннику M -графов полного графа. Вершины этого многогранника образуют допустимое множество задачи аппроксимации графа [1], задачи разбиения на клики [3] и некоторых других задач кластеризации объектов. В рамках полиэдрального подхода к решению экстремальных комбинаторных задач особую актуальность имеет задача идентификации (Separation Problem) неравенств, порождающих грани соответствующих многогранников. Эта задача возникает прежде всего при использовании процедур отсеечения и заключается в поиске среди неравенств заданного класса такого неравенства, которое строго отделяет от многогранника текущий оптимум.

Многогранник M -графов является выпуклой оболочкой векторов инцидентий подграфов полного графа, являющихся наборами вершинно-непересекающихся клик. В [1] был введен класс неравенств (названных k -парашютами), которые при $k = 1$ порождают фасеты многогранника M -графов. В [2] доказана NP -трудность задачи идентификации для неравенств этого класса. Отметим, что отсюда, в частности, следует NP -трудность задачи идентификации для одного из классов фасетных неравенств (2-partition inequalities), введенных в [3].

Нами разработана процедура локального поиска для нахождения 1-парашюта, отсекающего текущий оптимум. Проведен экспериментальный анализ процедуры, разработаны рекомендации по использованию ее в алгоритме отсеечения в зависимости от структуры входных данных задачи.

Список литературы

1. Симанчев, Р.Ю., Уразова, И.В.: О гранях многогранника задачи аппроксимации графов. Дискрет. анализ и исследование операций 22(2), 86–101 (2015)
2. Simanchev, R.Yu., Urazova, I.V.: Separation Problem for k -parashutes. In: Proc. DOOR 2016, Vladivostok, Russia, September 19-23, 2016. CEUR-WS, vol. 1623, pp. 109–114 (2016). <http://ceur-ws.org/Vol-1623/paperco16.pdf>
3. Grotschel, M., Wakabayashi, Y.: Facets of the clique partitioning polytope. Mathematical Programming 47, 367–387 (1990)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-07-00599).

MAXIMUM c -COLORABLE SUBGRAPHS OF INDUCTIVE 2-INDEPENDENT GRAPHS*

M. Bentert¹, R. van Bevern², R. Niedermeier³

^{1,3} Technical University of Berlin, Berlin, Germany

² Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia

² Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹matthias.bentert@tu-berlin.de, ²rvb@nsu.ru, ³rolf.niedermeier@tu-berlin.de

Keywords: NP-hard problem, parameterized complexity, wireless scheduling.

A graph is inductive k -independent if each induced subgraph contains a vertex with at most k pairwise nonadjacent neighbors. The following problem in inductive k -independent graphs for small constant values of k plays an important role in interference-avoiding wireless communication scheduling [3].

Problem 1 (Maximum-Weight c -Colorable Subgraph). Given an n -vertex graph $G = (V, E)$ with vertex weights $w: V \rightarrow \mathbb{N}$, find a set $S \subseteq V$ of maximum total weight $\sum_{v \in S} w(v)$ such that the subgraph $G[S]$ induced by S is c -colorable.

For $c = 1$ and unit weights, this is the classical Maximum Independent Set Problem. It is k -approximable in inductive k -independent graphs [4]. We show that inductive k -independence is not as helpful for fixed-parameter algorithms [1].

Theorem 1. *Even in inductive 2-independent graphs, an independent set of size ℓ cannot be computed in $f(\ell)\text{poly}(n)$ time unless $\text{FPT} = \text{W}[1]$.*

On the contrary, we can prove fixed-parameter tractability of Problem 1 on a subclass of inductive 2-independent graphs [1] (since $c \leq \ell$ in all nontrivial cases):

Theorem 2. *A Maximum-Weight c -Colorable Subgraph with ℓ vertices can be found in $2^{\ell+c} \cdot (c+e+3)^\ell \cdot \ell^{O(\log \ell)} \cdot n^2 \cdot \log^3 n$ time in graphs that are the edge-wise union of a cluster graph and a chordal graph, where e is Euler's number.*

This generalizes a known result that the Independent Set problem is fixed-parameter tractable on edge-wise unions of cluster graphs and interval graphs [2].

Bibliography

1. Bentert, M., van Bevern, R., Niedermeier, R.: (Wireless) scheduling, graph classes, and c -colorable subgraphs (2017) Available on arXiv:1712.06481.
2. van Bevern, R., Mnich, M., Niedermeier, R., Weller, M.: Interval scheduling and colorful independent sets. *Journal of Scheduling* 18, 449–469 (2015)
3. Halldórsson, M.M., Tonoyan, T.: How well can graphs represent wireless interference? In: Proceedings of the 47th Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'15). ACM, pp. 635–644 (2015)
4. Ye, Y., Borodin, A.: Elimination graphs. *ACM Transactions on Algorithms* 8(2), 14:1–14:23 (2012)

* Supported by RFBR grant 16-31-60007 mol_a_dk.

CONVERGENCE ANALYSIS OF THE SWARM INTELLIGENCE META-HEURISTIC METHODS*

T. Davidović¹, T. Jakšić Krüger²

^{1,2}Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia

¹tanjad@mi.sanu.ac.rs, ²tatjana@mi.sanu.ac.rs

Keywords: optimization problems, solution quality, nature-inspired methods, probability theory.

Meta-heuristic methods were developed to eliminate limitations of exact and heuristic methods, i.e., to provide high quality sub-optimal solutions with less resources. They represent a set of concepts used as guidelines for tackling difficult optimization problems. The population-based methods incorporate an idea that a certain combination of existing solutions can generate a new solution of higher quality. Furthermore, we are particularly interested in the methods that apply some principles of the natural swarm intelligence (SI), such as: Bee Colony Optimization, Ant Colony Optimization and Particle Swarm Optimization. Due to a lack of information about the actual quality of the reported solution(s) and the inherently stochastic nature of meta-heuristics, the theoretical analysis of their convergence towards global optimum is mainly conducted by means of probability theory. The authors of [1; 3] agree that in order to generate high-quality solutions the considered meta-heuristic needs to have learning properties. This type of algorithm is known as *model-based* and it provides assurance for the so-called *model convergence* introduced in [1]. The concepts developed in [2] for the theoretical analysis of Bee Colony Optimization meta-heuristic are generalized to population-based methods that incorporate the SI paradigm. In particular, we conclude that SI meta-heuristics need to implement learning mechanisms used for adaption of probability rule for selecting a (partial) candidate solution.

Bibliography

1. Gutjahr, W.J.: Convergence analysis of metaheuristics. In: *Metaheuristics: Hybridizing Metaheuristics and Mathematical Programming*, pp. 159–187. Springer (2009)
2. Jakšić Krüger, T., Davidović, T., Teodorović, D., Šelmić, M.: The Bee Colony Optimization Algorithm and its Convergence. *International Journal of Bio-Inspired Computation* 8(6), 340–354 (2016)
3. Zlochin, M., Birattari, M., Meuleau, N., Dorigo, M.: Model-based search for combinatorial optimization: A critical survey. *Annals of Operations Research*, 131(1–4), 373–395 (2004)

* This research was supported by the Serbian Ministry of Education, Science and Technological Development, Grant no. 174033.

OPTIMAL INFORMATION CONTROL IN NETWORK
GENERALIZATION OF MUDDY FACES PUZZLE*

D. N. Fedyanin

V. A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, Moscow, Russia

IEEE Society

dfedyanin@inbox.ru

Keywords: Muddy Faces Puzzle, network generalization, knowledge representation.

In most recent studies, an investigation of knowledge representations [1; 2] and especially beliefs of robots was particularly useful to control them and plan their actions [3]. Different authors have studied dynamic of knowledge representations on a special case that is called Muddy Faces Puzzle. The basic story of the puzzle is as follows. Three children have muddy faces, and each can see the others faces, but not his own. A teacher announces to the children: "at least one of you has a muddy face". Then he asks: "Do you know whether your face is muddy or not? If so, raise your hand". No child raises a hand. Then, after some time, the teacher asks the same question, and again no child raises a hand. Some more time passes, and when asked the question a third time, each child raises his hand [4]. In this paper Network generalization of Muddy Faces Puzzle [5] were selected to investigate for its complexity. Network generalization allows individuals to be informed only about properties of their neighbors not about properties of all individuals. These individuals solve a distributed optimization problem and they are not necessarily humans.

An optimization problem is to choose information to be send to a network of individuals to set their knowledge representations to target values and therefore control their actions. This paper contains analytical proofs of preliminary numerical results that have been described early in [5].

Bibliography

1. Harmelen, F., Lifschitz, V., Porter, B.: The Handbook of Knowledge Representation. Elsevier Science San Diego, USA. (2007)
2. Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G.: Reflexion and Control: Mathematical Models. Communications in Cybernetics, Systems Science and Engineering. CRC Press, (2014)
3. Pynadath, D.V., et al.: A Nearest-Neighbor Approach to Recognizing Subjective Beliefs in Human-Robot Interaction (2018)
4. Kline, J.J.: Evaluations of epistemic components for resolving the muddy children puzzle. *Economic Theory* 53(1), 61–83 (2013)
5. Fedyanin, D.: Threshold and Network generalizations of Muddy Faces Puzzle. In: Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT2017, Moscow). IEEE, vol. 1, pp. 256–260 (2017)

* This research was supported by RSF grant 16-19-10609.

APPLYING INTEGER PROGRAMMING MODELS
TO THE PROBLEM OF IRREGULAR POLYOMINO TILING*

V. M. Kartak¹, A. I. Fabarisova², G. Scheithauer³, T. Buchwald⁴

¹ Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russia

² Bashkir State Pedagogical University n.a. M. Akmullah, Ufa, Russia

^{3,4} Dresden University of Technology, Dresden, Germany

¹ kvmail@mail.ru, ² aygul_fab@mail.ru, ³ Guntram.Scheithauer@tu-dresden.de

Keywords: polyomino tiling, integer programming, phased array antenna.

This work is devoted to the problem of irregular polyomino tiling and two cases in particular: tiling with L-shaped trominoes and tiling with L-shaped tetrominoes. We consider a tiling of a finite, rectangular region with given polyominoes, without any restriction on their number. Each polyomino can be rotated by 90 degrees and mirror-flipped. So, there is an $n \times n$ element region and infinite number of polyominoes. The problem is to find an optimized polyomino layout considering two following requirements: minimize the number of empty spaces and maximize irregularity of layout.

The problem is viewed in the integer programming formulation [1]. New mathematical models are described. To solve large-size instances, we propose dividing the structure on smaller parts of equal size and combine received solutions.

The approach can be applied to the phased array antennas design where polyomino-shaped subarrays are used to reduce the cost of the array and to avoid regularity of antenna structure [2]. Antenna performance simulations are presented in order to evaluate irregularity of tilings.

