Р У Т - М И И Т
Институт Экономики и Финансов
Кафедра математики ИЭФ

Формулы, задачи и индивидуальные задания по курсу математической статистики и случайных процессов.

Дистанционный интерактивный обучающий комплекс для студентов ИЭФ

переработанное издание

проф. В. Г. Кановей

23 марта 2018 г.

Текст пособия переработан в феврале 2018 года с учетом опыта использования пособия в учебной практике МИИТа. Содержание обучающей части и вариантов ИДЗ скорректировано.
Добавлены новые разделы.

Целью настоящего обучающего комплекса является выработка у студентов ИЭФ МИИТ умения решать задачи вводного курса математической статистики. Обучающий комплекс состоит из трех частей.

1. Обучающая часть, содержащая основные формулы раздела «математической статистики», а также несколько примеров на использование этих формул.
2. Таблицы.
3. 32 варианта индивидуальных заданий для студентов, из которых
   - вариант 0 с ответами дается как образец оформления работы;
   - варианты 1 – 31 предназначены для самостоятельной работы студентов. Каждый вариант содержит 5 отдельных (и не повторяющихся между вариантами) задач, для которых просчитаны ответы, а также просчитаны наиболее существенные промежуточные результаты вычислений;
   - дополнительно для преподавателя дается сводка всех ответов по каждому варианту.

Эти части сведены в три файла формата pdf, а именно:

1) файл для преподавателя **stat-full.pdf**, содержащий части 1, 2, 3 с ответами по всем вариантам;
2) файл для студентов **stat-stud.pdf**, содержащий части 1 и 2 и часть 3 со всеми вариантами, но без ответов (кроме варианта 0, который приведен с ответами);
3) краткий файл для преподавателя **stat-svodka.pdf**, содержащий часть 3 с ответами ко всем вариантам – его при необходимости можно распечатать для использования при проверке решенных заданий в аудитории традиционного типа вне доступа к компьютеру.

Особенностями настоящего обучающего комплекса является применение ориентированных на пользователя (студента) современных компьютерных технологий, таких, как:

- технологии **power point** / **beamer**, обеспечивающие современный стиль презентации как в варианте самостоятельной работы студента на компьютере, так и в варианте аудиторного занятия с проектором;

— технологии **hyperref** для облегчения просмотра пособия;
— интерактивные технологии заполняемых форм **JavaScript** дляи самостоятельной проверки студентами на компьютере результатов своих вычислений;
— технологии **forms data format** для отправки окончательных или промежуточных результатов выполнения задания на проверку, на адрес email по указанию преподавателя.

Дополнительным эффектом обучающего комплекса является отработка навыков работы с заполняемыми формами для проверки результатов, в частности, практика приведения математических данных (формулы, числа) к форме, принятой в языках программирования.

Самостоятельная работа с пособием и выполнение варианта предполагают доступ студента к современному компьютеру, содержащему стандартный инженерный калькулятор (или иную вычислительную программу) и программу Adobe Reader для чтения файлов формата pdf и заполнения форм для проверки результатов (имеется в бесплатном доступе для загрузки и установки).

Содержание курса

1 Основные понятия математической статистики
2 Нормальное распределение — повторение раздела ТВ
3 Равномерное распределение — повторение раздела ТВ
4 Эмпирическое распределение, полигон, гистограмма
5 Точечные оценки параметров распределений
6 Оценки параметров некоторых распределений, I
7 Оценки параметров некоторых распределений, II
8 Интервальные оценки параметров: основные понятия
9 Интервальные оценки параметров, I
10 Интервальные оценки параметров, II
11 Статистическая проверка гипотез: основные понятия
12 Сравнение двух дисперсий
13 Сравнение дисперсии с гипотетическим значением
14 Сравнение среднего с гипотетическим значением (генеральная дисперсия известна)
15 Сравнение наблюдаемой частоты с гипотетической вероятностью
16 Сравнение двух наблюдаемых частот
17 Сравнение средних (дисперсии известны)
18 Сравнение средних (дисперсии неизвестны)
19 Метод наименьших квадратов: основные понятия
20 Линейная регрессия

Приложения: таблицы

29 Таблица 1: функция φ
31 Таблица 2: функция Φ
33 Таблицы 3 и 4: функции $t(\gamma, n)$ и $q(\gamma, n)$
34 Таблица 5: критические точки распределения χ^2
35 Таблица 6: критические точки распределения Стьюдента
36 Таблица 7: критические точки распределения Фишера – Снедекора
37 Таблица 12: распределение Пуассона

21 Указания для студентов

Индивидуальные задания

22 Вариант 0
23 Вариант 1
24 Вариант 2
25 Вариант 3
26 Вариант 4
27 Вариант 5
28 Вариант 6
29 Вариант 7
30 Вариант 8
31 Вариант 9
32 Вариант 10
33 Вариант 11
34 Вариант 12
35 Вариант 13
36 Вариант 14
37 Вариант 15
38 Вариант 16
39 Вариант 17
40 Вариант 18
41 Вариант 19
42 Вариант 20
43 Вариант 21
44 Вариант 22
45 Вариант 23
46 Вариант 24
47 Вариант 25
48 Вариант 26
49 Вариант 27

50 Вариант 28

51 Вариант 29

52 Вариант 30

53 Вариант 31

Математическая статистика

возврат огл

Генеральная совокупность — это совокупность всех объектов, которые подлежат численному анализу при изучении конкретной проблемы. Состав генеральной совокупности зависит от целей исследования.

Выборка — множество объектов (случаев), с помощью определённой процедуры выбранных из генеральной совокупности для участия в исследовании.

Объём выборки — число случаев, включённых в выборочную совокупность.

Признак — рассматриваемая численная характеристика X объектов генеральной совокупности. Понимается как **случайная величина**, обычно с нормальным законом распределения (Правило 2).

Наблюдавшиеся в выборке значения x_i признака X называют **вариантами**, а последовательность вариант, записанных в возрастающем порядке, — **вариационным рядом**.

Статистическим распределением выборки называют перечень вариант x_i вариационного ряда и соответствующих им частот n_i (сумма всех частот равна объему выборки n) или **относительных частот** $w_i = \frac{n_i}{n}$ (сумма всех относительных частот равна единице).

Правило 1 (варианты и частоты)

варианты	x_1	x_2	x_3	...	x_k
частоты	n_1	n_2	n_3	...	n_k
относительные частоты	w_1	w_2	w_3	...	w_k

$n = \sum n_i$ — объем выборки,

$w_i = \frac{n_i}{n}$ — относительная частота варианты x_i.

Правило 2 (нормальное распределение)

Нормальное распределение СВ X с параметрами a, σ характеризуется:

плотностью $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$;

функцией распределения $F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx$.

Математическое ожидание $\mathbb{M}(X) = a$, дисперсия $\mathbb{D}(X) = \sigma^2$.

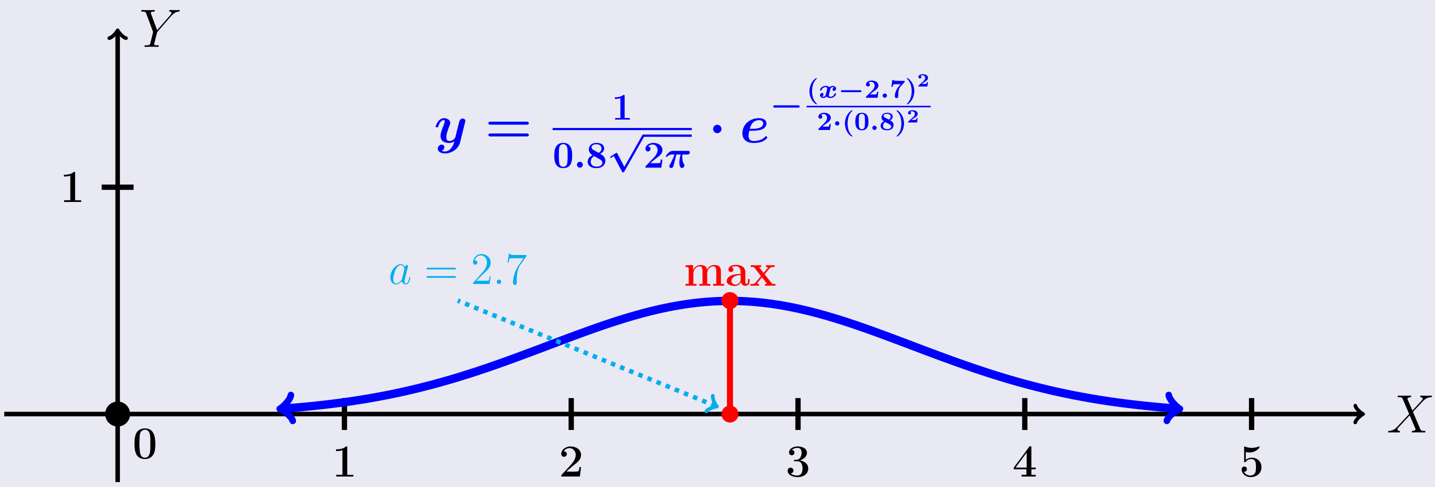

Рис.: Плотность нормального распределения, $a = 2.7$, $\sigma = 0.8$.

Правило 3 (равномерное распределение)

Равномерное распределение СВ X на отрезке $a \le x \le b$ характеризуется:

плотностью $f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < a \\ \frac{1}{b-a} \ \text{при} \ a \le x \le b \\ 0 \ \text{при} \ x > b \end{cases}$

функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < a \\ \frac{x-a}{b-a} \ \text{при} \ a \le x \le b \\ 1 \ \text{при} \ x > b \end{cases}$

Математическое ожидание $\mathbb{M}(X) = \frac{a+b}{2}$, дисперсия $\mathbb{D}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

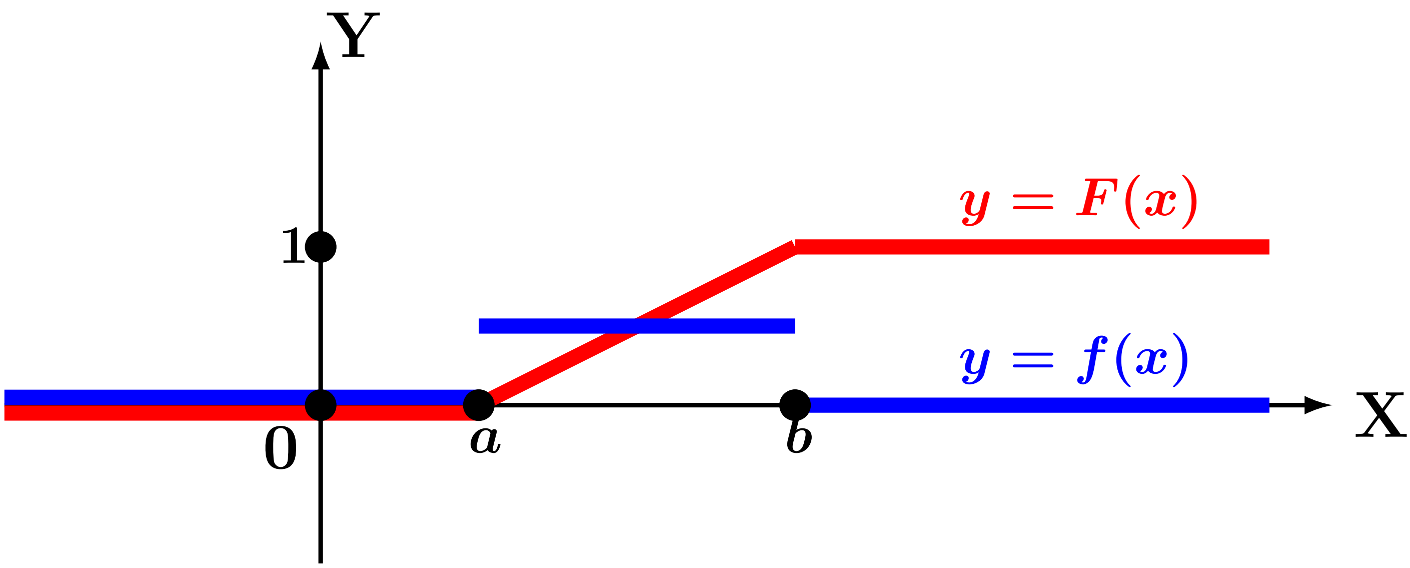

Рис.: Равномерное распределение.

Правило 4 (эмпирическая функция распределения)

Эмпирической функцией распределения называют функцию $F^*(x)$, определяющую для каждого значения x относительную частоту события $X < x$ **по данным выборки**:

$$F^*(x) = \frac{n(<x)}{n},$$

где $n(<x)$ — число вариант, меньших x (с учетом их частот), а n — объем выборки.

Правило 5 (полигон частот)

Полигоном частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_1, n_1), (x_2, n_2), $(x_3, n_3), \ldots, (x_k, n_k)$, где x_i — варианты выборки и n_i — соответствующие им частоты.
Полигоном относительных частот называют ломаную, отрезки которой соединяют точки (x_1, w_1), (x_2, w_2), $(x_3, w_3), \ldots, (x_k, w_k)$, где x_i — варианты выборки и n_i — соответствующие им относительные частоты.

Правило 6 (гистограмма частот)

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы некоторой фиксированной длины h, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты), где N_i — сумме частот вариант, попавших в i-й интервал. Площадь частичного i-го прямоугольника равна $h \cdot \frac{N_i}{h} = N_i$. Площадь гистограммы частот равна объему выборки $n = \sum n_i = \sum N_i$.

Гистограммой относительных частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины h, а высоты равны отношению $\frac{W_i}{h}$ (плотность относительной частоты). Площадь частичного i-го прямоугольника равна $h \cdot \frac{W_i}{h} = W_i$ — относительной частоте вариант, попавших в i-й интервал. Площадь гистограммы относительных частот равна единице.

