

Задачи о регулярных особых точках (10.02.11)

1. Найдите матрицы монодромии следующих систем

$$y' = \begin{pmatrix} 0 & 1/z \\ 0 & 0 \end{pmatrix} y, \quad y' = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} y.$$

2. Докажите, что фуксова особая точка линейной системы $y' = B(z)y$ является регулярной.

Указание. Воспользуйтесь тем, что

$$\ln' \|Y(z)\| = \frac{\|Y(z)\|'}{\|Y(z)\|} \leq \frac{\|Y'(z)\|}{\|Y(z)\|} \leq \|Y'(z)Y^{-1}(z)\| = \|B(z)\|.$$

3. Докажите, что фундаментальная матрица регулярной в нуле системы, представленная левелевским разложением

$$Y(z) = U(z)z^A z^E,$$

построена по ассоциированному базису тогда и только тогда, когда матрица $z^A E z^{-A}$ голоморфна в нуле.

Задачи о регулярных особых точках (10.02.11)

1. Найдите матрицы монодромии следующих систем

$$y' = \begin{pmatrix} 0 & 1/z \\ 0 & 0 \end{pmatrix} y, \quad y' = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} 1/2 & 1 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix} y.$$

2. Докажите, что фуксова особая точка линейной системы $y' = B(z)y$ является регулярной.

Указание. Воспользуйтесь тем, что

$$\ln' \|Y(z)\| = \frac{\|Y(z)\|'}{\|Y(z)\|} \leq \frac{\|Y'(z)\|}{\|Y(z)\|} \leq \|Y'(z)Y^{-1}(z)\| = \|B(z)\|.$$

3. Докажите, что фундаментальная матрица регулярной в нуле системы, представленная левелевским разложением

$$Y(z) = U(z)z^A z^E,$$

построена по ассоциированному базису тогда и только тогда, когда матрица $z^A E z^{-A}$ голоморфна в нуле.