Bibliography

1. Fabarisova, A.I., Kartak, V.M.: Polyomino tiling using integer linear programming methods. Optimization Problems and their Economical Applications. Proceedings of The Sixth International Conference (Omsk, 28 June – 4 July 2015), p. 104. Omsk State University, Omsk (2015)
2. Mailloux, R., Santarelli, S., Roberts, T., Luu, D.: Irregular polyomino-shaped subarrays for space-based active arrays. International Journal of Antennas and Propagation 2009, Article ID 956524 (2009). <http://dx.doi.org/10.1155/2009/956524>

* This research was supported by DAAD grant.

ON VERTICES OF THE SIMPLE BOOLEAN QUADRIC POLYTOPE
EXTENSION*

A. V. Nikolaev

P. G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl, Russia
andrei.v.nikolaev@gmail.com

Keywords: 3-satisfiability, LP relaxation, 1-skeleton, fractional vertices.

We consider a polytope $SATP(m, n) \subset \mathbb{R}^{6mn}$ (see [1]), obtained as the convex hull of all integral solutions of the system

$$\sum_{k,l} x_{i,j}^{k,l} = 1, \tag{1}$$

$$x_{i,j}^{1,1} + x_{i,j}^{2,1} + x_{i,j}^{3,1} = x_{i,t}^{1,1} + x_{i,t}^{2,1} + x_{i,t}^{3,1}, \tag{2}$$

$$x_{i,j}^{k,1} + x_{i,j}^{k,2} = x_{s,j}^{k,1} + x_{s,j}^{k,2}, \tag{3}$$

$$x_{i,j}^{k,l} \geq 0, \tag{4}$$

where $k = 1, 2, 3$; $l = 1, 2$; $i, s = 1, \dots, m$; $j, t = 1, \dots, n$.

The system (1)–(4) without the integrality constraint defines the LP relaxation $SATP_{LP}(m, n)$. The polytope $SATP$ is a simple extension of the well-known Boolean quadric polytope BQP [3], and it got its name since it is the integer programming formulation of various special instances of 3-satisfiability like NAE-3-SAT, 1-in-3-SAT, weighted MAX-3-SAT, and others (see [2]).

We consider the properties of $SATP$ 1-skeleton and $SATP_{LP}$ fractional vertices. Like BQP_{LP} , polytope $SATP_{LP}$ has the Trubin-property (1-skeleton of $SATP$ is a subset of 1-skeleton of $SATP_{LP}$). However, unlike BQP , not all vertices of $SATP$ are pairwise adjacent, the diameter of 1-skeleton equals 2, and the clique number is superpolynomial in dimension. It is known that the fractional vertices of BQP_{LP} are half-integral (0, 1 or 1/2 valued) [3]. We establish that the denominators of $SATP_{LP}$ fractional vertices can take any integer values.

Bibliography

1. Bondarenko, V.A., Uryvaev, B.V.: On one problem of integer optimization. Automation and Remote Control 68(6), 948–953 (2007)
2. Nikolaev, A.: On integer recognition over some Boolean quadric polytope extension. In: Kochetov, Y. et al. (eds.) Discrete Optimization and Operations Research 2016. Lecture Notes in Computer Science, vol. 9869, pp. 206–219 (2016)
3. Padberg, M.: The Boolean quadric polytope: some characteristics, facets and relatives. Mathematical Programming 45(1-3), 139–172 (1989)

* Supported by the grant of the President of the Russian Federation MK-2620.2018.1.

НЕПРЕРЫВНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДРОБНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Т. В. Груздева¹, М. В. Баркова²

^{1,2} Институт динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН, Иркутск, Россия

¹gruzdeva@icc.ru, ²mbarkova@icc.ru

Ключевые слова: фракционное программирование, невыпуклая оптимизация, d.c. функции, глобальный поиск.

Будем рассматривать следующую задачу дробного программирования

$$f(x) := \sum_{i=1}^m \frac{\psi_i(x)}{\varphi_i(x)} \downarrow \min_x, \quad x \in S, \quad (1)$$

где $S \subset \mathbb{R}^n$ – выпуклое множество и $\psi_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi_i(x) > 0$, $\varphi_i(x) > 0$, $\forall x \in S$, $1, \dots, m$.

Для решения задачи дробной оптимизации разработан [1] метод глобального поиска, который сочетает в себе два подхода к решению фракционных задач. Первый метод использует редукцию задачи дробного программирования к решению уравнения с оптимальным значением вспомогательной задачи с векторным параметром [2]. Второй метод основан на редукции к задаче минимизации линейной функции на невыпуклом множестве, заданном посредством неравенств с d.c. функциями [3]. При этом вводятся дополнительные переменные, число которых соответствует числу дробей в целевой функции задачи (1). Этот подход позволяет решать задачи дробной оптимизации даже в случае, когда и числитель, и знаменатель каждого слагаемого заданы d.c. функциями, то есть любыми непрерывными функциями.

Эффективность двухкомпонентного алгоритма продемонстрирована как на тестовых примерах, взятых из доступных источников, так и на широком поле специально сгенерированных тестовых задач различной размерности и сложности с известными глобальными решениями, в которых и числители, и знаменатели дробей заданы невыпуклыми квадратичными функциями.

Список литературы

1. Gruzdeva, T.V., Strekalovsky, A.S.: On a Solution of Fractional Programs via D.C. Optimization Theory. CEUR Workshop Proceedings, vol. 1987, pp. 246–252 (2017)
2. Gruzdeva, T.V., Strekalovskiy, A.S.: On solving the sum-of-ratios problem. Applied Mathematics and Computation 318, 260–269 (2018)
3. Gruzdeva, T.V., Strekalovskiy, A.S.: An Approach to Fractional Programming via D.C. Constraints Problem: Local Search. LNCS, vol. 9869, pp. 404–417 (2016)

ОБ ОБЩЕЙ ПОСТАНОВКЕ ДВУХЭТАПНЫХ ЗАДАЧ
СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
С ВЕРОЯТНОСТНЫМИ КРИТЕРИЯМИ*

С. В. Иванов¹, А. И. Кибзун²

¹ Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия

^{1,2} Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

¹sergeyivanov89@mail.ru, ²kibzun@mail.ru

Ключевые слова: вероятностные критерии, двухэтапная задача, доверительный метод, выборочная аппроксимация.

В двухэтапных задачах стохастического программирования [2] на первом этапе выбирается детерминированная стратегия, которая на втором этапе корректируется по факту реализации случайных параметров за счет стратегии второго этапа. Рассматриваются априорные и апостериорные постановки данных задач с вероятностным и квантильным критериями для функции потерь второго этапа общего вида. В априорной постановке задачи осуществляется одновременная оптимизация по стратегии первого этапа и по стратегии второго этапа, которой является измеримая функция случайных параметров. В апостериорной постановке задачи на первом этапе минимизируется оптимальное значение функции потерь второго этапа как функции стратегии первого этапа. Формулируются условия, обеспечивающие измеримость оптимального значения функции потерь второго этапа, условия, обеспечивающие его полунепрерывность, а также условия эквивалентности априорных и апостериорных постановок задачи. Для формулировки условий применяется теория нормальных интегралов [3]. Описывается применение метода выборочных аппроксимаций [1] для решения рассматриваемых задач и приводятся условия его сходимости. Для двухэтапной задачи с квантильным критерием обосновывается доверительный метод [2], позволяющий получить эквивалентную детерминированную задачу.

Список литературы

1. Иванов, С.В., Кибзун, А.И.: О сходимости выборочных аппроксимаций задач стохастического программирования с вероятностными критериями. Автоматика и телемеханика 2, 19–35 (2018)
2. Кибзун, А.И., Кан, Ю.С.: Задачи стохастического программирования с вероятностными критериями. Физматлит, Москва (2009)
3. Rockafellar, R.T., Wets R.J.-B.: Variational Analysis. Springer, Berlin (2009)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 15-11-10009).

ТЕНЗОР КРИВИЗНЫ СХОУТЕНА–ВАГНЕРА НА НЕГОЛОНОМНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ В СУБРИМАНОВОЙ ГЕОМЕТРИИ

В. Р. Крым

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Санкт-Петербургское отделение, Санкт-Петербург, Россия
vkrym12@rambler.ru

Ключевые слова: субриманова геометрия, задача Лагранжа, неголономные распределения.

Мы рассматриваем задачу оптимизации с неголономными ограничениями для распределения с внутренней метрикой. Эта задача в геометрической постановке требует привлечения связности Схоутена–Врэнчану [1]. Присоединенная задача (минимизации индексной формы функционала энергии) требует привлечения тензора кривизны Схоутена–Вагнера [2]. В настоящей работе доказано, что если распределение и его метрический тензор не зависят от вертикальных координат, то связность Схоутена–Врэнчану распределения совпадает с симметричной римановой связностью некоторого риманова многообразия. В этом случае также тензор кривизны Схоутена–Вагнера совпадает с римановым тензором кривизны некоторого риманова многообразия.

Мы рассматриваем распределения с условием цикличности: распределение и его метрический тензор не зависят от вертикальных координат. Для таких распределений можно выписать геометрически инвариантное уравнение Якоби. С помощью этого уравнения можно найти сопряженные и фокальные точки горизонтальных геодезических. Нами доказано, что большинство теорем о сопряженных точках, известных в римановой геометрии, сохраняются и для распределений [3; 4]. Это позволяет сформулировать достаточные условия оптимальности.

Список литературы

1. Vranceanu, G.: Parallelisme et courbure dans une variété non holonome. *Atti del congresso Internaz. del Mat. di Bologna*, 6 (1928)
2. Крым, В.Р., Петров, Н.Н.: Тензор кривизны и уравнения Эйнштейна для четырехмерного неголономного распределения. *Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1, 3*, 67–79 (2008)
3. Крым, В.Р.: Поля Якоби для неголономного распределения. *Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1, 4*, 51–61 (2010)
4. Крым, В.Р.: Индексная форма для неголономного распределения. *Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1, 2*, 31–40 (2012)

ОБ ОЦЕНКАХ ТОЧНОСТИ ДЛЯ ОДНОГО МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ*

Л. Д. Попов

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург, Россия
popld@imm.uran.ru

Ключевые слова: линейное программирование, двойственность, функция Лагранжа, регуляризация, оценки уклонения.

Схемы формирования двойственности в математическом программировании, основанные на симметричной регуляризации классической функции Лагранжа одновременно по прямым и двойственным переменным, уже исследовались ранее (см. [1; 2; 3; 4; 5] и др.). В частности, для задач выпуклого программирования, в том числе несобственных, были найдены условия сходимости обеих компонент седловых точек регуляризованных функций Лагранжа к оптимальным множествам прямой и двойственной задач (или задач, их аппроксимирующих в несобственном случае) соответственно, а для случая, когда параметры регуляризации имеют разный порядок малости, были получены асимметричные оценки уклонения одной из этих компонент от нормального (минимального относительно евклидовой нормы) решения соответствующей (прямой или двойственной) задачи. В линейном случае автору удалось показать, что метод сходится не просто к оптимальному множеству, а к нормальным решениям одновременно по прямым и двойственным переменным, причем для этого не важно имеют ли параметры регуляризации разные или один порядок малости. Более того, найдены более эффективные (по сравнению с выпуклым случаем) симметричные оценки точности получаемых решений, в том числе для несобственных задач.