Точечной называют статистическую оценку определенного параметра некоторого признака X генеральной совокупности, которая определяется одним числом, полученным по результатам выборки.

Правило 7 (главные точечные оценки)

Если выборка по признаку X задана таблицей вариантов и частот

варианты	x_1	x_2	x_3	...	x_k
частоты	n_1	n_2	n_3	...	n_k

и $n = \sum n_i$ — объем выборки, то

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+\dots+x_kn_k}{n} = \frac{\sum x_in_i}{n}$$ — выборочное среднее;

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+\dots+x_k^2n_k}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2$$ — смещенная выборочн. дисперсия;

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{выб}}$$ — исправленная (несмещенная) выборочная дисперсия;

$$s_{\text{выб}} = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \sqrt{\frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{выб}}}$$ — исправленное (несмещенное) среднее квадратичное отклонение.

Правило 8 (оценка параметра распределения Пуассона)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ, то

$$\lambda = \overline{x}_{\text{выб}}$$

(выборочное среднее) является несмещенной оценкой параметра λ.

Правило 9 (оценка параметров нормального распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ, то

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} \ \text{(выборочное среднее)} \quad \text{и} \quad \sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}}$$

являются несмещенными оценками параметров a и σ.

Правило 10 (оценка параметров равномерного распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \quad a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \quad x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами $a < b$, то несмещенные оценки параметров a и b выводятся, по формулам Правила 3, из соотношений

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}}.$$

Правило 11 (оценка для показательного распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по закону показательного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } \ x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{при } \ x \geq 0 \end{cases}$$

с неизвестным параметром λ, то

$$\lambda = \frac{1}{\overline{x}_{\text{выб}}}$$

является несмещенной оценкой параметра λ.

Правило 12 (оценка для биномиального распределения)

Если выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей вариантов и частот как в Правиле 7, и известно, что признак X распределен по биномиальному закону $P_m(k) = C_m^k p^k q^{n-k}$ с известным числом m испытаний в одном опыте и неизвестным параметром p (вероятность успеха в одном испытании), то

$$p = \frac{\overline{x}_{\text{выб}}}{m} = \frac{\sum x_i n_i}{nm}$$

(выборочное среднее, деленное на число испытаний в одном опыте) является несмещенной оценкой параметра p.

Интервальная оценка – это пара чисел $a < b$ в математической статистике, оцениваемых на основе наблюдений, между которыми предположительно находится оцениваемый параметр. Промежуток (a, b) между этими числами называется **доверительный интервал**.

Надежность интервальной оценки равна γ, если вероятность того, что оцениваемый параметр попадет в доверительный интервал, не меньше этого значения γ.

Правило 13

При прочих равных условиях, большему значению надежности соответствует больший доверительный интервал.

Правило 14 (оценки математического ожидания)

Для нормально распределенного признака X генеральной совокупности, интервальной оценкой **с надежностью γ** математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ служит:

* при **известном среднем квадратичном отклонении** $\sigma = \sigma(X)$ генеральной совокупности – **доверительный интервал**

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\ ,$$

где $\frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \delta$ – точность оценки, n – объем выборки, t – значение аргумента функции Лапласа Φ (см. таблицу 2 стр. 31), при котором $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$;

* при **неизвестном среднем квадратичном отклонении** $\sigma = \sigma(X)$ и объеме выборки $n < 30$ – **доверительный интервал**

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\ ,$$

где $s = s_{\text{выб}}$ – исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение (Правило 7), а $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

Правило 15 (оценка дисперсии)

Для нормально распределенного признака X генеральной совокупности, интервальной оценкой **с надежностью γ** среднего квадратичного отклонения $\sigma = \sigma_X = \sqrt{\mathbb{D}(X)}$ служит **доверительный интервал**

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \quad (\text{при } q < 1)\ , \quad \text{или}$$

$$0 < \sigma < s \cdot (1 + q) \quad (\text{при } q > 1)\ ,$$

где $s = s_{\text{выб}}$ – исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение (Правило 7), а $q = q(n, \gamma)$ находят по табл. 4 стр. 33 по заданным n и γ.

Правило 16 (оценка вероятности биномиального распределения)

Интервальной оценкой (с надежностью γ) неизвестной вероятности биномиального распределения по относительной частоте w служит доверительный интервал $p_1 < p < p_2$, где

$$p_1 = \frac{n}{t^2+n} \cdot \left[w + \frac{t^2}{2n} - t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} + \left(\frac{t}{2n}\right)^2} \right]$$

$$p_2 = \frac{n}{t^2+n} \cdot \left[w + \frac{t^2}{2n} + t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} + \left(\frac{t}{2n}\right)^2} \right]$$

- n — общее число испытаний,
- m — число появлений события A,
- $w = \frac{m}{n}$ — относительная частота,
- t — значение аргумента функции Лапласа (приложение 2), при котором $\Phi(t) = \gamma/2$,
- γ — заданная надежность.

Правило 17 (оценка вероятности биномиального распределения)

В том же случае, при больших значениях n (порядка сотен), можно принять в качестве приближенных границ доверительного интервала

$$p_1 = w - t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$$

$$p_2 = w + t \cdot \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$$

- n — общее число испытаний,
- m — число появлений события A,
- $w = \frac{m}{n}$ — относительная частота,
- t — значение аргумента функции Лапласа (приложение 2), при котором $\Phi(t) = \gamma/2$,
- γ — заданная надежность.

Статистической называют гипотезу о виде неизвестного распределения или о параметрах известных распределений.

Нулевой (основной) называют выдвинутую гипотезу H_0.

Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу H_1, которая противоречит нулевой.

В итоге проверки гипотезы могут быть допущены ошибки двух родов.

Ошибка первого рода состоит в том, что будет отвергнута правильная нулевая гипотеза. Вероятность ошибки первого рода называют уровнем значимости и обозначают через α.

Ошибка второго рода состоит в том, что будет принята неправильная нулевая гипотеза. Вероятность ошибки второго рода обозначают через β.

Статистическим критерием (или просто критерием) называют случайную величину K, которая служит для проверки гипотезы.

Наблюдаемым значением $K_{\text{набл}}$ называют то значение критерия, которое вычислено по выборкам.

Критической областью называют совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

Областью принятия гипотезы (областью допустимых значений) называют совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу принимают.

Если наблюдаемое значение критерия принадлежит критической области, то нулевую гипотезу отвергают; если наблюдаемое значение критерия принадлежит области принятия гипотезы, то гипотезу принимают.

Критическими точками (границами) $k_{\text{кр}}$ называют точки, отделяющие критическую область от области принятия гипотезы.

Признаки X и Y двух генеральных совокупностей распределены нормально. Из каждой из них сделана выборка объема n_X и n_Y соответственно, по которым вычислены исправленные выборочные дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X)$ и $s^2_{\text{выб}}(Y)$, см. Правило 7.

нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ о **равенстве** генеральных дисперсий.

Правило 18 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) > \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия, равное отношению большей исправленной выборочной дисперсии к меньшей:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\text{Б})}{s^2_{\text{выб}}(\text{М})}$$

Через $n_\text{Б}$ обозначим то из чисел n_X, n_Y, которому соответствует большая дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ или $s^2_{\text{выб}}(Y)$, а через $n_\text{М}$ — второе из тех же чисел. Находим степени свободы $k_\text{Б} = n_\text{Б} - 1$, $k_\text{М} = n_\text{М} - 1$. По таблице 7 стр. 36 критических точек Фишера—Снедекора, по заданному уровню значимости α и числам $k_\text{Б}, k_\text{М}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(\alpha; k_\text{Б}, k_\text{М})$. **Правило:**

- **если $\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 19 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) \neq \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия (отношение большей исправленной дисперсии к меньшей)

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\text{Б})}{s^2_{\text{выб}}(\text{М})}$$

Через $n_\text{Б}$ обозначим то из чисел n_X, n_Y, которому соответствует большая дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ или $s^2_{\text{выб}}(Y)$, а через $n_\text{М}$ — второе из тех же чисел. Находим степени свободы $k_\text{Б} = n_\text{Б} - 1$, $k_\text{М} = n_\text{М} - 1$. По таблице 7 стр. 36 критических точек Фишера—Снедекора, по уровню значимости $\frac{\alpha}{2}$ (вдвое меньшему заданного) и числам $k_\text{Б}, k_\text{М}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(\alpha; k_\text{Б}, k_\text{М})$. **Правило:**

- **если $\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема n, по которой вычислена исправленная выборочная дисперсия $s^2_{\text{выб}}$, см. Правило 7. Задан уровень значимости α.

нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0: \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2}$ о **равенстве** генеральной дисперсии предполагаемому значению σ_0^2.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2}.$$

Правило 20 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1: \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2}$.

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 1$ находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)$. **Правило:**

- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}}$, **то нулевую гипотезу принимают;**
- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}}$, **то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 21 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1: \mathbb{D}(X) \neq \sigma_0^2}$.

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 1$ находим критические точки $\chi^2_{\text{лев.кр}}(1 - \frac{\alpha}{2}; k)$, $\chi^2_{\text{прав.кр}}(\frac{\alpha}{2}; k)$. **Правило:**

- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\text{лев.кр}} < \chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{прав.кр}}}$, **то нул. гипотезу принимают;**
- **в противном случае, нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 22 (третий случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1: \mathbb{D}(X) < \sigma_0^2}$.

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 1$ находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(1 - \alpha; k)$. **Правило:**

- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}}$, **то нулевую гипотезу принимают;**
- **если** $\boldsymbol{\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}}$, **то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 14. Сравнение среднего с гипотетическим значением (генеральная дисперсия известна) возврат огл

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X)$ известна. Сделана выборка объема n, по которой вычислена выборочная средняя $\overline{x}$, см. Правило 7. Задан уровень значимости α.

нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0}$ **:** $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{a_0}$ о **равенстве** генеральной средней предполагаемому значению a_0.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}}.$$

Правило 23 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) \neq \boldsymbol{a_0}$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $|U_{\text{набл}}| < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|U_{\text{набл}}| > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 24 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) > \boldsymbol{a_0}$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $U_{\text{набл}} < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $U_{\text{набл}} > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 25 (третий случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1}$ **:** $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) < \boldsymbol{a_0}$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $U_{\text{набл}} > -U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $U_{\text{набл}} < -U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 15. Сравнение наблюдаемой частоты с гипотетической вероятностью возврат огл

По достаточно большому числу n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность p появления события A постоянна, но неизвестна, найдена относительная частота $w = \frac{m}{n}$. Задан уровень значимости α.

нулевая гипотеза $\boldsymbol{H_0 : \mathbb{P}(X) = p_0}$ о **равенстве** вероятности $p = \mathbb{P}(A)$ предполагаемому значению p_0.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}.$$

Правило 26 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1 : \mathbb{P}(X) \neq p_0}$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $|U_{\text{набл}}| < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|U_{\text{набл}}| > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 27 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1 : \mathbb{P}(X) > p_0}$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $U_{\text{набл}} < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $U_{\text{набл}} > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 28 (третий случай)

конкурирующая гипотеза $\boldsymbol{H_1 : \mathbb{P}(X) < p_0}$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $U_{\text{набл}} > -U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $U_{\text{набл}} < -U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

В двух генеральных совокупностях производятся независимые испытания. В результате каждого испытания событие A может появиться в первой совокупности с неизвестной вероятностью p_1, а во второй — с неизвестной вероятностью p_2. По выборкам, извлеченным из первой и второй совокупностей, найдены соответственные частоты: $w_1 = \frac{m_1}{n_1}$ и $w_2 = \frac{m_2}{n_2}$, где m_1, m_2 — числа появлений события A, n_1, n_2 — количества испытаний.

Задан уровень значимости α.

нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ о **равенстве** вероятностей p_1, p_2.

Для принятия решения вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} .$$

Правило 29 (первый случай)

конкурирующая гипотеза $H_1 : p_1 \neq p_2$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $|U_{\text{набл}}| < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|U_{\text{набл}}| > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 30 (второй случай)

конкурирующая гипотеза $H_1 : p_1 > p_2$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $U_{\text{набл}} < U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $U_{\text{набл}} > U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 31 (третий случай)

конкурирующая гипотеза $H_1 : p_1 < p_2$.

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения $\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$. **Правило:**

- **если $U_{\text{набл}} > -U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $U_{\text{набл}} < -U_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 17. Сравнение средних (дисперсии известны) возврат

огл

Признаки X и Y двух генеральных совокупностей распределены нормально, и их генеральные дисперсии $\mathbb{D}(X)$ и $\mathbb{D}(Y)$ известны. Из каждой из них сделана выборка объема $n_X \geq 30$ и $n_Y \geq 30$ соответственно, по которым вычислены средние $\overline{x}$ и $\overline{y}$, см. Правило 7.

нулевая гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$, о **равенстве** генеральных средних.

Правило 32 (наблюдаемое значение критерия)

$$Z_{\text{набл}} = \frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}}$$

Правило 33 (первый случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α, по таблице 2 стр. 31 функции Лапласа находим критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2}$.

Правило:

- **если $|Z_{\text{набл}}| < Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|Z_{\text{набл}}| > Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 34 (второй случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) > \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α, по таблице 2 стр. 31 функции Лапласа находим критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$.

Правило:

- **если $Z_{\text{набл}} < Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $Z_{\text{набл}} > Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 35 (третий случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) < \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α, по таблице 2 стр. 31 функции Лапласа находим критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-2\alpha}{2}$.

