

Левелевские базисы (17.02.11)

1. Рассмотрим систему

$$y' = B(z)y, \quad B(z) = \frac{B_{-r-1}}{z^{r+1}} + \frac{B_{-r}}{z^r} + \dots + B_0 + \dots$$

с регулярной особой точкой $z = 0$. Докажите, что порядок нуля функции $\det U(z)$, взятой из левелевского разложения, не меньше r .

2. Докажите, что любой слабо левелевский базис может быть получен из некоторого левелевского базиса верхнетреугольным преобразованием и последующей «тасовкой» блоков (где под «тасовкой» понимается такое преобразование, которое сохраняет порядок векторов каждого из блоков, на которые разбит базис, при этом блоки вставляются друг в друга как две половины карточной колоды).

3. Пусть имеется формальный степенной ряд

$$a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots, \quad a_i \in \mathbb{C}, \quad (1)$$

вообще говоря, расходящийся. Постройте функцию $f(z)$, для которой ряд (1) будет асимптотическим в некотором секторе S с вершиной в нуле. Ряд (1) называется асимптотическим для функции $f(z)$ в секторе S , если для любого $n = 0, 1, \dots$ верно

$$|f(z) - (a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n)| = o(|z|^n) \quad z \rightarrow 0, \quad z \in S.$$