Список литературы

1. Тихонов, А.Н., Арсенин, В.Я.: Методы решения некорректных задач. Наука, Москва (1979)
2. Васильев, Ф.П.: Методы решения экстремальных задач. Наука, Москва (1981)
3. Еремин, И.И., Мазуров, Вл.Д., Астафьев, Н.Н.: Несобственные задачи линейного и выпуклого программирования. Наука, Москва (1983)
4. Скарин, В.Д.: К регуляризации минимаксных задач, возникающих в выпуклом программировании. Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 17(6), 1408–1420 (1977)
5. Скарин, В.Д.: О методе регуляризации для противоречивых задач выпуклого программирования. Изв. ВУЗов. Математика 12, 81–88; Russian Math. (Iz. VUZ) 39(12), 78–85 (1995)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-01-00109).

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭКСТРЕМУМОВ ГРАНИЦ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ

А. Н. Рогалев¹, А. А. Рогалев²

¹ Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск, Россия

² Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия

¹ rogalov@icm.krasn.ru

Ключевые слова: экстремальные точки границы множеств достижимости, включения множеств достижимости, постоянно действующие возмущения.

Пусть имеется управляемая система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) $\frac{dy(t)}{dt} = f(t, y(t), u(t))$, где векторная функция $f(t, y(t), u(t))$ определена для любых значений переменной y и любых значений управления из области определения $u \in U$. Множества достижимости играют важную роль при решении задач управления, наблюдения и прогнозирования, например, точное или приближенное оценивание множеств достижимости управляемой системы помогает определить предельные возможности системы управления, выбрать оптимальное управление. В докладе описывается вычисление экстремальных точек границы множеств достижимости с использованием преобразований символьных формул на основе гарантированных методов [1; 2; 3; 4; 5]. Приводятся примеры расчетов экстремальных точек границ множеств достижимости и множеств достижимости.

Список литературы

1. Новиков, В.А., Рогалев, А.Н.: Построение сходящихся верхних и нижних оценок решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Журнал вычислительной математики и математической физики 33(2), 219–231 (1993)
2. Рогалев, А.Н.: Гарантированные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений на основе преобразования символьных формул. Вычислительные технологии 8(5), 102–116 (2003)
3. Rogalev, A.N.: Calculation of Guaranteed Boundaries of Reachable Sets of Controlled Systems. Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, Allerton Press. 47(3), 287–296 (2011)
4. Рогалев, А.Н., Рогалев, А.А.: Численные оценки предельных отклонений траекторий летательных аппаратов в атмосфере. Вестник СибГАУ 16(1), 104–113 (2015)
5. Рогалев, А.Н.: Использование функций чувствительности для расчета включений трубок траекторий управляемых систем. Вестник СибГАУ 17(2), 350–358 (2016)

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ЗЕРКАЛЬНОГО СПУСКА
 ДЛЯ УСЛОВНЫХ ЗАДАЧ ВЫПУКЛОЙ ОПТИМИЗАЦИИ
 С НЕСТАНДАРТНЫМИ УСЛОВИЯМИ РОСТА

Ф. С. Стонякин¹, А. А. Титов²

¹ Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия

² Московский физико-технический институт (государственный университет), Москва, Россия

¹ fedyor@mail.ru, ² a.a.titov@phystech.edu

Ключевые слова: выпуклая оптимизация, условные задачи, метод зеркального спуска.

В разных задачах оптимизации естественно возникают функционалы, которые не удовлетворяют обычному свойству Липшица (или константа Липшица довольно большая), но при этом имеют градиент, удовлетворяющий этому свойству. В частности, такие функционалы естественно возникают в задаче Truss Topology Design. Особенности построения эффективных численных методов для таких задач описаны, например, в [1].

Доклад посвящен переносу идеологии [1] на условные задачи выпуклой минимизации. Предлагается алгоритм зеркального спуска для условных задач выпуклой оптимизации $f(x) \rightarrow \min_{x \in X}, g(x) \leq 0$ для выпуклых функционалов $f, g : X \rightarrow \mathbb{R}$, где X — выпуклое подмножество конечномерного пространства E с нормой $\|\cdot\|$. При этом f может не удовлетворять условию Липшица, но обязательно должно иметь градиент $\nabla f(x)$ для всякого $x \in X$, причём $\|\nabla f(x) - \nabla f(y)\|_* \leq L\|x - y\|_E \forall x, y \in E$, где $\|\cdot\|_*$ — стандартная норма в сопряженном пространстве E^* . Про функциональное ограничение мы делаем предположение, что $\|g(x) - g(y)\| \leq M_g\|x - y\|_E \forall x, y \in E$, т. е. g может быть и негладким.

Шаг в методе зеркального спуска мы предлагаем выбирать следующим образом ($i = 1, 2, 3, \dots$): если $g(x^i) \leq \varepsilon$, то выбираем шаг $h_i = \frac{\varepsilon}{\|\nabla f(x^i)\|_* M_g}$, а в противном случае ($g(x^i) > \varepsilon$) выбираем шаг $h_i = \frac{\varepsilon}{M_g^2}$. Доказано, что для нахождения ε -точного решения поставленной задачи необходимо $O(\frac{1}{\varepsilon^2})$ итераций. На базе методики рестартов получено усиление основного результата в случае сильной выпуклости функционалов f и g .

Авторы признательны за полезные обсуждения А.В. Гасникову, доктору физ.-мат. наук, в.н.с. ИППИ им. А.А. Харкевича РАН.

Список литературы

1. Nesterov, Y.: Subgradient methods for convex functions with nonstandard growth properties, 2016. http://www.mathnet.ru:8080/PresentFiles/16179/growthbm_nesterov.pdf

LOCAL SEARCH WITH NONLINEAR SUPPORT FUNCTIONS IN BILEVEL PROGRAMMING*

N. V. Dresvyanskaya¹, O. V. Khamisov²

^{1,2}Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Russia

¹dnv90@mail.ru, ²khamisov@isem.irk.ru

Keywords: bilevel problem, convex lower level problem, nonlinear support functions, local search.

We consider bilevel programming problem with convex lower level problem [1]. It is assumed that the objective function and inequality constraint functions of the upper level problem are twice continuously differentiable with Lipschitzian second derivatives. The initial bilevel problem is reduced to a (one level) global optimization problem with one implicit constraint. This reduction is obtained by well-known technique based on using the optimal value function of the lower level problem. Convexity of the lower level problem is needed for using the duality relationships, in fact we use the optimal value function of the dual lower level problem. We describe how explicit convex functions which are support to the optimal value function can be constructed. Then adaptive support functions [2] for the functions in upper level are used. Finally, a procedure which iteratively solves convex auxiliary problems is given. Convergence conditions are discussed and results of the computational testing as well as comparison with other local search techniques are presented.

Bibliography

1. Dutta, J., Dempe, S.: Bilevel programming with convex lower level problem. In: Dempe, S., Kalashnikov V. (eds.) *Optimization with Multivalued Mappings*, pp. 51–71. Springer Science + Business Media, LLC (2006)
2. Khamisov, O.V.: Optimization with Quadratic Support Functions in Nonconvex Smooth Optimization. AIP Conference Proceedings 1776, 050010 (2016)

* This research was supported by the Russian Science Foundation (project 17-11-01021).

SIMPLEX EMBEDDING METHOD IN DECOMPOSITION OF LARGE
SPARSE CONVEX NONDIFFERENTIABLE OPTIMIZATION
PROBLEMS^{*}

A. V. Kolosnitsyn

Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Russia
ankolos25@mail.ru

Keywords: Dantzig-Wolfe decomposition, simplex embedding method.

We consider a convex optimization problem with large sparse blockwise constraint matrix. To solve this problem it is reasonable to use decomposition algorithm and treat less dimension problems. According to the Dantzig-Wolfe decomposition scheme such reduction leads to the optimization of the nondifferentiable convex function with subgradient that can be easily calculated at each feasible point [4].

We can use quite broad set of methods for solving nondifferentiable convex optimization problems [2]. One of the most appropriate and quite competitive one is simplex embedding method [1]. As opposed to the ellipsoid method [5] the rate of convergence of simplex embedding method depends only on the quantity of truncated simplex vertices that are cut off by the cutting plane. In [3] it is shown how to increase the rate of simplex embedding method convergence in several times by using different modifications.

In this article we adapt the simplex embedding method for solving nondifferentiable convex optimization problem obtained in the decomposition algorithm and give the results of numerical experiments.

Bibliography

1. Antsiferov, E.G., Bulatov, V.P.: An algorithm of simplex imbeddings in convex programming. U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys. 27(2), 36–41 (1987)
2. Bagirov, A., Karmitsa, N., Makela, M.M.: Introduction to Nonsmooth Optimization. Theory, Practice and Software. Springer International Publishing Switzerland, 372 p. (2014)
3. Kolosnitsyn, A.V.: Computational Efficiency of the Simplex Embedding Method in Convex Nondifferentiable Optimization. Comput. Math. Math. Phys. 58(2), 1–9 (2018)
4. Minoux, M.: Mathematical programming: theory and algorithms. John Wiley & Sons Ltd, 518 p. (1986)
5. Shor, N.Z.: A cutting method with space dilation for solving convex programming problems. Kibernetika 1, 94–95 (1977)

* This research was supported by RFBR grant 18-07-01432.

APPLICATION OF REGULARIZED PENALTY FUNCTION
FOR THE OPTIMAL CORRECTION OF IMPROPER CONVEX
PROGRAMMING PROBLEMS*

V. D. Skarin

N. N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics of UB RAS, Yekaterinburg, Russia
Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia
skavd@imm.uran.ru

Keywords: improper convex program, regularization, penalty function.

The convex programming (CP) problems with contradictory constraints often arise in mathematical modeling of complex real-life systems. Such models form a very important class of improper problems (IP) of mathematical programming. The correction of the similar IPs is understood as transformation of an initial inconsistent model to some appropriate feasible one.

Consider the CP problem

$$\min\{f_0(x) : x \in X\}, \quad (1)$$

where $X = \{x \in \mathbb{R}^n : f(x) \leq 0\}$, $f(x) = [f_1(x), \dots, f_m(x)]$, and $f_i(x)$ are convex functions. In a problem with inconsistent constraints $X = \emptyset$.

Let $d(z)$ be a convex function, $d(0) = 0, d(z) > 0$ for any $z \in \mathbb{R}_+^m, z \neq 0$, $\varphi(x) = d(f^+(x))$, $\bar{d} = \inf \varphi(x)$. If $\bar{d} = \varphi(\bar{x})$, then $X \neq \emptyset$ if and only if $\bar{d} = 0$.