Правило:

- **если $Z_{\text{набл}} > -Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $Z_{\text{набл}} < -Z_{\text{кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

§ 18. Сравнение средних (дисперсии неизвестны)

возврат огл

Признаки X и Y двух генеральных совокупностей распределены нормально, и их генеральные дисперсии $\mathbb{D}(X)$ и $\mathbb{D}(Y)$ неизвестны, но предполагаются равными. Из каждой из них сделана выборка объема $n_X < 30$ и $n_Y < 30$ соответственно, по которым вычислены средние $\overline{x}$ и $\overline{y}$, и исправленные выборочные дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X)$ и $s^2_{\text{выб}}(Y)$, см. Правило 7.

нулевая гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$, о **равенстве** генеральных средних.

Правило 36 (наблюдаемое значение критерия)

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{(n_X-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}}$$

Правило 37 (первый случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2$, по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента находим критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(\alpha, k)$. **Правило:**

- **если $|T_{\text{набл}}| < T_{\text{двуст,кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $|T_{\text{набл}}| > T_{\text{двуст,кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 38 (второй случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) > \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α (нижняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2$, по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента находим критическую точку $T_{\text{правост,кр}} = T_{\text{правост,кр}}(\alpha, k)$.

Правило:

- **если $T_{\text{набл}} < T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $T_{\text{набл}} > T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Правило 39 (третий случай)

конкурирующая гипотеза H_1 : $\mathbb{M}(X) < \mathbb{M}(Y)$.

При заданном уровне значимости α (нижняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2$, по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента находим крит. точку $T_{\text{правост,кр}} = T_{\text{правост,кр}}(\alpha, k)$. **Правило:**

- **если $T_{\text{набл}} > -T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу принимают;**
- **если $T_{\text{набл}} < -T_{\text{правост,кр}}$, то нулевую гипотезу отвергают.**

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y сделана выборка объема n:

$$(x_1, y_1),\ (x_2, y_2),\ (x_3, y_3),\ \ldots\ ,\ (x_n, y_n)\,.$$

Предполагается, что зависимость Y от X выражена функцией $Y = F(X)$, которая зависит от параметров $a_1, a_2, \ldots, a_p$, т. е. $F = F_{a_1,\ldots,a_p}$; где p – число параметров.

Требуется подобрать параметры $a_1, a_2, \ldots, a_p$ так, чтобы сумма

$$Q(a_1, a_2, \ldots, a_p) = \sum_{k=1}^{n} \big(F_{a_1,\ldots,a_p}(x_k) - y_k\big)^2$$

т. е. сумма квадратов разностей между **теоретическими значениями** $F_{a_1,\ldots,a_p}(x_k)$ и **наблюдаемыми значениями** y_k была наименьшей,

$$Q(a_1, a_2, \ldots, a_p)\ \to\ \min\,.$$

Рассматривается случай, когда функция зависимости случайных величин – линейная, $F(x) = a + bx$, где a, b – заранее неизвестные коэффициенты.

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y сделана выборка объема n:

$$(x_1, y_1),\ (x_2, y_2),\ (x_3, y_3),\ \ldots\ ,\ (x_n, y_n).$$

Предполагается, что зависимость Y от X выражена функцией $Y = a + bX$, которая зависит от параметров a, b. Требуется подобрать параметры a, b так, чтобы сумма

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{n} (a + b\cdot x_k - y_k)^2$$

т. е. сумма квадратов разностей между **теоретическими значениями** $a + b\cdot x_k$ и **наблюдаемыми значениями** y_k была наименьшей,

$$Q(a,b) \to \min .$$

Правило 40

Для решения этой задачи вычисляем коэффициенты

$$\begin{aligned}
A_{11} &= n \\
A_{12} = A_{21} &= \sum x_i &&= x_1 + x_2 + \cdots + x_n \\
A_{22} &= \sum x_i^2 &&= x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \\
B_1 &= \sum y_i &&= y_1 + y_2 + \cdots + y_n \\
B_2 &= \sum x_i \cdot y_i &&= x_1y_1 + x_2y_2 + \cdots + x_ny_n
\end{aligned}$$

Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} A_{11}\cdot a + A_{12}\cdot b = B_1 \\ A_{21}\cdot a + A_{22}\cdot b = B_2 \end{cases}$$

Решение системы получается по формулам Крамера $a = \frac{\Delta_a}{\Delta}$, $b = \frac{\Delta_b}{\Delta}$, где

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}, \quad \Delta_a = \begin{vmatrix} B_1 & A_{12} \\ B_2 & A_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_b = \begin{vmatrix} A_{11} & B_1 \\ A_{21} & B_2 \end{vmatrix}.$$

Таблица 1: функция $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127

Таблица 1: продолжение

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0045
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Таблица 2: функция $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2}\, dz$

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,00	0,0000	0,32	0,1255	0,64	0,2389	0,96	0,3315
0,01	0,0040	0,33	0,1293	0,65	0,2422	0,97	0,3340
0,02	0,0080	0,34	0,1331	0,66	0,2454	0,98	0,3365
0,03	0,0120	0,35	0,1368	0,67	0,2486	0,99	0,3389
0,04	0,0160	0,36	0,1406	0,68	0,2517	1,00	0,3413
0,05	0,0199	0,37	0,1443	0,69	0,2549	1,01	0,3438
0,06	0,0239	0,38	0,1480	0,70	0,2580	1,02	0,3461
0,07	0,0279	0,39	0,1517	0,71	0,2611	1,03	0,3485
0,08	0,0319	0,40	0,1554	0,72	0,2642	1,04	0,3508
0,09	0,0359	0,41	0,1591	0,73	0,2673	1,05	0,3531
0,10	0,0398	0,42	0,1628	0,74	0,2703	1,06	0,3554
0,11	0,0438	0,43	0,1664	0,75	0,2734	1,07	0,3577
0,12	0,0478	0,44	0,1700	0,76	0,2764	1,08	0,3599
0,13	0,0517	0,45	0,1736	0,77	0,2794	1,09	0,3621
0,14	0,0557	0,46	0,1772	0,78	0,2823	1,10	0,3643
0,15	0,0596	0,47	0,1808	0,79	0,2852	1,11	0,3665
0,16	0,0636	0,48	0,1844	0,80	0,2881	1,12	0,3686
0,17	0,0675	0,49	0,1879	0,81	0,2910	1,13	0,3708
0,18	0,0714	0,50	0,1915	0,82	0,2939	1,14	0,3729
0,19	0,0753	0,51	0,1950	0,83	0,2967	1,15	0,3749
0,20	0,0793	0,52	0,1985	0,84	0,2995	1,16	0,3770
0,21	0,0832	0,53	0,2019	0,85	0,3023	1,17	0,3790
0,22	0,0871	0,54	0,2054	0,86	0,3051	1,18	0,3810
0,23	0,0910	0,55	0,2088	0,87	0,3078	1,19	0,3830
0,24	0,0948	0,56	0,2123	0,88	0,3106	1,20	0,3849
0,25	0,0987	0,57	0,2157	0,89	0,3133	1,21	0,3869
0,26	0,1026	0,58	0,2190	0,90	0,3159	1,22	0,3883
0,27	0,1064	0,59	0,2224	0,91	0,3186	1,23	0,3907
0,28	0,1103	0,60	0,2257	0,92	0,3212	1,24	0,3925
0,29	0,1141	0,61	0,2291	0,93	0,3238	1,25	0,3944
0,30	0,1179	0,62	0,2324	0,94	0,3264		
0,31	0,1217	0,63	0,2357	0,95	0,3289		

таблица 2: продолжение

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
1,26	0,3962	1,59	0,4441	1,92	0,4726	2,50	0,4938
1,27	0,3980	1,60	0,4452	1,93	0,4732	2,52	0,4941
1,28	0,3997	1,61	0,4463	1,94	0,4738	2,54	0,4945
1,29	0,4015	1,62	0,4474	1,95	0,4744	2,56	0,4948
1,30	0,4032	1,63	0,4484	1,96	0,4750	2,58	0,4951
1,31	0,4049	1,64	0,4495	1,97	0,4756	2,60	0,4953
1,32	0,4066	1,65	0,4505	1,98	0,4761	2,62	0,4956
1,33	0,4082	1,66	0,4515	1,99	0,4767	2,64	0,4959
1,34	0,4099	1,67	0,4525	2,00	0,4772	2,66	0,4961
1,35	0,4115	1,68	0,4535	2,02	0,4783	2,68	0,4963
1,36	0,4131	1,69	0,4545	2,04	0,4793	2,70	0,4965
1,37	0,4147	1,70	0,4554	2,06	0,4803	2,72	0,4967
1,38	0,4162	1,71	0,4564	2,08	0,4812	2,74	0,4969
1,39	0,4177	1,72	0,4573	2,10	0,4821	2,76	0,4971
1,40	0,4192	1,73	0,4582	2,12	0,4830	2,78	0,4973
1,41	0,4207	1,74	0,4591	2,14	0,4838	2,80	0,4974
1,42	0,4222	1,75	0,4599	2,16	0,4846	2,82	0,4976
1,43	0,4236	1,76	0,4608	2,18	0,4854	2,84	0,4977
1,44	0,4251	1,77	0,4616	2,20	0,4861	2,86	0,4979
1,45	0,4265	1,78	0,4625	2,22	0,4868	2,88	0,4980
1,46	0,4279	1,79	0,4633	2,24	0,4875	2,90	0,4981
1,47	0,4292	1,80	0,4641	2,26	0,4881	2,92	0,4982
1,48	0,4306	1,81	0,4649	2,28	0,4887	2,94	0,4984
1,49	0,4319	1,82	0,4656	2,30	0,4893	2,96	0,4985
1,50	0,4332	1,83	0,4664	2,32	0,4898	2,98	0,4986
1,51	0,4345	1,84	0,4671	2,34	0,4904	3,00	0,49865
1,52	0,4357	1,85	0,4678	2,36	0,4909	3,20	0,49931
1,53	0,4370	1,86	0,4686	2,38	0,4913	3,40	0,49966
1,54	0,4382	1,87	0,4693	2,40	0,4918	3,60	0,499841
1,55	0,4394	1,88	0,4699	2,42	0,4922	3,80	0,499928
1,56	0,4406	1,89	0,4706	2,44	0,4927	4,00	0,499968
1,57	0,4418	1,90	0,4713	2,46	0,4931	4,50	0,499997
1,58	0,4429	1,91	0,4719	2,48	0,4934	5,00	0,499997

таблица 3: значения $t_\gamma = t(\gamma, n)$

$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999	$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Таблица 4: значения $q = q(\gamma, n)$

$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999	$n \backslash \gamma$	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Таблица 5

Критические точки распределения χ^2

Число степеней свободы k	Уровень значимости α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Табл 6: Критические точки распределения Стьюдента

Число степеней свободы k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005
	Уровень значимости α (односторонняя критическая область)					

Таблица 7

Критические точки распределения F Фишера — Снедекора

(k_1 — число степеней свободы большей дисперсии,
k_2 — число степеней свободы меньшей дисперсии)

Уровень значимости $\alpha = 0{,}01$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082	6106
2	98,49	99,01	99,17	99,25	99,30	99,33	99,34	99,36	99,38	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3.45

Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,40	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38

Внимание!!

В следующей таблице a использовано вместо λ

Значения $P_m = \frac{a^m}{m!}e^{-a}$ **(распределение Пуассона)**

m	$a=0,1$	$a=0,2$	$a=0,3$	$a=0,4$	$a=0,5$	$a=0,6$	$a=0,7$	$a=0,8$	$a=0,9$	
0	0,9018	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5458	0,4966	0,4493	0,4066	
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	
3	0,0002	0,0019	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	
4		0,0001	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	
5				0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	
6							0,0001	0,0002	0,0003	

m	$a=1$	$a=2$	$a=3$	$a=4$	$a=5$	$a=6$	$a=7$	$a=8$	$a=9$	$a=10$
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0000
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0031	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0001	0,0037	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8		0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9		0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10			0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11			0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12			0,0001	0,0006	0,0034	0,0126	0,0263	0,0481	0,0728	0,0948
13				0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14				0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15					0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16						0,0003	0,0014	0,0045	0,0109	0,0217
17						0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18							0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19							0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20								0,0002	0,0006	0,0019
21								0,0001	0,0003	0,0009
22									0,0001	0,0004
23										0,0002
24										0,0001

возврат огл

§ 21. Указания для студентов

возврат огл

возврат огл

1. Студент должен использовать современный компьютер с программами Acrobat или Reader для чтения файлов PDF.
2. Студент должен иметь калькулятор для инженерных рассчетов, либо как программу в компьютере либо как отдельное устройство. Если имеется доступ к интернету, то вычисления можно производить прямо в окошке поиска Google.
3. Проработать теоретический материал лекций по конспектам.
4. Разобрать вариант 0, дающий правильное оформление решения. При этом ознакомиться и освоить интерактивный метод проверки результатов.
5. Найти свой вариант.
6. Решить свой вариант.
7. Результаты оформляются, беря за образец вариант 0.
8. Те результаты, для которых имеется возможность интерактивной проверки, должны быть проверены.
9. **Каждый лист своего варианта с результатами проверки следует распечатать так, чтобы были видны отметки ВЕРНО или НЕВЕРНО, после чего заполнить пустые места по результатам решения.**
10. Дополнительно для сдачи работы, студент должен иметь при себе промежуточные вычисления по произвольной форме.
11. Вычисления производятся как минимум с 3 знаками после десятичной точки. Окончательные результаты для нецелых чисел представляются с двумя знаками.
12. Результаты для интерактивной проверки нецелых чисел представляются с двумя знаками после десятичной точки.