Along with (1) we consider the problem

$$\min\{f_0(x) : x \in \bar{X}\}, \quad (2)$$

where $\bar{X} = \{x : \varphi(x) \leq \bar{d}\}$. If, in problem (1), $X \neq \emptyset$, then $\bar{d} = 0$ and problems (1) and (2) coincide. Otherwise, (2) is a possible correction for IP (1), and its optimal solution can be regarded as a generalized (approximate) solution for IP (1). To problem (2), we assign the problem

$$\min_x \{F_\alpha(x, r) = f_0(x) + r\varphi(x) + \alpha\Omega(x)\}, \quad (3)$$

where $\alpha > 0, r > 0$, $\Omega(x)$ is some stabilizer in the Tikhonov regularization method for ill-posed optimization problems. In contrast with problem (2), problem (3) has a solution for every $r > 0$ and $\alpha > 0$ including the case $X = \emptyset$.

In this paper, we present new bounds for the convergence of $F_\alpha(x, r)$ minimizer to approximate solution of IP (2).

* This research was supported by RSF grant 14-01-00109.

VARIANT OF THE CUTTING PLANE METHOD
WITH APPROXIMATION OF THE SET OF CONSTRAINTS
AND AUXILIARY FUNCTIONS EPIGRAPHS

I. Ya. Zabotin¹, K. E. Kazaeva²

^{1,2}Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russia
¹iyazabotin@mail.ru, ²ksu.ta_@mail.ru

Keywords: euclidean norm, NP-hardness, pseudo-polynomial time.

In this note, we propose a method of solving a convex programming problem, which is based on the ideas of cutting plane methods (e.g., [1]) and the method of penalty functions. To construct each approximation, the method uses an operation of immersing the area of constraints and the epigraph of auxiliary function into polyhedral sets. The auxiliary function is built using an external penalty.

We solve the problem of minimizing a convex function $f(x)$ in R_n on a convex closed set $D \subset R_n$, $\text{int } D \neq \emptyset$. Let X^* be the set of solutions of the problem, $x^* \in X^*$, $\text{epi}(f, D) = \{(x, \gamma) \in R_{n+1} : x \in D, \gamma \geq f(x)\}$, $W(z, Q)$ — the bunch of normalized generally support vectors for the set Q at the point z , $P_0(x)$ — a convex function, $P_0(x) = 0, \forall x \in D, P_0(x) > 0, \forall x \notin D, D_0 \subset R_n$ — a convex bounded closed set, $x^* \in D_0, \bar{\gamma} \leq \min \{f(x) : x \in D_0\}, \Delta_0 > 0$.

We set $F_0(x) = f(x) + P_0(x), M_0 = R_{n+1}, i = 0, k = 0$.

1. Find a solution $u_i = (y_i, \gamma_i)$ of the problem $\min \{\gamma : x \in D_i, (x, \gamma) \in M_i, \gamma \geq \bar{\gamma}\}$. If $y_i \in D, \gamma_i \geq f(y_i)$, then $y_i \in X^*$.
2. Set $M_{i+1} = M_i \cap \{u \in R_{n+1} : \langle a, u - v'_i \rangle \geq 0 \forall a \in A_i\}$, where $A_i \subset W(v'_i, \text{epi}(F_i, R_n))$, $v'_i \in R_{n+1}, v'_i \notin \text{int } \text{epi}(F_i, R_n)$.
3. If $y_i \in D$, then it is assumed that $D_{i+1} = D_i$. Otherwise let $D_{i+1} = D_i \cap \{x \in R_n : \langle b, x - v''_i \rangle \geq 0 \forall b \in B_i\}$, where $B_i \subset W(v''_i, D)$, $v''_i \notin \text{int } D$.
4. If $F_i(v_i) - \gamma_i > \Delta_k$, than set $P_{i+1}(x) = P_i(x), F_{i+1}(x) = F_i(x)$. Otherwise we choose convex penalty function $P_{i+1}(x)$ with the condition that $P_{i+1}(x) = 0 \forall x \in D, P_{i+1}(x) \geq P_i(x) \forall x \notin D$. Let $F_{i+1}(x) = f(x) + P_{i+1}(x), i_k = i, x_k = y_{i_k}, \delta_k = \gamma_{i_k}$. Set $\Delta_{k+1} > 0$ and the value of k increased by one.
5. The value of i is incremented by one and go to step №1.

The criterion of optimality laid down in step №1 of the method is justified. It is proved that for each $k \in K$ there is a number i_k that the following equalities hold $x_k = y_{i_k}, \delta_k = \gamma_{i_k}$. Thus, the sequence $\{(x_k, \delta_k)\}$ will be constructed. It is also proved that for every limit point $(\bar{x}, \bar{\delta})$ of this sequence the following equalities hold $\bar{x} \in X^*, \bar{\delta} = f^* = f(x^*)$.

We propose algorithms of the method those differ in terms of the choice of numbers Δ_k and penalty functions $P_i(x)$. In case $\Delta_k \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$, the algorithm can serve as an implementation of the penalty function method.

Bibliography

1. Bulatov, V.P.: Embedding methods in optimization problems (in Russian). Nauka, Novosibirsk (1977)

ИГРА ЗОРГЕРА ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ: ДИСКРЕТНЫЙ ВАРИАНТ

Н. В. Адукова¹, К. Н. Кудрявцев²

^{1,2} Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия
² kudrkn@gmail.com

Ключевые слова: сильно гарантированное равновесие, многошаговая игра, оптимальное управление рекламой.

Рассматривается дискретная задача управления рекламным бюджетом в дуополии. При этом динамика продаж соответствует модели, предложенной Sorger [3], и развитой Sethi в [2]. А именно, рассматривается рынок, на котором доминируют два продавца (игрока), продвигающих различные марки одного товара. Типичным примером такого рынка может служить конкуренция между компаниями Coca-cola и Pepsi. Кроме этого, часть рынка занята мелкими игроками, чья деятельность трактуется как действие нестохастической неопределенности.

Математическая модель представляет собой многошаговую бескоалиционную игру двух лиц при неопределенности, динамика продаж в которой описывается системой двух нелинейных разностных уравнений

$$\begin{cases} x_1(t+1) = (1-\delta)x_1(t) + \rho_1 u_1(t) \sqrt{1-x_1(t)} - \frac{\rho_2}{2} u_2(t) \sqrt{1-x_2(t)} - \\ \quad - \frac{\rho_3}{2} z(t) \sqrt{x_1(t) + x_2(t)} + \frac{\delta}{3}, \\ x_2(t+1) = (1-\delta)x_2(t) + \rho_2 u_2(t) \sqrt{1-x_2(t)} - \frac{\rho_1}{2} u_1(t) \sqrt{1-x_1(t)} - \\ \quad - \frac{\rho_3}{2} z(t) \sqrt{x_1(t) + x_2(t)} + \frac{\delta}{3}. \end{cases}$$

Здесь $u_1(t), u_2(t)$ – управление, $z(t)$ – неопределенность, $x_i(t)$ – доля рынка, принадлежащая i -му игроку ($i = 1, 2$) в момент времени t . Выигрыши игроков определяются функционалами вида

$$J_i(x, u) = \frac{mx_i(T)}{(1+r)^T} + \sum_{k=0}^{T-1} \frac{mx_i(k) - \frac{c}{2} u_i^2(k) + \frac{1}{2} z^2(k)}{(1+r)^k}.$$

С помощью специальной модификации метода динамического программирования построено сильно гарантированное равновесие по Нэшу [1].

Список литературы

1. Жуковский, В.И., Кудрявцев, К.Н.: Уравновешивание конфликтов при неопределенности. I. Аналог седловой точки. Математическая теория игр и ее приложения 5(1), 27–44 (2013)
2. Naik, P.A., Prasad, A., Sethi, S.P.: Building brand awareness in dynamic oligopoly markets. Management Science 54(1), 129–138 (2008)
3. Sorger, G.: Competitive dynamic advertising: A modification of the Case game. Journal of Economics Dynamics and Control 13, 55–80 (1989)

О НЕКОТОРЫХ ДВУХУРОВНЕВЫХ МОДЕЛЯХ ОПТИМИЗАЦИИ НАЛОГОВЫХ СХЕМ*

С. М. Анцыз

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия
antzys@math.nsc.ru

Ключевые слова: моделирование иерархических систем, схемы налогообложения, двухуровневое программирование.

В [1] был предложен специальный алгоритм композиции локальных планов подсистем сложных социально-экономических систем. Алгоритм базировался на подходе: достичь заданного результата с наименьшими затратами ресурсов. В докладе этот подход используется для исследования моделей налогообложения.

В [2] рассматривалась задача максимизации налоговых сборов, и было показано, что результаты, которые получаются при прогрессивном налоге на прибыль, лучше, чем результаты, получающиеся при плоской шкале налогообложения. Предполагалось, что государство устанавливает параметры налоговых ставок, а инвесторы при заданной схеме налогов определяют векторы продуктов и ресурсов такие, что достигает максимума их прибыль.

С использованием нового подхода предлагается построить следующую модель иерархической системы "государство – инвесторы". Государство фиксирует объем налоговых сборов и определяет минимальные размеры налоговых ставок, необходимые для получения этого объема при условии, что инвесторы действуют так же, как и в прежней модели. В этой модели прогрессивный налог также оказывается лучше пропорционального.

В докладе будут приведены и другие модели, построенные с помощью нового подхода, в частности, новая модель рынка торговли квотами, при которой государство, загрязняющее атмосферу сверх допустимого уровня, может купить квоту у государства, выбросы которого, напротив, меньше допустимых. Интересно, что в некоторых новых моделях не обнаруживается преимущество прогрессивного налога.

Список литературы

1. Анцыз, С.М., Донсков, И.В., Маршак, В.Д., Чупин, В.Г.: Оптимизация системных решений в распределенных базах данных. Наука. Сиб. отд-ние, Новосибирск (1990)
2. Анцыз, С.М., Рыпалова, О.А.: О двух системах налогообложения: дискретные модели. Препринт № 252. ИМ СО РАН, Новосибирск (2010)

* Работа выполнена при поддержке РГНФ (проект 16-02-00049) и РФФИ (проекты 16-06-00046, 16-06-00101 и 16-01-00108).

ОБ ОДНОМ ДИСКРЕТНОМ АНАЛОГЕ МОДЕЛИ РАМСЕЯ–СОЛОУ С УЧЕТОМ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ КАПИТАЛА*

М. А. Ицкович

Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия
mariya.itskovich@gmail.com

Ключевые слова: дискретные модели, иерархическая система, накопление-потребление, налогообложение имущества, плоская шкала.

В работе рассматривается модель иерархической системы, состоящей из государства и нескольких компаний (инвесторов). Целью данной работы является решение проблемы нахождения условий существования рациональных стратегий поведения государства и инвесторов. Предполагается, что государство задает налоговую схему и налоговую ставку. Инвесторы, зная стратегию государства и предполагая, что она фиксирована, максимизируют свои функции полезности. В качестве функции полезности инвесторов рассматривается общее потребление с дисконтированием. Государство выберет ту стратегию, при которой оно собирает большее количество налогов в течение рассматриваемого периода $[0, T]$. Анализ основан на модифицированной модели Рамсея. В классической модели Рамсея доход компании распределяется между потреблением и инвестициями [1]. Однако эта модель не учитывает существование налогообложения и таким образом описывает функционирование системы "государство – инвесторы" неадекватно.

В настоящей работе с помощью аппаратов математического программирования и математического анализа была исследована задача распределения доходов от производства между потреблением и инвестициями при существовании налогов на основные фонды. Построены дискретные модели функционирования двухуровневой системы "государство – инвесторы" для данной задачи. Найдены условия квазивогнутости целевых функций задач нижнего и верхнего уровней с постоянной по времени долей дохода, идущей на потребление, и плоской шкалой налогообложения, доказаны соответствующие теоремы. Предложены эвристические алгоритмы для нахождения точек максимума целевых функций задач верхнего и нижнего уровней, когда ничего нельзя сказать об их квазивогнутости.

Список литературы

1. Ашманов, С.А.: Введение в математическую экономику. Наука, Москва (1984)

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16-01-00108 и 16-06-00101).

ОДИН ПОДХОД К НЕЧЕТКИМ МАТРИЧНЫМ ИГРАМ

К. Н. Кудрявцев¹, И. С. Стабулит², В. И. Ухоботов³

¹ Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

^{2,3} Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия

² Южно-Уральский государственный аграрный университет, Челябинск, Россия

¹ kudrkn@gmail.com, ² ukh@csu.ru, ³ irisku76@mail.ru

Ключевые слова: игры с нечеткими выигрышами, дефазификация, равновесие по Нэшу.

В докладе рассматривается матричная игра с нечеткими выигрышами. Здесь игроки, выбирая свои стратегии, ориентируются на выигрыши, заданные в виде нечетких чисел. Одна из проблем, встающих перед игроками при выборе своей стратегии – сравнение нечетких выигрышей. Основным подходом, используемым для сравнения нечетких чисел, является применение операторов дефазификации [1]. Один из таких операторов был предложен в [2]. В [3] было формализовано понятие $T(\cdot)$ -равновесия по Нэшу для биматричных игр с нечеткими выигрышами, где $T(\cdot)$ – выбранный игроками оператор дефазификации. Однако, принимая решение, каждый из игроков может ориентироваться на сравнение по своему оператору дефазификации.

Пусть в матричной игре с нечеткими выигрышами \tilde{A} первый игрок ориентируется на некоторый оператор дефазификации $T_1(\cdot)$, а второй – на $T_2(\cdot)$. Сопоставим исходной игре вспомогательную биматричную игру, в которой матрица выигрышей первого игрока $A = T_1(\tilde{A})$, а матрица выигрышей второго есть $B = T_2(\tilde{A})$.

В докладе определено понятие $T_1(\cdot), T_2(\cdot)$ -седловой точки и доказано следующее утверждение: если операторы $T_1(\cdot)$ и $T_2(\cdot)$ линейны, то ситуация равновесия вспомогательной игры является $T_1(\cdot), T_2(\cdot)$ -седловой точкой в исходной игре. Предлагается алгоритм построения $T_1(\cdot), T_2(\cdot)$ -седловой точки, реализация которого демонстрируется на модельных примерах.

Список литературы

1. Basiura, B., Duda, J., Gawel, B., Opila, J., Pelech-Pilichowski, T., Rebiasz, B., Skalna, I.: Ordering of Fuzzy Numbers. In: Advances in Fuzzy Decision Making. Springer International Publishing, pp. 27–48 (2015)
2. Ухоботов, В.И., Михайлова, Е.С.: О сравнении нечетких чисел в задачах принятия решений. Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки 26(1), 87–94 (2016)
3. Kudryavtsev, K.N., Stabulit, I.S., Ukhobotov, V.I.: A bimatrix game with fuzzy payoffs and crisp game. In: Proceedings of the 8th International Conference on Optimization and Applications (OPTIMA-2017) Petrovac, Montenegro, October 2-7, 2017. CEUR-WS, vol. 1987, pp. 343–349 (2016)

НОВАЯ ОЦЕНКА ГЛОБАЛЬНОГО МАКСИМУМА D.C.-ВЫПУКЛОЙ ФУНКЦИИ ДИСКРЕТНОГО АРГУМЕНТА

А. Б. Рамазанов

Бакинский государственный университет, Баку, Азербайджан
ram-bsu@mail.ru

Ключевые слова: d.c.-выпуклая функция, порядково-выпуклое множество, глобальный максимум.

Класс задач дискретной оптимизации с целевыми функциями, заданными в виде разности двух строго выпуклых функций дискретного аргумента (такие функции называют d.c.-выпуклыми), достаточно широк. К таким задачам можно привести, например, транспортные задачи с фиксированными доплатами, со штрафом, задачи живучести сети и др. (см., напр., [1]). В работе получена новая оценка для глобального максимума d.c.-выпуклой функции дискретного аргумента в терминах меры выпуклости целевой функции и некоторых параметров допустимой области.

Рассматривается следующая задача A : найти

$$\max\{F(x) = f(x) - \varphi(x) \mid x = (x_1, \dots, x_n) \in P \subseteq Z_+^n\},$$

где $f(x) \in \mathfrak{R}_\rho(Z_+^n)$, $\varphi(x) \in \mathfrak{R}_q(Z_+^n)$ [2], $f(0) = \varphi(0) = 0$, P – порядково-выпуклое множество на целочисленной решетке Z_+^n [1].

Пусть $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ – глобальный максимум функции $F(x)$, а $x^f = (x_1^f, \dots, x_n^f)$ ($x^\varphi = (x_1^\varphi, \dots, x_n^\varphi)$) – глобальный максимум функции $f(x)$ ($\varphi(x)$) на множестве P .

Теорема. Пусть в задаче A $F(x)$ – неубывающая функция на множестве $P \subseteq Z_+^n$. Тогда справедлива оценка

$$f(x^f) - \varphi(x^\varphi) \leq F(x^*) \leq B_2 f(x^f) - r q,$$

где $B_2 = \left(1 - \left(1 - \frac{1}{1+(1-c)(h-1)} \right)^r \right)^{-1}$, $0 < c \leq 1$,

$h = \max\{h(x) = x_1 + \dots + x_n \mid x \in P\}$, $r = \min\{h(x) - 1 \mid x \in Z_+^n \setminus P\}$.

Список литературы

1. Ковалев, М.М.: Матроиды в дискретной оптимизации. Минск, Изд-во Университетское (1987)
2. Рамазанов, А.Б.: Оценки точности получаемых алгоритмом покоординатного подъема решений задач дискретной выпуклой оптимизации. Дискретный анализ и исследование операций. Сер. 1, 12(4), 60–80 (2005)

СВЕДЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ РАВНОВЕСИЯ В ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЯХ ОБМЕНА К ОПТИМИЗАЦИОННЫМ ЗАДАЧАМ*

В. И. Шмырев

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия
shvi@math.nsc.ru

Ключевые слова: модель обмена, равновесие, симплекс цен, оптимизация, двойственность.

Рассматривается дальнейшее развитие предложенного автором подхода полиэдральной комплементарности к построению алгоритмов отыскания равновесных состояний в линейных моделях конкурентной экономики [1]. Этот подход не имеет аналогов и позволил разработать достаточно эффективные алгоритмы отыскания равновесия как для классической модели обмена, так и для различных ее вариаций. Наиболее простой является модель с фиксированными бюджетами, известная как модель Фишера. В этом случае оказалось возможным свести проблему равновесия к некоторой оптимизационной задаче. Первое такое сведение было получено в [2]. Однако полученная задача математического программирования в алгоритмическом отношении оказалась сложной и не было предложено достаточно простых алгоритмов решения этой задачи. Подход полиэдральной комплементарности дал альтернативный вариант оптимизационной задачи и достаточно простые алгоритмы. В докладе представлен завершённый вариант предложенного сведения. Модели сопоставляется пара оптимизационных задач на симплексе цен, которые находятся в отношении двойственности подобно двойственным задачам линейного программирования. Предложенное сведение оказалось возможным не только для модели обмена, но и для ее обобщения, когда в модели помимо участников-потребителей присутствуют участники-фирмы [3], поставляющие на рынок дополнительные объемы товаров.

Список литературы

1. Shmyrev, V.I.: Polyhedral complementarity and equilibrium problem in linear exchange models. Far East Journal of Applied Mathematics 82(2), 67–85 (2013)
2. Eisenberg, E., Gale, D.: Consensus of subjective probabilities: The pari-mutuel method. The Annals of Mathematical Statistics 30(1), 165–168 (1959)
3. Shmyrev, V.I.: A generalized linear exchange model. J. Appl. Indust. Math. 2(1), 125–142 (2008)

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00108 А).

EQUILIBRIUM MODELING A HEAT ENERGY MARKET

O. V. Khamisov¹, N. S. Mikhakhanova²

^{1,2} Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Russia

¹ khamisov@isem.irk.ru, ² isuimeiopt@mail.ru

Keywords: equilibrium programming, Nash Equilibrium, heat energy systems, nonconvex equivalent, global minimization methods.

A mathematical model of heat supply system is described and analyzed. It contains network, heat producers and heat consumers. Heat producers maximize their profits, as for heat consumers it is assumed that the corresponding inverse demand functions are available. The network is functioning according to the physical laws. When total heat supply and heat demand are balanced and fixed then the distribution of the heat flow through the network can be described by the well posed smooth convex optimization problem [1]. Under the market conditions heat producers decide what amount of heat to produce in order to maximize the profit given the reaction of consumers, i.e. the Cournot model is considered. The final prices for the consumers take into account two types of costs: production and transportation [2]. As a result, mathematically we obtain a system of connected convex optimization problems. It is shown that the Nash equilibrium in this model exists. Then we describe a reduction to an implicit nonconvex optimization problem, minimization procedure and give some preliminary testing results.

Bibliography

1. Merenkov, A., Khasilev, V.: The theory of hydraulic circuits. Nauka, Moscow (1985) (in Russian)
2. Penkovskii, A.V., Stennikov, V.A., Khamisov, O.V.: Optimum load distribution between heat sources based on the Cournot model. Thermal Engineering 5(8), 598–606 (2016)

SEARCH OF NASH EQUILIBRIUM IN QUADRATIC NONCONVEX
GAME WITH WEIGHTED POTENTIAL*

I. M. Minarchenko

Melentiev Energy Systems Institute of SB RAS, Irkutsk, Russia
eq.progr@gmail.com

Keywords: Nash equilibrium, weighted potential, nonconvex optimization.