возврат огл

возврат огл

Вариант 0

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**4**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \boxed{0.2}\,, \quad w_2 = \boxed{0.1}\,, \quad w_3 = \boxed{0.4}\,, \quad w_4 = \boxed{0.3}\,.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 6, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**3**	**4**	**6**	$\boldsymbol{\infty}$
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**4**	**3**	**0**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**	**2**	**3**	**7**	**10**
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**	**0.2**	**0.3**	**0.7**	**1.0**

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{7} = 2 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \boxed{0.2}\,, & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \boxed{0.3}\,, & \text{если } 3 < x \le 4 \\ \boxed{0.7}\,, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \boxed{1.0}\,, & \text{если } x > 6 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

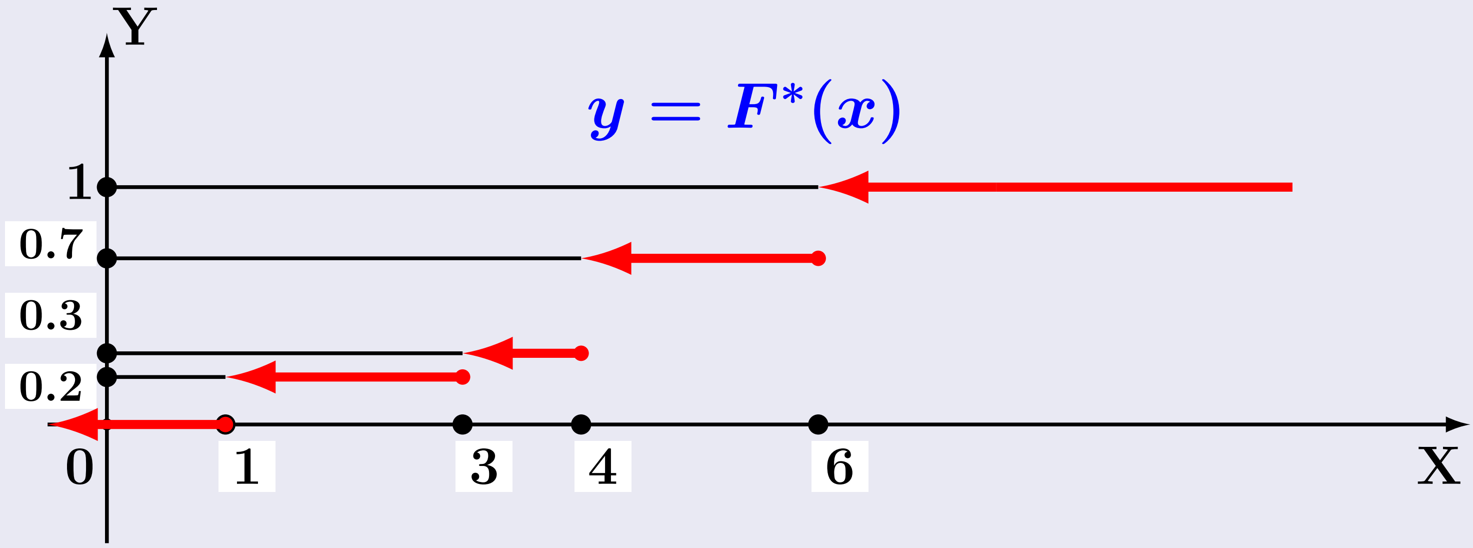

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \boxed{2}), \quad (3, \boxed{1}), \quad (4, \boxed{4}), \quad (6, \boxed{3}),$$

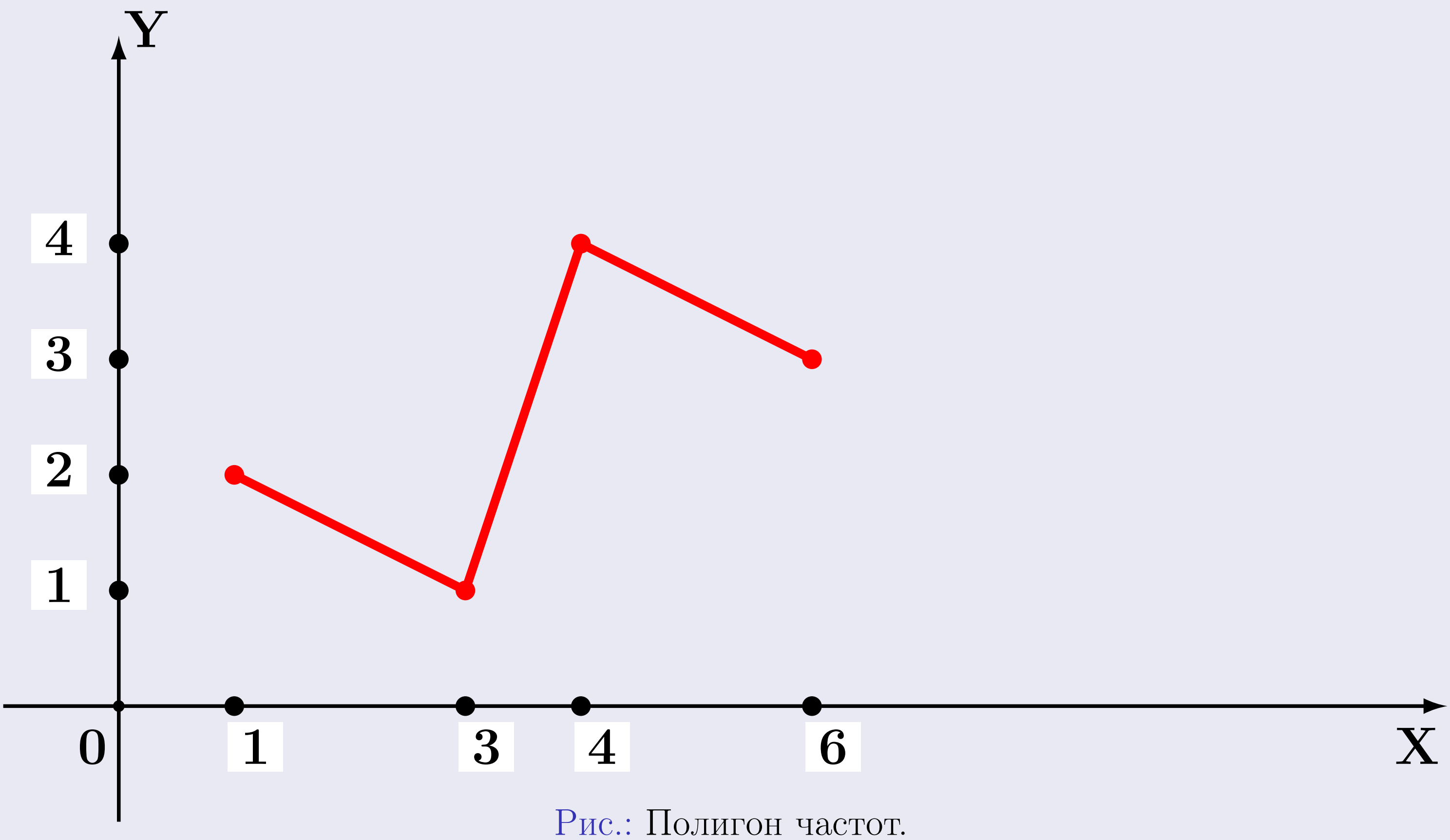

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	1	3	4	6
частоты n_i	2	1	4	3

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 = 2$	1.0
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 = 5$	2.5
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 = 3$	1.5
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 = 0$	0.0
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 = 0$	0.0
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ **5** в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

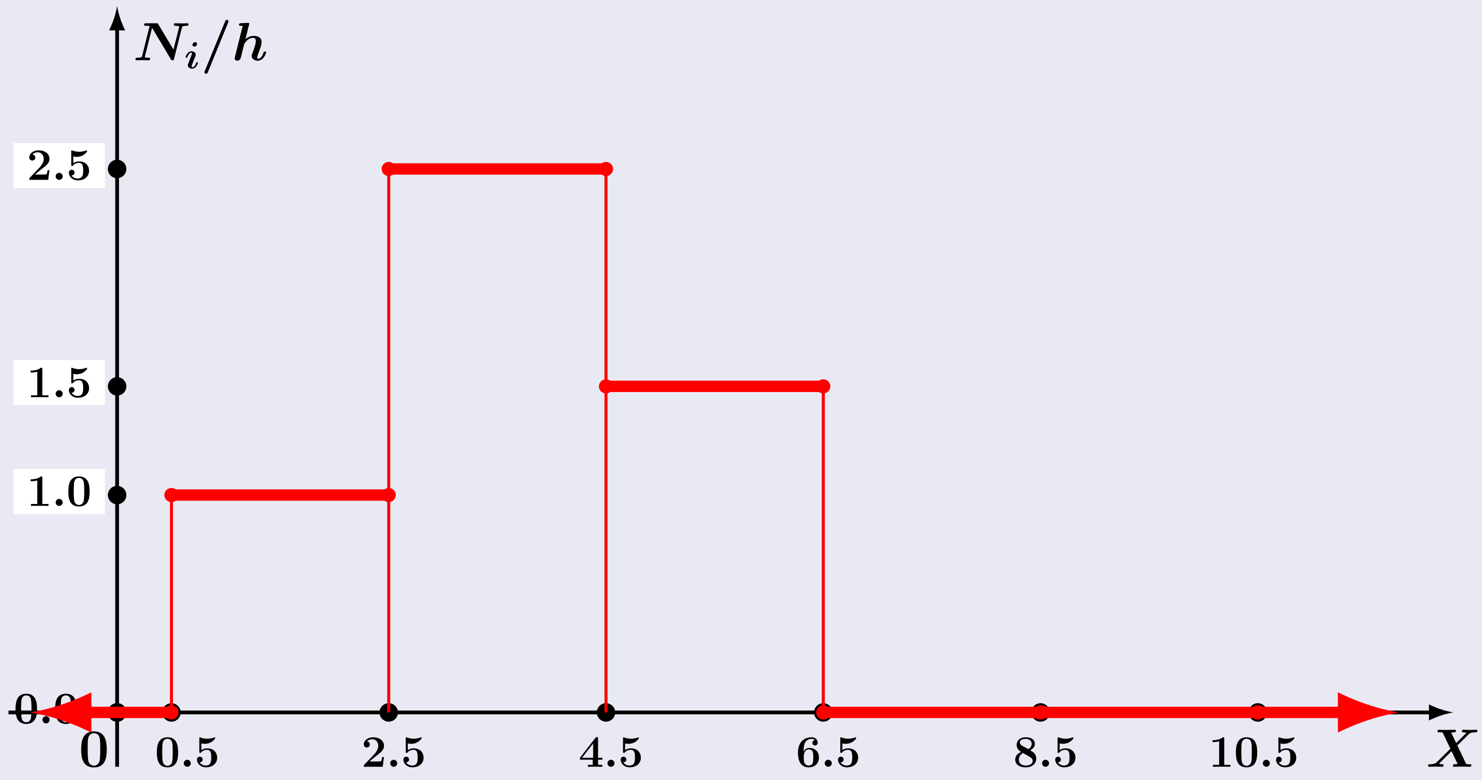

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 0 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи	2	Клик	
формат 1, $N_2 =$ введи	5	Клик	
формат 1, $N_3 =$ введи	3	Клик	
формат 1, $N_4 =$ введи	0	Клик	

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2+1+4+3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \frac{1\cdot 2+3\cdot 1+4\cdot 4+6\cdot 3}{10} = \boxed{3.90};$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \frac{1^2\cdot 2+3^2\cdot 1+4^2\cdot 4+6^2\cdot 3}{10} - 15.21 =$$
$$= 18.30 - 15.21 = \boxed{3.09};$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{выб}} = \frac{10}{9}\cdot 3.09 = \boxed{3.433}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи 3.90 Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи 3.09 Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи 3.433 Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{3.90^k \cdot e^{-3.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{3.90^0 \cdot e^{-3.90}}{0!} = e^{-3.90} = 0.020$$

$$p_1 = \frac{3.90^1 \cdot e^{-3.90}}{1!} = 0.079$$

$$p_2 = \frac{3.90^2 \cdot e^{-3.90}}{2!} = 0.154$$

$$p_3 = \frac{3.90^3 \cdot e^{-3.90}}{3!} = \boxed{0.200}$$

$$p_4 = \frac{3.90^4 \cdot e^{-3.90}}{4!} = 0.195$$

$$p_5 = \frac{3.90^5 \cdot e^{-3.90}}{5!} = \boxed{0.152}$$

$$p_6 = \frac{3.90^6 \cdot e^{-3.90}}{6!} = 0.099$$

$$p_7 = \frac{3.90^7 \cdot e^{-3.90}}{7!} = \boxed{0.055}$$

$$p_8 = \frac{3.90^8 \cdot e^{-3.90}}{8!} = 0.027$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 0.981$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи	0.200	Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи	0.152	Клик	
формат 1.23, $p_7 =$ введи	0.055	Клик	

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	1	3	4	6
частоты n_i	2	1	4	3

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{3.90}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \sqrt{3.433} = \boxed{1.853}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{1.853\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-3.90)^2}{2\cdot 3.433}}.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи 3.90 Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи 1.853 Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2*. Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 3.433\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 3.90 = 7.800$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 3.433 = 41.196$,

$$b - a = \sqrt{41.196} = 6.418\,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = 7.800 \\ b - a = 6.418 \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b = 14.218$, $b = 7.109$,
$a = 7.800 - 7.109 = 0.691$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0.691 \\ \frac{1}{7.109 - 0.691} = \frac{1}{6.418} = 0.156 & \text{при } 0.691 \le x \le 7.109 \\ 0 & \text{при } x > 7.109 \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи 0.691 Клик