It is well known that an exact potential game [1] can be reduced to an optimization problem with a potential as an objective function. It lowers considerably computational costs for finding Nash equilibrium in the game. However an exact potential exists in rather narrow class of games. On the other hand, if we add positive weight for every player, there is a more general class with similar properties as exact potential games have. This class is referred to as weighted potential games [1]. An n -player game with scalar players' variables and twice continuously differentiable payoffs f_1, \dots, f_n is a weighted potential game if and only if there exist positive weights $w_1 > 0, \dots, w_n > 0$ such that

$$w_i \frac{\partial^2 f_i(x)}{\partial x_i \partial x_j} = w_j \frac{\partial^2 f_j(x)}{\partial x_i \partial x_j}$$

holds at any feasible x for every pair of players (i, j) , $i \neq j$. A potential P is defined as follows:

$$P(x) = \int_0^1 \sum_{i \in N} w_i \frac{\partial f_i(tx)}{\partial x_i} x_i dt.$$

We do not need that payoffs be concave w.r.t. its strategic variables. Moreover generalized Nash equilibrium problem can be considered. In quadratic game, every payoff is quadratic w.r.t. the player's variable, whereas interactions between players are defined by bilinear terms [2]. A potential P is quadratic and nonconcave in this case. For maximizing P we propose branch-and-bound-type algorithm [3] with local search. Computational experiment results are presented.

Bibliography

1. Monderer, D., Shapley, L.S.: Potential games. *Games Econ. Behav.* 14, 124–143 (1996)
2. Minarchenko, I. Search of Nash equilibrium in quadratic n -person game. In: Kochetov, Y., Khachay, M., Beresnev, V., Nurminski, E., Pardalos, P. (eds.) *DOOR 2016 Proceedings*. LNCS, vol. 9869, pp. 509–521. Springer (2016)
3. Nechaeva, M.S., Khamisov, O.V.: The branch-and-bound method for the problem of minimizing a nonconvex quadratic function under convex quadratic constraints. *Diskretn. Anal. Issled. Oper. Ser. 2* 7(2), 74–88 (2000) (in Russian)

* This research was supported by RFBR grant 18-07-01432.

EFFECTIVE DISTRIBUTION OF FINANCIAL RESOURCES OF THE MEGAPROJECT

N. I. Plyaskina

Institute of Economics and Industrial Engineering of SB RAS, Novosibirsk, Russia
Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia
pliaskina@hotmail.com

Keywords: algorithm, resource allocation, megaproject, budget, oriented graph, probability of completion.

The technological sequence of the megaproject works (i, j) is presented in the form of an oriented graph G , in the form of a sequence of projects G_k . For each project, an acceptable minimum and maximum probability of completion in time D_k (P_k^* and P_k^{**}) is specified. The duration of each work t_{ij} is a random variable, in the distribution density of which the parameter includes the budget allocated for this work c_{ij} . To implement the megaproject there are resources in the volume C , it is necessary to determine the values of the resources C_k^t allocated to the k -th project at the moment when the sum of the products of the priority coefficients (the degree of importance) of the projects and the probabilities of their completion in the corresponding directive time $P_k(C_k^t)$ is maximal:

$$\sum_{k=1}^n \{\eta_k \cdot P_k(C_k^t)\} \rightarrow \max$$

where $P_k(C_k^t) = P(t + T_k(C_k^t) \leq D_k)$, with constrains

$$P_k^* \leq P_k(C_k^t) \leq P_k^{**}, \quad 1 \leq k \leq n,$$
$$\sum_{k=1}^n C_k^t \leq C,$$

where $T_k(C_k^t)$ random duration of the k -th project implementation on the basis of the allocated budget C_k^t . The algorithm for solving the problem is presented in the form of a step-by-step sequence:

Step 1. Determination of the minimum amount of budget C_k^t for each local project G_k that can provide the set reliability p , $0 < p < 1$.

Stage 2. Distribution of budgetary resources for projects with different priorities. If for a project G_k at the point in time $t \geq 0$ it is impossible to complete a project in the deadline with the probable probability p , the company redistributes all remaining financial resources $\sum_{k=1}^n C_k(t)$ between the projects G_k .

Step 3. Determine the investment attractiveness of each local project.

The paper suggests an aggregated algorithm for solving the problem, which was implemented to real information base of the VSNGK megaproject and showed its efficiency.

FUZZY CORE ALLOCATIONS IN A MIXED ECONOMY
OF ARROW-DEBREU TYPE*

V. A. Vasil'ev

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia
vasilev@math.nsc.ru

Keywords: rationing, governmental order, equilibrium, fuzzy core allocation.

In this paper we present some extensions of the core equivalence results obtained in [3] for the mixed pure exchange models to the case of mixed economies of Arrow-Debreu type.

An important feature of the mixed economic system under consideration is that two different regulation mechanisms function jointly: central planning and flexible market prices. Thus, this model is characterized by the presence of dual markets. In the first market, prices are stable and the allocation of commodities is determined by rationing schemes and government orders. In the second market, prices are flexible and are formed by the standard mechanism of equating demand and supply. We assume that the excess of any commodity purchased in the first market may be resold by any economic agent at flexible market prices. Note that the first model of this type was proposed by V.L.Makarov in the early 1980s, as a result of discussions on how to apply some elements of a free market economy in order to improve the performance of the centrally planned economy (cf. [2]).

Whereas a lot of papers are devoted to existence and efficiency of mixed market equilibria (see, e.g., [1; 4]), this paper investigates extremal properties of equilibrium allocations in a mixed economy of Arrow-Debreu type. A notion of fuzzy domination in a mixed environment with production sector is given, and coalitional stability of equilibrium allocations in a mixed economy of Arrow-Debreu type is established. Moreover, conditions are proposed that ensure coincidence of the fuzzy core and the set of equilibrium allocations for some important specifications of the general model of mixed economy suggested in [4].

Bibliography

1. van der Laan, G., Vasil'ev, V.A., Venniker, R.J.G.: On the transition from the mixed economy to the market. *Siberian Advances in Mathematics* 10, 1–33 (2000)
2. Makarov, V.L., Vasil'ev, V.A., et al.: Equilibrium, rationing and stability. *Matekon* 25, 4–95 (1989)
3. Vasil'ev, V.A.: On Edgeworth equilibria for some types of nonclassic markets. *Siberian Advances in Mathematics* 6, 96–150 (1996)
4. Vasil'ev, V.A., Wiesmeth, H.: Equilibrium in a mixed economy of arrow-debreu type. *Journal of Mathematical Economics* 44(2), 132–147 (2008)

* This research was supported by RFBR grant 16-06-00101.

АЛГОРИТМЫ МУРАВЬИНОЙ КОЛОНИИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ШТЕЙНЕРА НА ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФАХ*

А. Е. Шухман¹, Л. В. Легашев², П. Н. Полежаев³, И. П. Болодурина⁴

^{1,2,3,4} Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия
¹ shukhman@gmail.com

Ключевые слова: задача Штейнера на ориентированных графах, алгоритм муравьиной колонии.

Задача Штейнера на ориентированном взвешенном графе G состоит в построении дерева минимального веса с корнем в заданной вершине v , содержащего пути до каждой из вершин множества терминальных вершин T . Частным случаем задачи Штейнера является максимально быстрое формирование заданного набора дисковых образов с установленным программным обеспечением для виртуальных машин облачной системы, исходя из некоторого базового образа. В этом случае граф G имеет экспоненциальное число вершин (дисковых образов), которым соответствуют подмножества множества возможных программных пакетов, а вес дуги (u, v) равен времени установки программного пакета для перехода от дискового образа u к образу v .

Другим применением задачи Штейнера является построение оптимального дерева вещания в системах цифрового телевидения для передачи видеопотока абонентам, а также дерева маршрутов в распределенных вычислительных системах для массовой рассылки данных между процессами. В этом случае вершины графа G — сетевые устройства. Вес дуги равен задержке при передаче информации между устройствами. Имеется источник данных s , который должен передать один и тот же поток данных всем получателям T . Необходимо найти минимальное дерево Штейнера, реализующее данную передачу.

Задача Штейнера на ориентированных графах является NP-полной. Для точного решения задачи требуется экспоненциальное время, что неприемлемо для большого количества вершин. Для построения субоптимального решения задачи нами разработано три алгоритма на основе метода муравьиной колонии, которые отличаются схемой перемещения муравьев и построения решения на основе их путей. Для экспериментального исследования алгоритмов разработаны симулятор облачной системы для обслуживания заявок на формирование дисковых образов и симулятор компьютерной сети для исследования многоадресной маршрутизации. Проведено экспериментальное сравнение разработанных алгоритмов в зависимости от их параметров. Определены схемы алгоритмов муравьиной колонии, наиболее подходящие для решения обеих рассматриваемых прикладных задач.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 15-07-06071, 16-07-01004, 16-29-09639, 18-07-01446).

BEE COLONY OPTIMIZATION FOR CLUSTERING INCOMPLETE DATA^{*}

T. Davidović¹, N. Glišović², M. Rašković³

^{1,3} Mathematical Institute of the Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia

² State University of Novi Pazar, Novi Pazar, Serbia

¹ tanjad@mi.sanu.ac.rs, ² natasaglisovic@gmail.com, ³ goca@mi.sanu.ac.rs

Keywords: data bases, missing values, nature-inspired methods, swarm intelligence.

Many decision making processes include the situations when not all relevant data are available. Clustering as a decision making is widely used in medicine, industry and variety of other fields. Missing data is a common characteristic of the majority of clustering problems. The main issues one has to deal with when clustering incomplete data are the mechanism for filling in the missing values, the definition of a proper distance function and/or the selection of the most appropriate clustering method. There are several reasons why some (or most of the) data describing objects to be classified may be missing. On the other hand, there are several methods proposed to determine the values of the missing attributes. However, non of them can adequately estimate missing values in all required situations. Therefore, in [1] a new distance function, based on the propositional logic, that does not require to determine the values of missing data, is proposed. Exploiting this distance, we developed Bee colony optimization (BCO) approach for clustering incomplete data based on the p -median classification model. BCO is a population-based meta-heuristic inspired by the foraging habits of honey bees. It belongs to the class of Swarm intelligence (SI) methods. The improvement variant of BCO is implemented, the one that transforms complete solutions in order to improve their quality. The efficiency of the proposed approach is demonstrated by the comparison with some recent clustering methods [2].

Bibliography

1. Glišović, N., Rašković, M.: Optimization for classifying the patients using the logic measures for missing data. Scientific publications of the State University of Novi Pazar, Ser. A: Appl. Math. Inform. and Mech. 9(1), 91–101 (2017)
2. Yan, Y.T., Zhang, Y.P., Zhang, Y.W., Du, X.Q.: A selective neural network ensemble classification for incomplete data. International Journal of Machine Learning and Cybernetics 8(5), 1513–1524 (2017)

^{*} This research was supported by the Serbian Ministry of Education, Science and Technological Development, Grants nos. 174033 and III044006.

RESTARTING A GENETIC ALGORITHM FOR SET COVER PROBLEM USING SCHNABEL CENSUS*

A. V. Eremeev

Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia
Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia
eremeev@ofim.oscsbras.ru

Keywords: multistart, Schnabel census, maximum likelihood, transfer of methods.

A new restart rule is proposed for genetic algorithms (GAs) with multiple restarts. The rule is based on the Schnabel Census method, originally developed for statistical estimation of size of animal populations [3]. It is assumed that during a number of latest iterations, the GA population was at a stationary distribution and the Schnabel Census method [2] is applicable to estimate number of different solutions that may be visited with positive probability. The rule consists in restarting the GA as soon as the maximum likelihood estimate reaches the number of different solutions observed at the latest iterations under consideration.

We demonstrate how the new restart rule can be incorporated into a GA [1] with non-binary representation for the Set Cover Problem. Computational experiments on benchmarks from OR-Library show a significant advantage of the GA with the new restarting rule over the original GA. On the unicost instances, the new restarting rule also turned out to be in advantage to restarting the GA as soon as the current iteration number becomes twice the iteration number when the best incumbent was found.

Bibliography

1. Eremeev, A.V.: A genetic algorithm with a non-binary representation for the set covering problem. In: Proc. of OR'98, pp. 175–181. Springer-Verlag (1999)
2. Reeves, C.R.: Estimating the number of optima in a landscape, part I: Statistical principles. Coventry University Technical Report SOR#01-03 (2001)
3. Seber, G.A.F.: The Estimation of Animal Abundance. Charles Griffin, London (1982)

* This research is supported by the Russian Science Foundation grant 17-18-01536.

ON OPTIMAL RECOMBINATION IN GENETIC ALGORITHMS
FOR THE ASYMMETRIC TRAVELLING SALESMAN PROBLEM*A. V. Eremeev¹, Y. V. Kovalenko²^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia¹eremeev@ofim.oscsbras.ru, ²julia.kovalenko.ya@yandex.ru**Keywords:** optimal recombination, genetic algorithm, experiment.

Asymmetric Travelling Salesman Problem (ATSP) is a well-known NP-hard combinatorial optimization problem. Given a complete digraph $G = (V, A)$ with the set of vertices V , the set of arcs $A = \{(v, u) : v, u \in V, v \neq u\}$ and arc lengths $c(v, u) \geq 0$ of each arc $(v, u) \in A$, the problem asks for a Hamiltonian circuit (tour) with the minimum total length.

Heuristics and metaheuristics occupy an important place in the methods so far developed to the ATSP. Genetic algorithms (GAs) are among such methods. The performance of GAs depends significantly upon the choice of the crossover operator, where the components of parent solutions are combined to build the offspring. A supplementary problem that emerges in some versions of crossover operator is called the *Optimal Recombination Problem* (ORP). Given two feasible parent solutions, the ORP consists in finding the best possible offspring, where an allele of each gene is copied from one of the alleles of this gene in the parents.

The ORP induced by the ATSP with adjacency-based representation of solutions is NP-hard as proved in [2]. Here we show that this ORP can be reduced to the ATSP on a directed cubic graph with forced arcs. For solving the later problem we develop a modification of the algorithm proposed by D. Eppstein [1] for listing Hamiltonian cycles in any undirected cubic graph. The obtained algorithm has less time complexity compared to the previously known one [2].

We also propose an elitist GA to the ATSP using the ORP with adjacency-based representation. The experimental evaluation on instances from TSPLIB library shows that our GA yields results competitive to those obtained by other well-known state-of-the-art algorithms for the ATSP and confirms that the ORP may be used successfully in the GAs for permutation problems.

Bibliography

1. Eppstein, D.: The traveling salesman problem for cubic graphs. *JGAA* 11(1), 61–81 (2007)
2. Eremeev, A., Kovalenko, J.: Optimal recombination in genetic algorithms for combinatorial optimization problems: Part II. *YuJOR* 24(2), 165–186 (2014)

* This research was supported by the RSF grant 15-11-10009.

DEVELOPMENT OF A BEE COLONY OPTIMIZATION ALGORITHM FOR THE TWO-STAGE LOCATION PROBLEM

T. V. Levanova¹, N. A. Alfereva²

^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia

¹ Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

¹ levanova@ofim.oscsbras.ru, ² alfnadia1995@mail.ru

Keywords: discrete optimization, artificial intelligence, bee colony algorithm, two-stage location problem.

Swarm algorithms is the area of Artificial Intelligence. They are based on the collective behaviour relatively simple agents among themselves and with the environment. In the nature of such emergent systems are ant colonies, bird flock, bacteria group, water drops, etc. Various algorithms for solving optimization problems based on them. The algorithm of a bee colony for the first time has been offered by P. Lučić, D. Teodorović in 2001. This method is developing actively [1; 3]. This heuristic models the behaviour of melliferous bees may be regarded as specially organized local search.

In the given work a new version of algorithm of a bee colony for a two-stage location problem is proposed [2]. In this task there are companies, producing some goods and consumers of these products. All companies can be separated by phase of production in two groups – realization of goods (stage one) and production of goods (stage two). It is required to find a set of companies, the total costs of opening and satisfying all consumers' demand would be minimized under certain additional conditions.

Computational experiments were carried out with an objective of approbation of new version of algorithm. The analysis of its work on known test examples of various structure is executed.

Bibliography

1. Levanova, T.V., Kalchevskaya, P.I.: Some approximation algorithms for location problem with constraints on the volumes of supplies. Scientific and Technical Volga Region Bulletin 6, 157–161 (2016) (in Russian)
2. Levanova, T.V., Fedorenko, A.S.: Local search with variable neighborhoods for a two-stage location problem. DAOR 15(3), 43–57 (2008) (in Russian)
3. Teodorović, D., Šelmić, M., Davidović, T.: Bee colony optimization Part 2: The application Survey. YJOR 25(2), 185–219 (2015)

ANT COLONY OPTIMIZATION FOR COMPETITIVE FACILITY LOCATION PROBLEM WITH ELASTIC DEMAND*

T. V. Levanova¹, A. Yu. Gnusarev²

^{1,2} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Omsk branch, Omsk, Russia

¹ Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

¹ levanova@ofim.oscsbras.ru, ² alexander.gnussarev@gmail.com

Keywords: discrete optimization, location problem, elastic demand, swarm intelligence, ant colony optimization.

This work is devoted to development of swarm intelligence for competitive facility location problem with elastic demand [1] in the following formulation. In a competitive environment, Company plans to locate new facilities which differ in design. Clients of each point choose the facilities of Company or Competitor depending on their attractiveness and distance. The total share of demand of facilities varies flexibly depending on the behaviour of clients. The Company's goal is to maximize the fraction of demand it serves. The modelling of this demand leads to the nonlinearity of the mathematical model and to the difficulties of finding the optimal solution by commercial software in an acceptable time. There is a small number of publications devoted to problems with elastic demand, and a set of methods for solving the problem is limited.

In [1], an adapted weighted greedy heuristic algorithm is proposed. Earlier we developed Variable Neighborhood Search algorithms [2]. For the problem under consideration, the first ideas of using the ant colony optimization was offered in [3]. In this paper, we develop ant colony optimization approach [4]. A comprehensive computational experiment is carried out, the results are discussed.

Bibliography

1. Aboolian, R., Berman, O., Krass, D.: Competitive facility location and design problem. *Eur. J. Oper. Res.* 182(1), 40–62 (2007)
2. Levanova, T., Gnusarev, A.: Variable neighborhood search approach for the location and design problem. In: Kochetov, Y. e.a. (eds.) *DOOR-2016. LNCS*, vol. 9869, pp. 570–577. Springer, Heidelberg (2016)
3. Levanova, T.: Some artificial intelligence algorithms for location and design problem. *Proc. ITIDS'2016*, vol. 1, pp. 65–70 (2016) (in Russian)
4. Levanova, T.V., Loresh, M.A.: Algorithms of ant system and simulated annealing for the p -median problem. *Automation and Remote Control* 65(3), 431–438 (2004)

* This research was partially supported by RFBR grant 16-01-00740.

STOCHASTIC LOCAL SEARCH MATHEURISTIC
FOR THE STRATEGIC PLANNING PUBLIC-PRIVATE PARTNERSHIP^{*}

A. A. Zyryanov¹, Y. A. Kochetov², S. M. Lavlinskii³

^{1,2,3} Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk, Russia

¹ alexander.zyryanov44@gmail.com,

² jkochet@math.nsc.ru, ³ lavlin@math.nsc.ru

Keywords: Stackelberg game, tabu search, integer linear programming, computational complexity.

We present a new bi-level linear integer programming model for the strategic planning of the private-state partnership. This model is an extension of the previously studied models [1; 2] where the ecological, infrastructure, and production projects have known schedules into the planning horizon if they start. We claim that this new bi-level problem is Σ_2^P -hard in optimistic and pessimistic formulations in two cases of the budget constraints:

- strong case when the funds cannot move to other years of the planning horizon;
- weak case when the funds can be used in the current year or later.

A stochastic local search matheuristic is designed for this bi-level optimization problem according to the upper level variables. The optimal solution for the lower level is obtained by CPLEX software. To reduce the running time of each local search iteration, we use randomized *flip* and *swap* neighborhoods. To evaluate the neighboring solutions we solve the lower level problem approximately with a small fixed deviation from the optimum. We compared our method with the iterative method based on the high point reformulation [3]. Computational results for real world instances for the Transbaikalian polymetal fields are discussed.

Bibliography

1. Lavlinskii, S.M., Panin, A.A., Plyasunov, A.V.: Comparison of models of planning public-private partnership. *Journal of Applied and Industrial Mathematics* 10(3), 356–369 (2016)
2. Lavlinskii, S.M., Panin, A.A., Plyasunov, A.V.: A bi-level planning model for public-private partnership. *Automation and Remote Control* 76(11), 1588–1599 (2015)
3. Lavlinskii, S.M., Panin, A.A., Plyasunov, A.V.: A model for public-private partnership with tax benefits. *Automation and Remote Control* (2018) (accepted).

^{*} This research was supported by RHF grant 16-02-00049.