формат 1.23, $b =$ введи 7.109 Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.475$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = 1,96$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1.96 \cdot 5.40}{\sqrt{26}} = 2.076$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\,11.924\,;\,16.076\,), \quad \text{или} \quad 11.924 < a < 16.076\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.495$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = 2.58$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.58 \cdot 5.40}{\sqrt{26}} = 2.732$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\,11.268\,;\,16.732\,), \quad \text{или} \quad 11.268 < a < 16.732\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи 2.076 Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи 11.924;16.076 Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи 2.732 Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи 11.268;16.732 Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) = 2.11$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.11 \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = 2.686$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\,11.31\,;\,16.69\,), \quad \text{или} \quad 11.31 < a < 16.69\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) = 2.9$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.9 \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = 3.691$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\,10.31\,;\,17.69\,), \quad \text{или} \quad 10.31 < a < 17.69\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи 2.686 Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи 11.31;16.69 Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи 3.691 Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи 10.31;17.69 Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) = \boxed{0.44} < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\,0.62\,;\,1.58\,)\,, \quad \text{или} \quad 0.62 < \sigma < 1.58\;. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) = \boxed{0.70} < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\,0.33\,;\,1.87\,)\,, \quad \text{или} \quad 0.33 < \sigma < 1.87\;. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи 0.44 Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи 0.62;1.58 Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи 0.70 Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи 0.33;1.87 Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 60 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 60$, $m = 15$, $w = \frac{15}{60} = \boxed{0.25}$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.475$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = 1.96$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{60}{1.96^2 + 60} \cdot \left[0.25 + \frac{1.96^2}{2 \cdot 60} - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.25\,(1 - 0.25)}{60} + \left(\frac{1.96}{2 \cdot 60}\right)^2} \right] = 0.158$$

$$p_2 = \frac{60}{1.96^2 + 60} \cdot \left[0.25 + \frac{1.96^2}{2 \cdot 60} + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.25\,(1 - 0.25)}{60} + \left(\frac{1.96}{2 \cdot 60}\right)^2} \right] = 0.372$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(0.158; 0.372), \quad \text{или} \quad 0.158 < p < 0.372.$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.495$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = 2.58$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{60}{2.58^2 + 60} \cdot \left[0.25 + \frac{2.58^2}{2 \cdot 60} - 2.58 \cdot \sqrt{\frac{0.25\,(1 - 0.25)}{60} + \left(\frac{2.58}{2 \cdot 60}\right)^2} \right] = 0.136$$

$$p_2 = \frac{60}{2.58^2 + 60} \cdot \left[0.25 + \frac{2.58^2}{2 \cdot 60} + 2.58 \cdot \sqrt{\frac{0.25\,(1 - 0.25)}{60} + \left(\frac{2.58}{2 \cdot 60}\right)^2} \right] = 0.414$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(0.136; 0.414), \quad \text{или} \quad 0.136 < p < 0.414.$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи 0.158;0.372 Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи 0.136;0.414 Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 400 испытаниях событие A появилось 160 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ *и* $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 400$, $m = 160$, $w = \frac{160}{400} = \boxed{0.400}$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.495$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = 2.58$. По Правилу 17

$$p_1 = 0.400 - 2.58 \cdot \sqrt{\frac{0.400\,(1 - 0.400\,)}{400}} = 0.34$$

$$p_2 = 0.400 + 2.58 \cdot \sqrt{\frac{0.400\,(1 - 0.400\,)}{400}} = 0.46$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\,0.34\,;\,0.46\,), \quad \text{или} \quad 0.34 < p < 0.46\,. \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = 0.4995$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = 3.3$. По Правилу 17

$$p_1 = 0.400 - 3.3 \cdot \sqrt{\frac{0.400\,(1 - 0.400\,)}{400}} = 0.32$$

$$p_2 = 0.400 + 3.3 \cdot \sqrt{\frac{0.400\,(1 - 0.400\,)}{400}} = 0.48$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\,0.32\,;\,0.48\,), \quad \text{или} \quad 0.32 < p < 0.48\,. \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 0 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи 0.34;0.46 Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи 0.32;0.48 Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.400} = \boxed{3.025}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = 8$, $k_{\min} = 14 - 1 = 13$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = 8$, $k_{\min} = 13$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; 8, 13) = \boxed{2.77}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 3.025$ и $F_{\text{кр}} = 2.77$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **отвергается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; 8, 13) = \boxed{4.30}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 3.025$ и $F_{\text{кр}} = 4.30$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается**.

Выборочная проверка вариант 0 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи 3.025 Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи 2.77 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи NET Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** 4.30 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи DA Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.470}{0.830} = \boxed{2.976}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = 9$, $k_{\min} = 13 - 1 = 12$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = 9$, $k_{\min} = 12$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; 9, 12) = \boxed{2.80}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 2.976$ и $F_{\text{кр}} = 2.80$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **отвергается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; 9, 12) = \boxed{4.39}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = 2.976$ и $F_{\text{кр}} = 4.39$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается**.

Выборочная проверка вариант 0 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи 2.976 Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи 2.80 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи NET Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** 4.39 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи DA Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально.*
Сделана выборка объема $n_X = 18$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2 \cdot (18-1)}{5.400} = 28.963 .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 = 17$ находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; 17) = 27.6$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = 28.963$ и $\chi^2_{\text{кр}} = 27.6$:

$$\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ **отвергается**.

Выборочная проверка вариант 0 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи 28.963 Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи 27.6 Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи NET Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 110$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(26.754 - 26) \cdot \sqrt{110}}{\sqrt{16.403}} = \frac{7.908}{4.050} = 1.953 .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475 .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = 1.96$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = 1.953$ и $U_{\text{кр}} = 1.96$:

$$|U_{\text{набл}}| < U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ **принимается**.

Выборочная проверка вариант 0 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи 1.953 Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи 1.96 Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи DA Клик

Задача 15

В результате $n = 400$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 178$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 400$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{178}{400} - 0.50\right) \cdot \sqrt{400}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{-1.10000}{0.50000} = \boxed{-2.200} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495 .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{2.58}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = 2.200$ и $U_{\text{кр}} = 2.58$:

$$|U_{\text{набл}}| < U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ **принимается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = 2.58 \cdot \sqrt{400 \cdot 0.50 \cdot (1 - 0.50)} = 25.8$$

$$M = 400 * 0.50 - 25.8 = 174 , \quad M' = 400 * 0.50 + 25.8 = 226 ,$$

Доверительный интервал (174 ; 226), или 174 $< m <$ 226 .

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ -2.200 от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ 1.96 .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ 2.200 и $U_{\text{кр}} =$ 1.96 :

$$|U_{\text{набл}}| > U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ **отвергается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = 1.96 \cdot \sqrt{400 \cdot 0.50 \cdot (1 - 0.50)} = 19.6$$

$$M = 400 * 0.50 - 19.6 = 180\,, \quad M' = 400 * 0.50 + 19.6 = 220\,,$$

Доверительный интервал (180 ; 220), или $180 < m < 220$.

Выборочная проверка вариант 0 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи 2.200 Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи 2.58 Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи DA Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** 174;226 Клик

Выборочная проверка вариант 0 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи 2.200 Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи 1.96 Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи NET Клик

формат 1;1 довер. инт. введи 180;220 Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 800$ *элементов, и* $m_2 = 250$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1000$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{800} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{250}{1000} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{800} - \frac{250}{1000}\right)}{\sqrt{\frac{240+250}{800+1000}\cdot\left(1-\frac{240+250}{800+1000}\right)\cdot\left(\frac{1}{800}+\frac{1}{1000}\right)}} =$$

$$= \frac{0.0500}{\sqrt{0.2722 \cdot 0.7278 \cdot 0.0023}} = \frac{0.0500}{\sqrt{0.00045}} = \frac{0.0500}{0.0211} = \boxed{2.370}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{2.58}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = 2.370$ и $U_{\text{кр}} = 2.58$:

$$|U_{\text{набл}}| < U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **принимается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ 2.370 от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ 1.96 .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ 2.370 и $U_{\text{кр}} =$ 1.96 :

$$|U_{\text{набл}}| > U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **отверг** **ается**.

Выборочная проверка вариант 0 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи 2.370 Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи 2.58 Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи DA Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** 1.96 Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи NET Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-135|}{\sqrt{80/25 + 100/35}} = \boxed{2.032}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.495$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{2.58}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = 2.032$ и $Z_{\text{кр}} = 2.58$:

$$\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}| < Z_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **принимается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.475$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{1.96}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = 2.032$ и $Z_{\text{кр}} = 1.96$:

$$\boldsymbol{|Z_{\text{набл}}| > Z_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **отвергается**

Выборочная проверка вариант 0 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи 2.032 Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи 2.58 Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET)**:

DA или NET введи DA Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** 1.96 Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET)**:

DA или NET введи NET Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \boxed{2.100}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = 9$, $k_{\min} = 16 - 1 = 15$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = 9$, $k_{\min} = 15$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; 9, 15) = \boxed{2.59}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **принимается** согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.55}{\sqrt{9\cdot 0.84 + 15\cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 16\cdot 24}{26}} = \boxed{2.145}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, 24) = \boxed{2.06}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = 24$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = 2.145$ и $T_{\text{двуст,кр}} = 2.06$:

$$|T_{\text{набл}}| > T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **отвергается**.

Выборочная проверка вариант 0 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи 2.100 Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи 2.59 Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи DA Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи 2.145 Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи 2.06 Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи NET Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 15.5),\ (4, 11.5),\ (6, 20.3),\ (8, 33.9),\ (10, 30.7),\ (12, 36.8),\ (14, 51.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

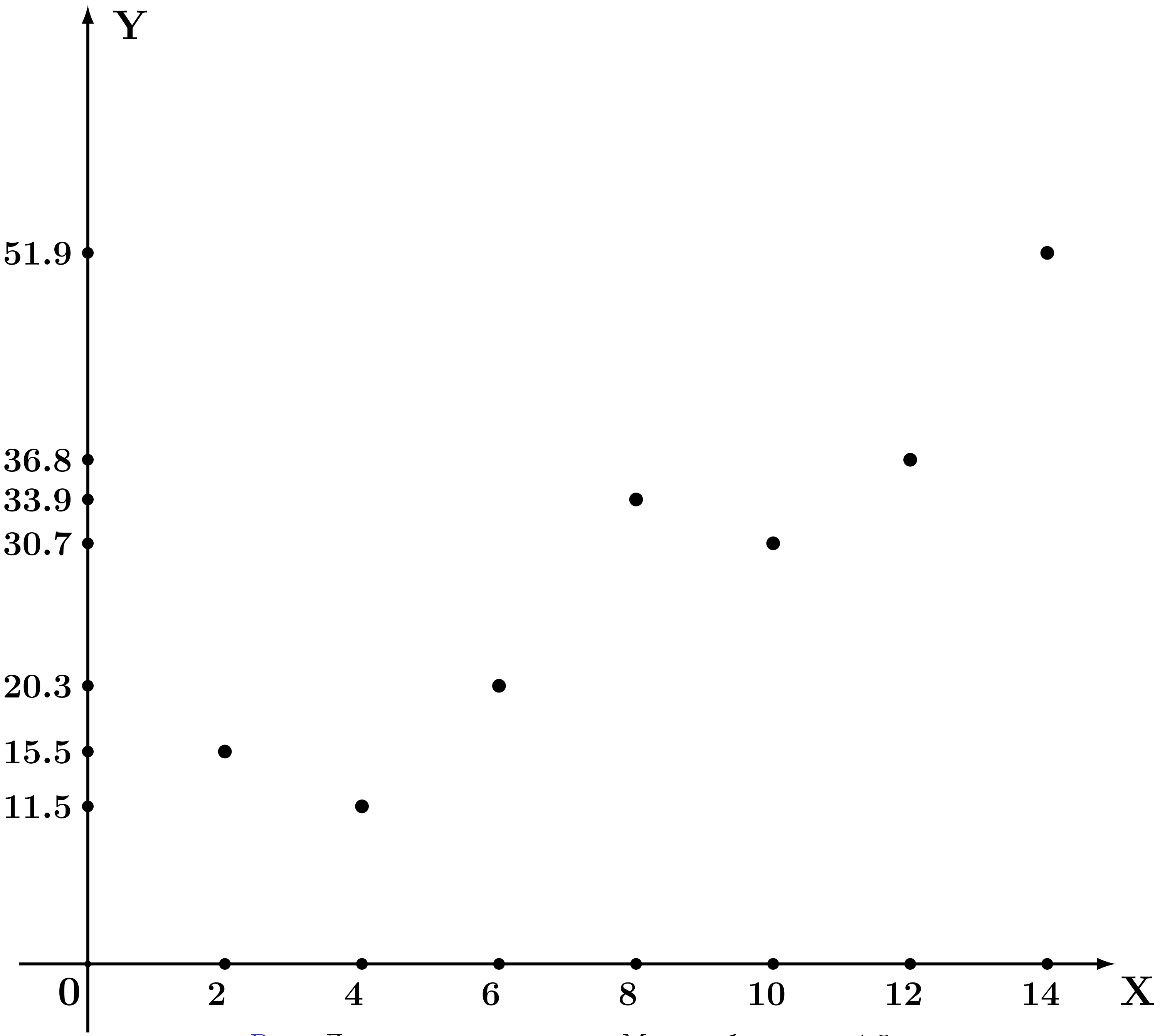

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	56.0
y_i	15.5	11.5	20.3	33.9	30.7	36.8	51.9	200.6
x_i^2	4.00	16.00	36.00	64.00	100.00	144.00	196.00	560.00
$x_i y_i$	31.00	46.00	121.80	271.20	307.00	441.60	726.60	1945.20

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} 7 \cdot a + 56.0 \cdot b = 200.6 \\ 56.0 \cdot a + 560.00 \cdot b = 1945.20 \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 56.0 \\ 56.0 & 560.00 \end{vmatrix} = 7 \cdot 560.00 - 56.0 \cdot 56.0 = 784.00$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} 200.6 & 56.0 \\ 1945.20 & 560.00 \end{vmatrix} = 200.6 \cdot 560.00 - 1945.20 \cdot 56.0 = 3404.80$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} 7 & 200.6 \\ 56.0 & 1945.20 \end{vmatrix} = 7 \cdot 1945.20 - 56.0 \cdot 200.6 = 2382.80$

Отсюда

$$a = \frac{3404.80}{784.00} = 4.34, \quad b = \frac{2382.80}{784.00} = 3.04.$$

Уравнение регрессии $y = 4.34 + 3.04 \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, 4.34) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (14, 46.9),$$

где $x_7 = 14$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = 4.34 + 3.04 \cdot 14 = 46.9.$$

Решение (график)

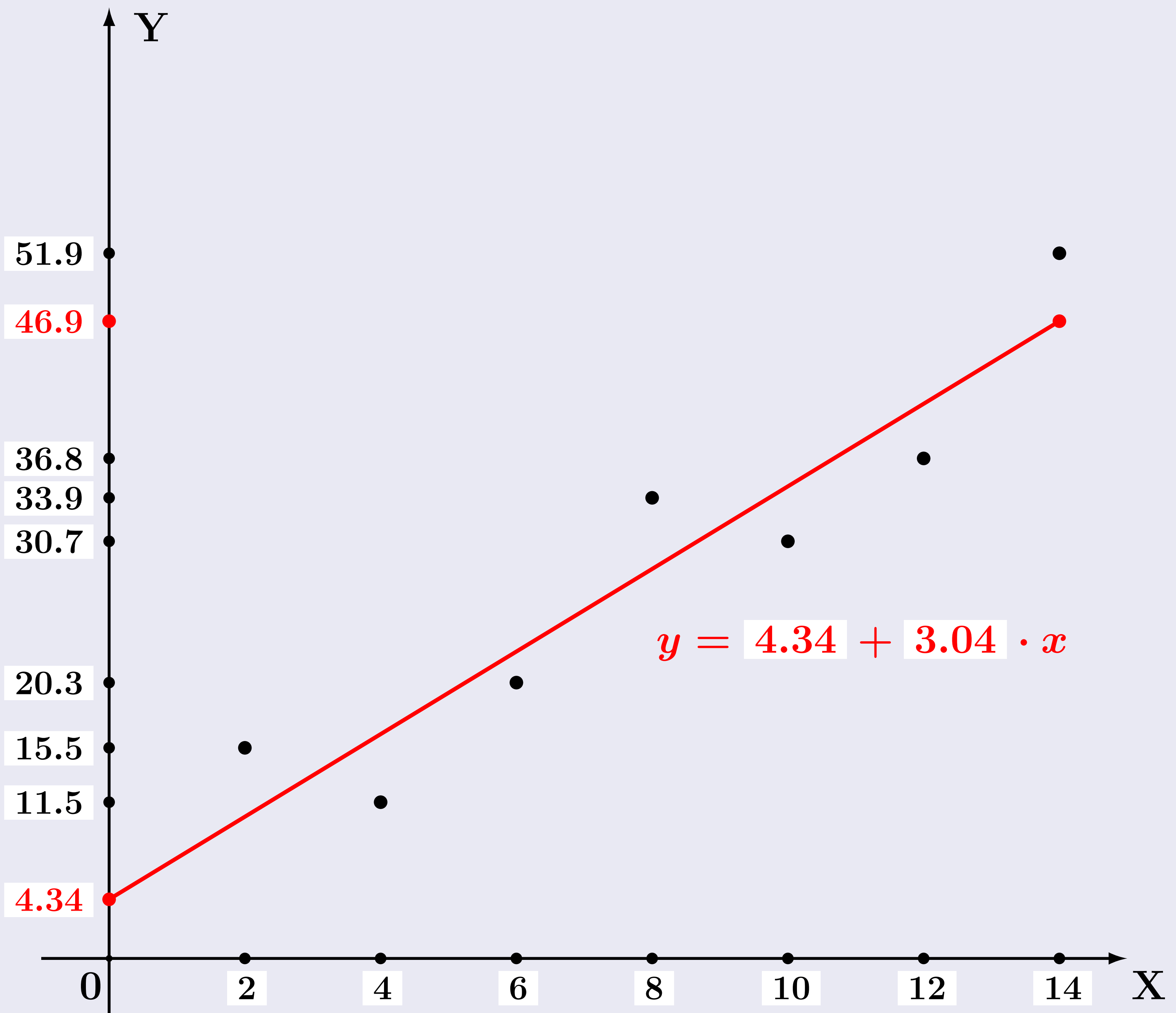

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 0 задача 19

формат 1.23,	$\Delta =$ введи	784.00	Клик	
формат 1.23,	$\Delta_a =$ введи	3404.80	Клик	
формат 1.23,	$\Delta_b =$ введи	2382.80	Клик	
формат 1.23,	$a =$ введи	4.34	Клик	
формат 1.23,	$b =$ введи	3.04	Клик	

Задача 1. $N_1 = \ 2$. $N_2 = \ 5$. $N_3 = \ 3$. $N_4 = \ 0$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} = \ 3.90$. $D_{\text{выб}} = \ 3.09$. $s^2_{\text{выб}} = \ 3.433$.

Задача 3. $p_3 = \ 0.200$. $p_5 = \ 0.152$.

Задача 4. $a = \ 3.90$. $\sigma = \ 1.853$.

Задача 5. $a = \ 0.691$. $b = \ 7.109$.

Задача 6. $\delta_{0.95} = \ 2.076$. $\delta_{0.99} = \ 2.732$.

Задача 7. $\delta_{0.95} = \ 2.686$. $\delta_{0.99} = \ 3.691$.

Задача 8. $q_{0.95} = \ 0.44$. $q_{0.99} = \ 0.70$.

Задача 9. $0.158 \ < p < \ 0.372$. $0.136 \ < p < \ 0.414$.

Задача 10. $0.34 \ < p < \ 0.46$. $0.32 \ < p < \ 0.48$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} = \ 3.025$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) = \ 2.77$, гипотеза H_0 **отверг** **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) = \ 4.30$, гипотеза H_0 **приним** **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} = \ 2.976$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) = \ 2.80$, гипотеза H_0 **отверг** **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) = \ 4.39$, гипотеза H_0 **приним** **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} = \ 28.963$, $\chi^2_{\text{кр}} = \ 27.6$, гипотеза H_0 **отверг** **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} = \ 1.953$, $U_{\text{кр}} = \ 1.96$, гипотеза H_0 **приним** **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} = -2.200$

$\alpha = 0.01: U_{\text{кр}} = 2.58$, гипотеза H_0 **приним ается**.

$\alpha = 0.05: U_{\text{кр}} = 1.96$, гипотеза H_0 **отверг ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} = 2.370$

$\alpha = 0.01: U_{\text{кр}} = 2.58$, гипотеза H_0 **приним ается**.

$\alpha = 0.05: U_{\text{кр}} = 1.96$, гипотеза H_0 **отверг ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| = 2.032$.

$\alpha = 0.01: Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) = 2.58$, гипотеза H_0 **приним ается**.

$\alpha = 0.05: Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) = 1.96$, гипотеза H_0 **отверг ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} = 2.100$, $F_{\text{кр}} = 2.59$, $T_{\text{набл}} = 2.145$, $T_{\text{двуст,кр}} = 2.06$.
гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **отверг ается**.

Задача 19. $a = 4.34$, $b = 3.04$.

Вариант 1

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad, \quad w_2 = \quad, \quad w_3 = \quad, \quad w_4 = \quad.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**3**	**4**	**7**	∞
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\quad = 2 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad, & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad, & \text{если } 3 < x \le 4 \\ \quad, & \text{если } 4 < x \le 7 \\ \quad, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

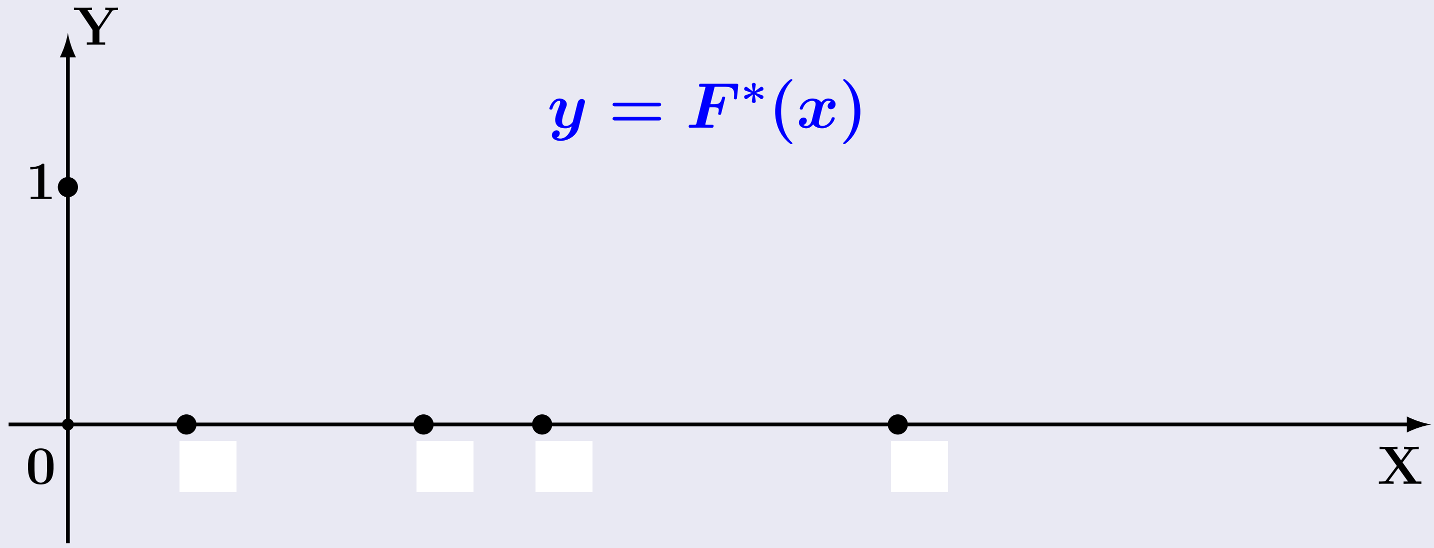

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (3, \quad), \quad (4, \quad), \quad (7, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

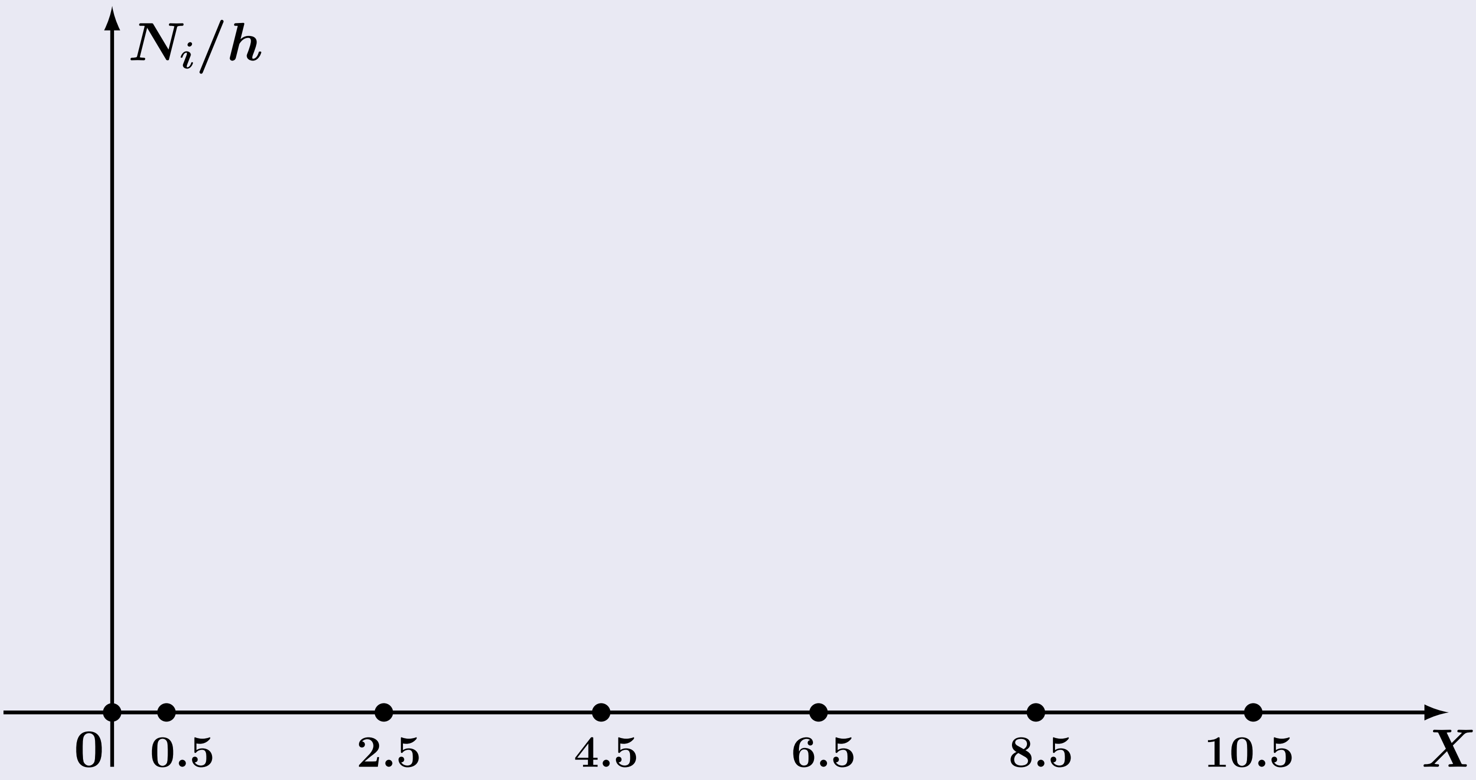

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 1 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.50^k \cdot e^{-4.50}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.50^0 \cdot e^{-4.50}}{0!} = e^{-4.50} =$

$p_1 = \frac{4.50^1 \cdot e^{-4.50}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.50^2 \cdot e^{-4.50}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.50^3 \cdot e^{-4.50}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.50^4 \cdot e^{-4.50}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.50^5 \cdot e^{-4.50}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.50^6 \cdot e^{-4.50}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.50^7 \cdot e^{-4.50}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.50^8 \cdot e^{-4.50}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 1 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.833\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.50 = \square$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.833 = \square$,

$$b - a = \sqrt{\square} = \square\,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \square \\ b - a & = \square \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b = \square$, $b = \square$,
$a = \square - \square = \square$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \square \\ \frac{1}{\square - \square} = \frac{1}{\square} = \square & \text{при } \square \le x \le \square \\ 0 & \text{при } x > \square \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{26}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{26}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \,, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 64 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 64$, $m = 14$, $w = \frac{14}{64} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.22 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 407 испытаниях событие A появилось 157 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 407$, $m = 157$, $w = \frac{157}{407} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 1 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.