УКАЗАТЕЛЬ АВТОРОВ

Абрамова Анастасия Владимировна	47
Адельшин Александр Владимирович	48
Адукова Наталия Викторовна	124
Анцыз Сергей Матвеевич	125
Артемова Александра Викторовна	48
Баранова Нина Владимировна	49
Баркова Мария Владимировна	114
Береснев Владимир Леонидович	11
Благовещенский Иван Германович	54
Болодурина Ирина Павловна	134
Болоташвили Георгий Георгиевич	102
Бронштейн Ефим Михайлович	50
Быкова Валентина Владимировна	26
Васильева София Николаевна	103
Гимади Эдуард Хайрутдинович	12, 13, 14, 27, 51, 84
Гиндуллин Рамиз Вилевич	50
Глебов Алексей Николаевич	15
Груздева Татьяна Владимировна	114
Доронин Сергей Владимирович	52
Душенин Дмитрий Игоревич	59
Еремеев Антон Валентинович	18, 53, 136, 137
Ерзин Адиль Ильясович	16
Иванов Сергей Валерьевич	115
Ивашкин Юрий Алексеевич	54
Игошева Юлия Федоровна	31
Ильев Виктор Петрович	17, 85
Ильева Светлана Диадоровна	17, 85
Истомин Алексей Михайлович	12
Ицкович Мария Александровна	126
Казаковцев Лев Александрович	89, 90
Кан Ирина Евгеньевна	48
Кан Юрий Сергеевич	103
Кацурина Наталья Сергеевна	28
Кельманов Александр Васильевич	86, 87, 88
Кибзун Андрей Иванович	115
Киданова Ольга Александровна	59
Кононов Александр Вениаминович	21, 37, 44, 64
Кононова Полина Александровна	29, 42
Крахалёв Антон Анатольевич	55

Крым Виктор Револьтович	116
Кудрявцев Константин Николаевич	124, 127
Кулаченко Игорь Николаевич	29
Курочкина Анна Александровна	13
Кыдырмаева Салия Согушбековна	56
Лавлинский Сергей Михайлович	104
Ларина Любовь Викторовна	57
Легашев Леонид Вячеславович	134
Малах Светлана Александровна	58
Масич Игорь Сергеевич	89
Мезенцев Юрий Анатольевич	30, 49
Мельников Андрей Андреевич	11
Миляев Дмитрий Владимирович	59
Михайлова Людмила Викторовна	86
Мишин Дмитрий Валентинович	51
Моршинин Александр Владимирович	85
Нагорная Елена Александровна	13
Никитина Марина Александровна	54
Новиков Артем Олегович	60
Орлов Виктор Иванович	90
Панасенко Анна Владимировна	87
Панин Артем Александрович	21, 73, 104
Панюков Анатолий Васильевич	31, 71, 74
Плотников Роман Викторович	16
Плясунов Александр Владимирович	21, 104
Полежаев Петр Николаевич	134
Попов Леонид Денисович	117
Привалова Юлия Ивановна	61
Пяткин Артем Валерьевич	22, 39, 88
Рамазанов Али Багдаш-оглы	128
Рогалев Александр Алексеевич	118
Рогалев Алексей Николаевич	52, 118
Рожнов Иван Павлович	90
Романова Анна Анатольевна	32
Романченко Семен Михайлович	86
Рыков Иван Александрович	84
Селиверстов Александр Владиславович	105
Сервах Владимир Вицентьевич	40, 58
Сергиенко Татьяна Александровна	32
Симанчев Руслан Юрьевич	106
Солдатенко Александр Александрович	26
Соловьев Анатолий Алексеевич	61
Стабулит Ирина Станиславовна	127

Стонякин Федор Сергеевич	119
Стрекаловский Александр Сергеевич	107
Ступина Алена Александровна	89
Сулейменова Жулдуз Богдадовна	48
Титов Александр Александрович	119
Токтохоева Сурэна Гармажаповна	33
Топаж Александр Григорьевич	47
Тюменцев Евгений Александрович	62
Тюнин Николай Николаевич	53
Уразова Инна Владимировна	108
Ухоботов Виктор Иванович	127
Ушаков Антон Владимирович	63
Хамидуллин Сергей Асгадуллович	88
Хандеев Владимир Ильич	87, 88
Хворова Любовь Анатольевна	47
Цидулко Оксана Юрьевна	13, 27
Цой Алексей Дмитриевич	64
Шамардин Юрий Владиславович	14, 84, 88
Шевяков Александр Сергеевич	14
Шенмайер Владимир Владимирович	88
Шин Екатерина Юрьевна	12, 28
Шмырев Вадим Иванович	129
Шовин Владимир Алексеевич	91
Шухман Александр Евгеньевич	134
Эстрайх Игорь Викторович	30
Юрков Александр Сергеевич	53
Ageev Alexander A.	34
Al-Ameri Jehan M.	101
Alfereva Nadezhda A.	138
Aloise Daniel	97
Batsyn Mikhail V.	36
Bentert Matthias	109
Berikov Vladimir B.	92
van Bevern Renè	109
Bogdanov Marat R.	93
Borisovsky Pavel A.	35
Buchwald Torsten	112
Bychkov Ilya S.	36
Chaloob Khalid Z.	74
Cherikbaeva Lyailya Sh.	92
Chernykh Ilya D.	37, 38, 39
Chernykh Kseniya A.	40
Davidović Tatjana	110, 135

Davydov Ivan A.	65
Devyaterikova Marina V.	83
Dolgui Alexandre B.	7, 18
Dresvyanskaya Nadezhda V.	120
Dumchikov Aleksander A.	93
Džamic Dusan	97
Enaleev Anver K.	66
Fabarisova Aigul I.	93, 112
Fazilov Shavkat Kh.	94
Fedyanin Denis N.	111
Fomina Elena V.	67
Gabor Adriana F.	68
Gainanov Damir N.	19
Gakh Svetlana A.	69
Glišović Natasa	135
Gnusarev Alexander Yu.	139
Gorban Alexander N.	8, 101
Grushevskaya Uliana A.	67
Gruzdeva Tatiana V.	23
Jakšić Krüger Tatjana	110
Kartak Vadim M.	93, 95, 112
Kazaeva Kseniya E.	123
Keyner Tatiana I.	24
Khachay Michael Yu.	41
Khamisov Oleg V.	120, 130
Kobylkin Konstantin S.	96
Kochetov Yury A.	20, 140
Kochetova Nina A.	77
Kolosnitsyn Anton V.	121
Kondakov Artem	20
Kotov Vladimir M.	9
Kovalenko Yulia V.	46, 137
Kovalyov Mikhail Y.	18
Krивonogova Olga S.	38
Kutkhashvili Ketevan V.	43
Lavlinskii Sergey M.	140
Levanova Tatyana V.	138, 139
Levesley Jeremy	101
Lin Bertrand M. T.	70
Lomakin Andrey V.	42
Lysova Nataliya Yu.	67
Makarovskikh Tatjana A.	71
Maltugueva Nadezhda S.	23

Massimkanova Zhazira A.	76
Mazurov Vladimir D.	72
Mekkawy Tarek El	78
Memar Julia	44
Migov Denis A.	75, 79
Mikhakhanova Natalia S.	130
Minarchenko Ilya M.	131
Mirzaev Nomaz M.	94
Mirzaev Olimjon N.	94
Mladenović Nenad	19, 97
Neznakhina Katherine D.	41
Nguyen Long T.	99
Niedermeier Rolf	109
Nikolaev Andrey V.	113
Pankova Ludmila A.	81
Pardalos Panos	10
Plankova Valentina A.	83
Plyaskina Nina I.	132
Pokharel Shaligram	78
Pronina Valeria A.	81
Radjabov Sobirjon S.	94
Rassadin Alexander G.	98
Rasskazova Varvara A.	19
Rašković Miodrag	135
Ripatti Artem V.	95
Rodionov Alexey S.	75
Samigulina Galina A.	76
Savchenko Andrey V.	98
Scheithauer Guntram	112
Sevastyanov Sergey V.	37, 45
Shamray Natalia B.	77
Shatov Dmitry S.	67
Shyu Shyong Jian	70
Sidorov Denis N.	99
Sigaev Vyacheslav S.	18
Skarin Vladimir D.	122
Sleptchenko Andrei	68, 78
Smirnov Alexander I.	72
Sokolova Olga D.	100
Tkachev Kirill V.	100
Toktoshov Gulzhigit Y.	79
Tsyganov Vladimir V.	66
Turan Hasan H.	78

Tyukin Ivan Y.	101
Urosević Dragan.....	19
Ushakov Anton V.	23, 99
Vasil'ev Valery A.	133
Vasilyev Igor L.	23, 99
Vasilyeva Ekaterina I.	22
Velichko Andrey S.	80
Veremchuk Natalia S.	25
Veresnikov Georgy S.	81
Vladova Alla Yu.	82
Volzhankina Kseniya A.	100
Yadykina Olga A.	75
Yurgenson Anastasia N.	79
Zabotin Igor Ya.	123
Zabudsky Gennady G.	25, 24
Zakharov Aleksey O.	46
Zaozerskaya Lidia A.	83
Zinder Yakov	44
Zyryanov Alexander A.	140

СОДЕРЖАНИЕ

Доклады приглашенных авторов	7
Задачи размещения	11
Теория расписаний и задачи маршрутизации	26
Прикладные исследования	47
Экстремальные задачи анализа данных	84
Целочисленное программирование	102
Непрерывная оптимизация	114
Математическая экономика и теория игр	124
Метаэвристики	134
Указатель авторов	141

Журнал

ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

<http://math.nsc.ru/publishing/DAOR/daor.html>

приглашает к сотрудничеству участников конференции и предлагает представить в журнал статьи, подготовленные по материалам докладов на конференции.



В журнале публикуются оригинальные статьи по основным разделам дискретной математики и информатики.

Электронная версия журнала, в том числе полные тексты всех статей, размещены на платформе научной электронной библиотеки *eLIBRARY.RU* и на общероссийском математическом портале *Math-Net.Ru*.

Журнал входит в состав базы Russian Science Citation Index (RSCI) на платформе Web of Science.

Переводная версия журнала, *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, включена в SCOPUS.

Срок представления статей – **1 октября 2018 г.**

При достаточном количестве статей участников конференции будет подготовлен специальный выпуск журнала.

Адрес редакции:

630090, Россия, Новосибирск,
пр. Академика Коптюга, 4,

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН

Тел.: (383) 329-75-79

E-mail: discopr@math.nsc.ru

Главный редактор *Владимир Леонидович Береснев*
Зав. редакцией *Наталья Михайловна Пузынина*

Более подробная информация о журнале представлена в Internet по адресу: <http://math.nsc.ru/publishing/DAOR/daor.html>. Здесь Вы найдете содержание выпусков с 1997 года, аннотации к каждой статье, адреса авторов и иные сведения на русском и английском языках.

Научное издание

ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ
OPTIMIZATION PROBLEMS AND THEIR APPLICATIONS
(ОРТА-2018)

Тезисы докладов VII Международной конференции
(Омск, Россия, 8–14 июля 2018 г.)

Памяти профессора А. А. Колоколова

Издается в соответствии с оригиналом,
предоставленным редакционной коллегией конференции,
при участии Издательства ОмГУ

Оригинал-макет подготовили:
П.М. Кузнецов, А.А. Романова, Т.А. Сергиенко

Технический редактор *М.В. Быкова*
Дизайн обложки *З.Н. Образова*

Подписано в печать 09.06.2018. Формат бумаги 60x84 1/8.
Печ. л. 19,0. Усл. печ. л. 17,7. Уч.-изд. л. 11,7. Тираж 180 экз. Заказ 151.

Издательство Омского государственного университета
644077, Омск, пр. Мира, 55а

Отпечатано на полиграфической базе ОмГУ
644077, Омск, пр. Мира, 55а