Проверить нулевую гипотезу

$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе

$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.400} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 1 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0:\ \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1:\ \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 1 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально.*
Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (19-1)}{7.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 1 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 112$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -28)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
ается.

Выборочная проверка вариант 1 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 219$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{219}{406} - 0.60\right) \cdot \sqrt{406}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad , \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad ,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \_\_\_\_ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 1 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 1 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 253$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \, p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \, p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{806} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{253}{1006} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{806} - \frac{253}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{241+253}{806+1006}\cdot\left(1-\frac{241+253}{806+1006}\right)\cdot\left(\frac{1}{806}+\frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : \, p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 1 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 135|}{\sqrt{80/25 + 103/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{Z}_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|\boldsymbol{Z}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{Z}_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 1 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9 \cdot 0.84 + 16 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 17 \cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 1 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$ *:*

$$(2, 17.0), (4, 14.0), (6, 23.8), (8, 38.4), (10, 36.2), (12, 43.3), (14, 59.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$ *, которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \rightarrow \boldsymbol{min}$.

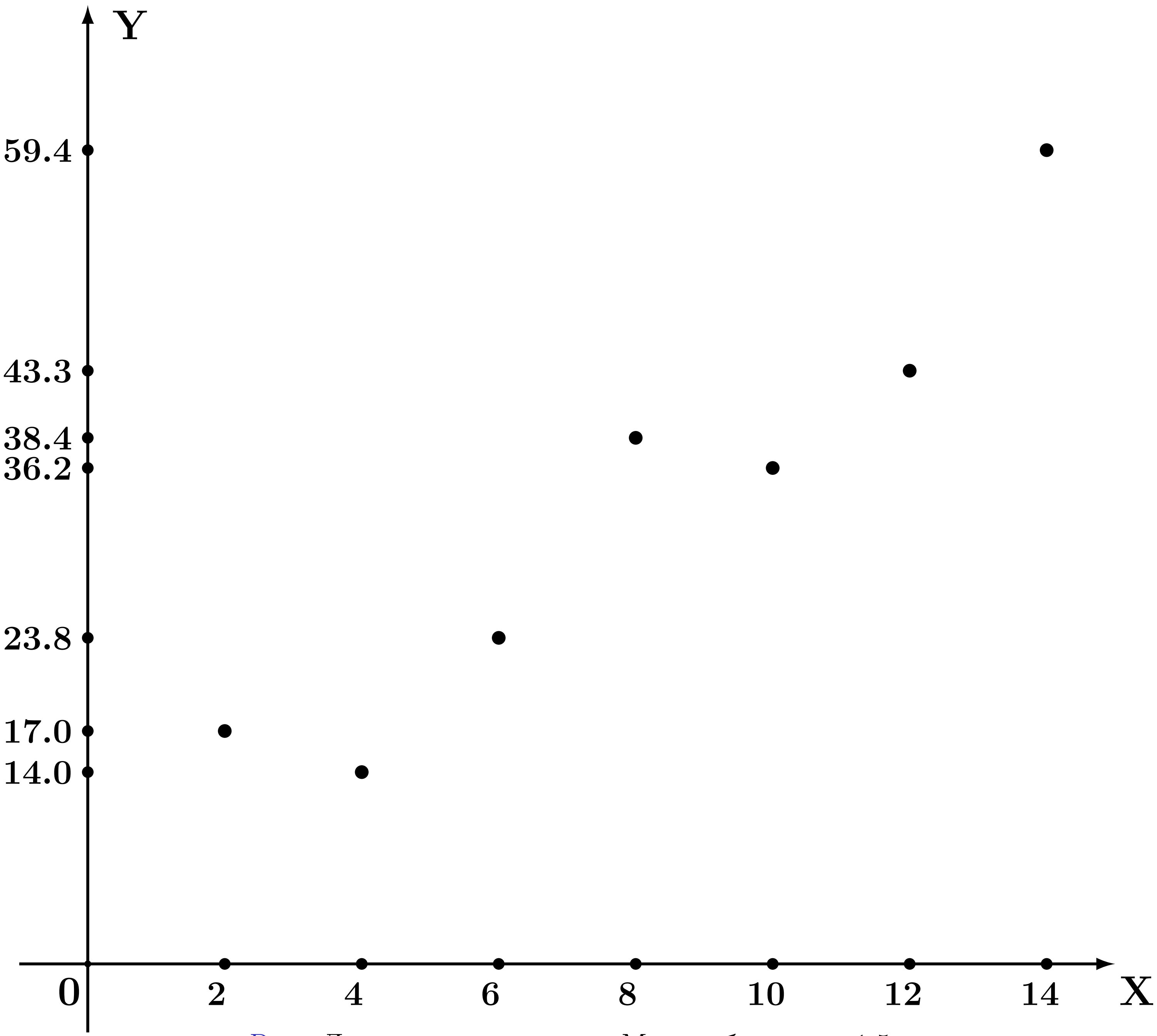

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	17.0	14.0	23.8	38.4	36.2	43.3	59.4	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

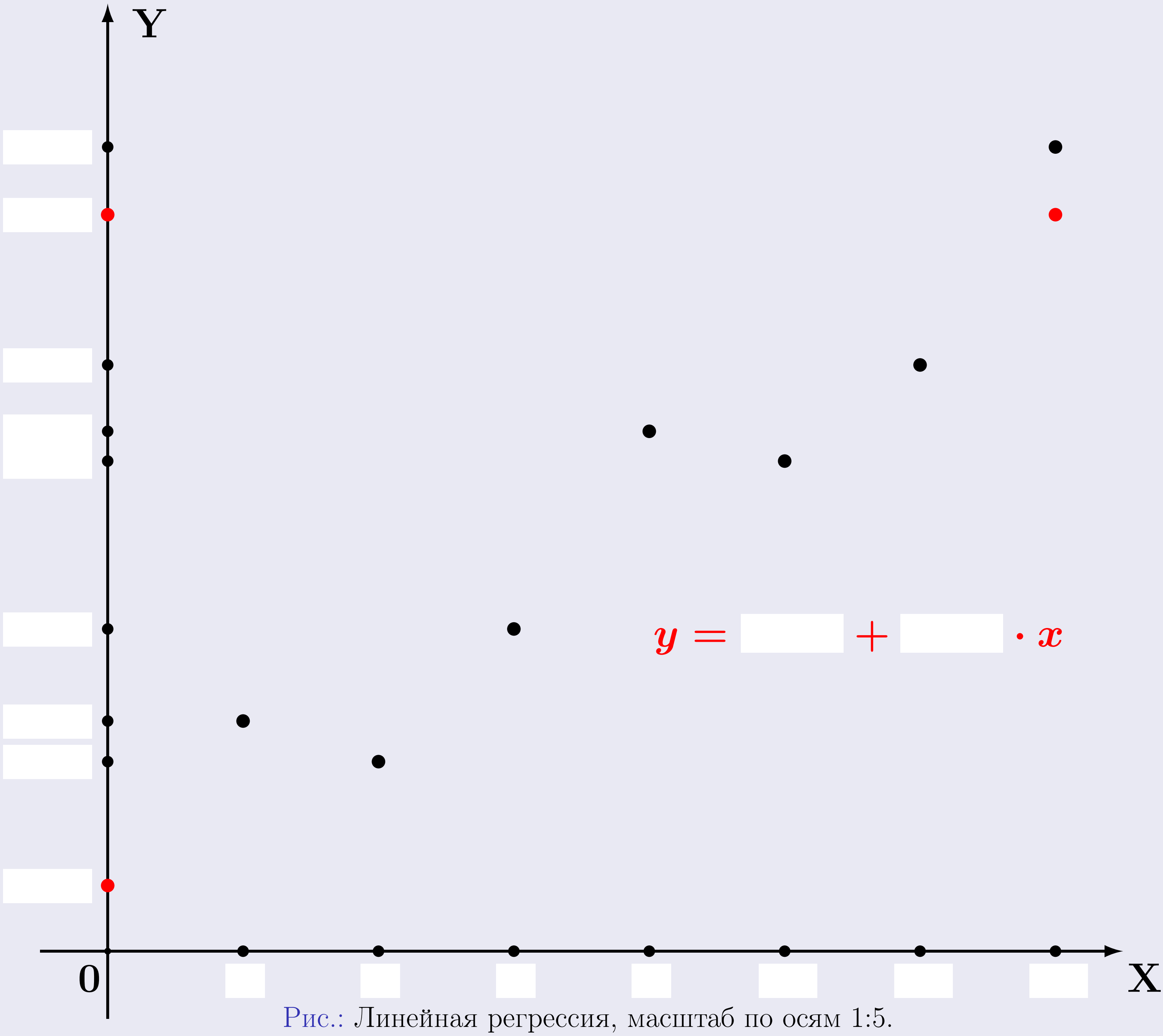

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 1 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 2

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**4**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \boxed{}, \quad w_2 = \boxed{}, \quad w_3 = \boxed{}, \quad w_4 = \boxed{}.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**3**	**5**	**7**	$\boldsymbol{\infty}$
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**4**	**3**	**0**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 2 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ \boxed{}, & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \boxed{}, & \text{если } 3 < x \le 5 \\ \boxed{}, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \boxed{}, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

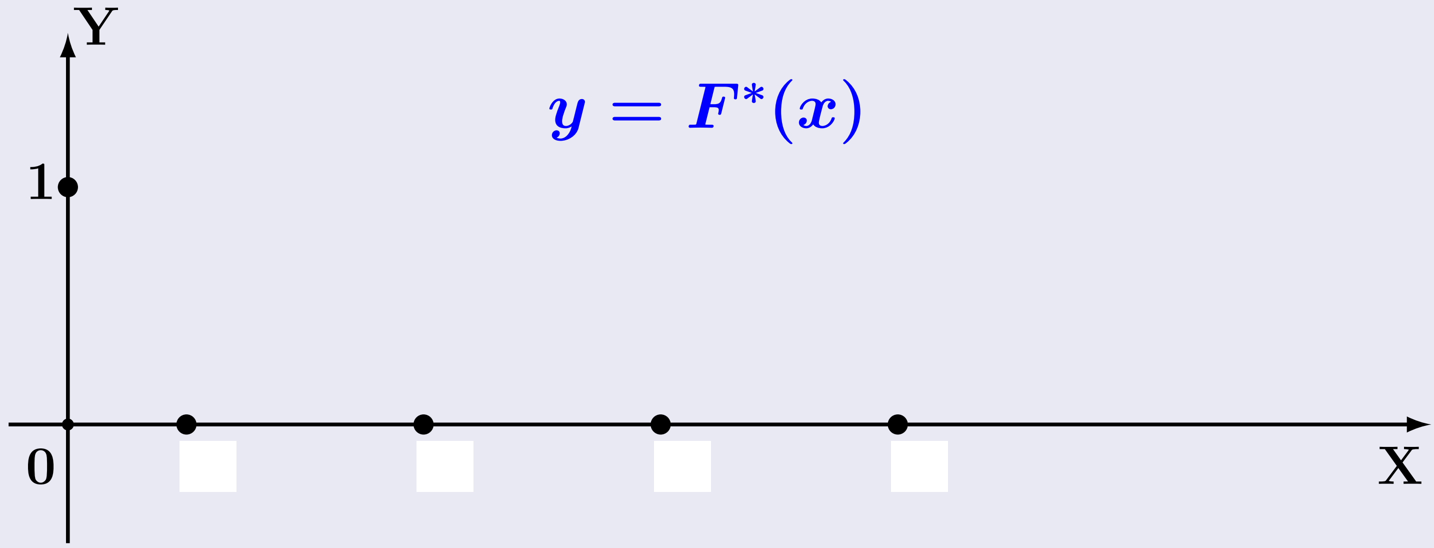

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (3, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Вариант 2 возврат огл задача 1, III

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

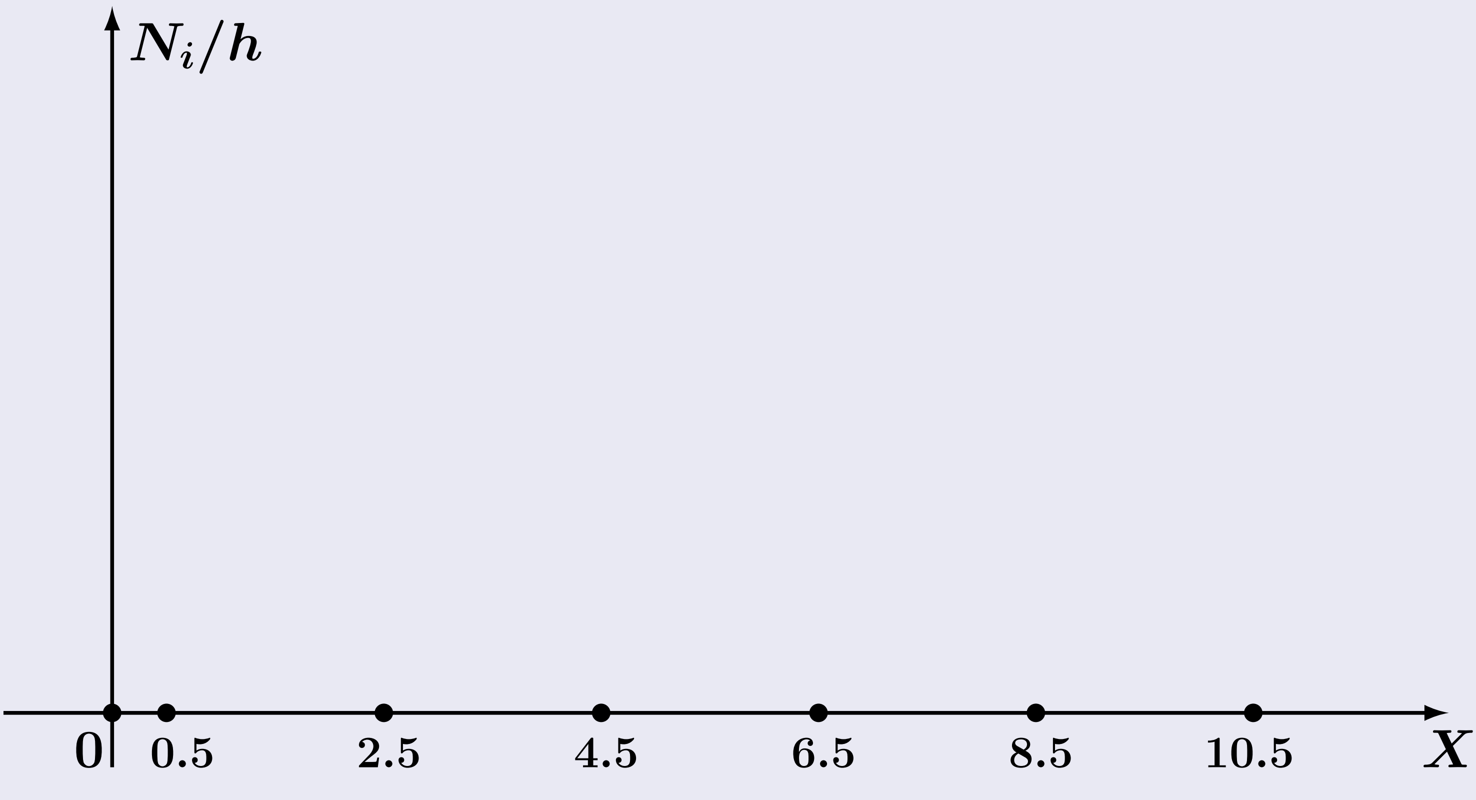

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 2 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	5	7
частоты n_i	2	1	4	3

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 4 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1 + x_2n_2 + x_3n_3 + x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1 + x_2^2n_2 + x_3^2n_3 + x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.60$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.60^k \cdot e^{-4.60}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.60^0 \cdot e^{-4.60}}{0!} = e^{-4.60} =$

$p_1 = \frac{4.60^1 \cdot e^{-4.60}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.60^2 \cdot e^{-4.60}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.60^3 \cdot e^{-4.60}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.60^4 \cdot e^{-4.60}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.60^5 \cdot e^{-4.60}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.60^6 \cdot e^{-4.60}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.60^7 \cdot e^{-4.60}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.60^8 \cdot e^{-4.60}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 2 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 \;\; \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} \;\; \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 \;\; \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.60 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.156\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.60 =$ ___ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.156 =$ ___,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ___, $b =$ ___,
$a =$ ___ $-$ ___ $=$ ___. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = \;\; \text{при} \;\; \le x \le \\ 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} \,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\text{\_\_\_}\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\text{\_\_\_}\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) =$ ____.

Окончательно получим $\delta_{0.95} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{18}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\,;\,\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) =$ ____.

Окончательно получим $\delta_{0.99} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{18}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\,;\,\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 61 испытаниях событие A появилось 17 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 61$, $m = 17$, $w = \frac{17}{61} = \quad$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.28 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 405 испытаниях событие A появилось 167 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 405$, $m = 167$, $w = \frac{167}{405} = $ ____)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t = $ ____ . По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t = $ ____ . По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 2 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = \boxed{}$, $k_{\min} = 14 - 1 = \boxed{}$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \boxed{}$, $k_{\min} = \boxed{}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boxed{} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boxed{} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 2 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 2 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 18$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2 \cdot (18-1)}{5.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 2 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 15.603$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 110$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad -26)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
______ **ается**.

Выборочная проверка вариант 2 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 168$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.45$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{168}{406} - 0.45\right) \cdot \sqrt{406}}{\sqrt{0.45(1-0.45)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;) , или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|U_{\text{набл}}| \_\_\_\_ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 2 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 2 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 242$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{242}{806} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{251}{1006} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{242}{806} - \frac{251}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{242+251}{806+1006} \cdot \left(1 - \frac{242+251}{806+1006}\right) \cdot \left(\frac{1}{806} + \frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{}{\sqrt{ \cdot \cdot }} = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{} = \boxed{}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = $ и $U_{\text{кр}} = $:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \;\_\_\; U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 2 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130 - 136|}{\sqrt{80/25 + 103/35}} = \square.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \square$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \square$ и $Z_{\text{кр}} = \square$:

$$|Z_{\text{набл}}| \square Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \square$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \square$ и $Z_{\text{кр}} = \square$:

$$|Z_{\text{набл}}| \square Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\square$**ается**

Выборочная проверка вариант 2 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{(n_X-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20-30.55}{\sqrt{9\cdot 1.14 + 15\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 16\cdot 24}{26}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 2 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 14.6),\ (4, 10.0),\ (6, 18.2),\ (8, 31.2),\ (10, 27.4),\ (12, 32.9),\ (14, 47.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a,b) \to \boldsymbol{min}$.

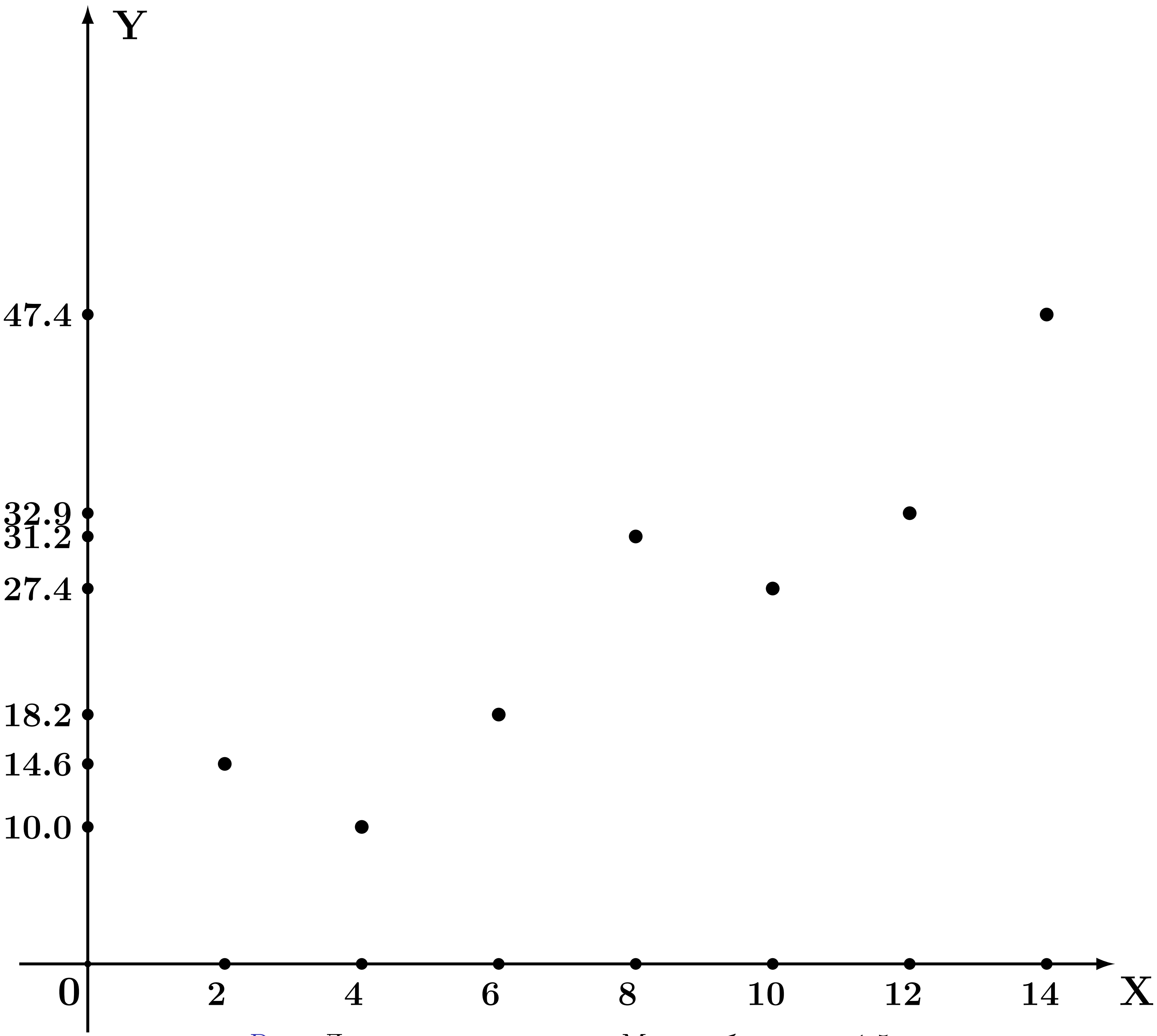

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	14.6	10.0	18.2	31.2	27.4	32.9	47.4	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

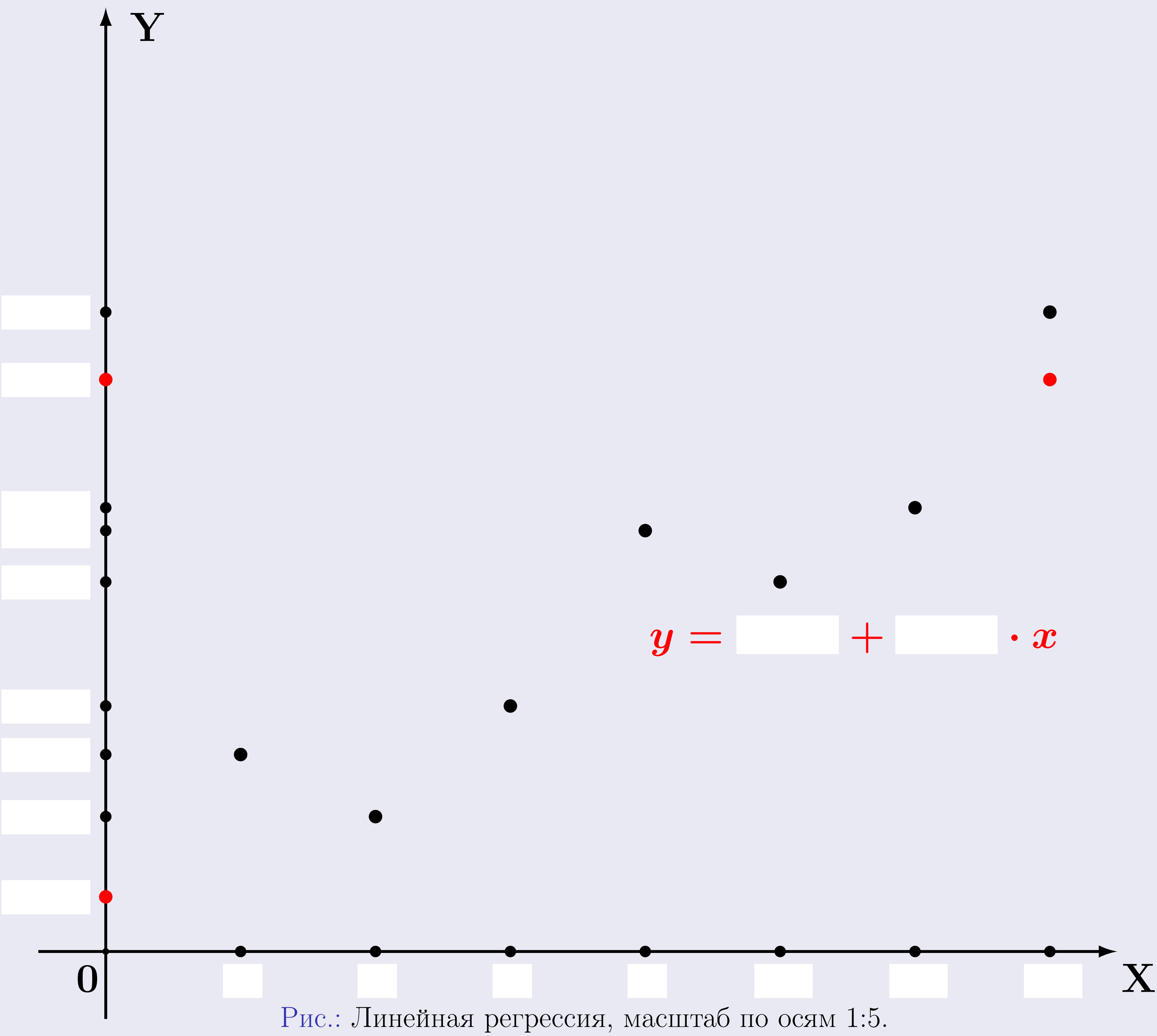

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 2 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01$: $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05$: $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 3

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**3**	**4**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \qquad , \quad w_2 = \qquad , \quad w_3 = \qquad , \quad w_4 = \qquad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**3**	**5**	**8**	$\boldsymbol{\infty}$
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**3**	**4**	**0**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\quad = 2 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad , & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } 3 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } 5 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

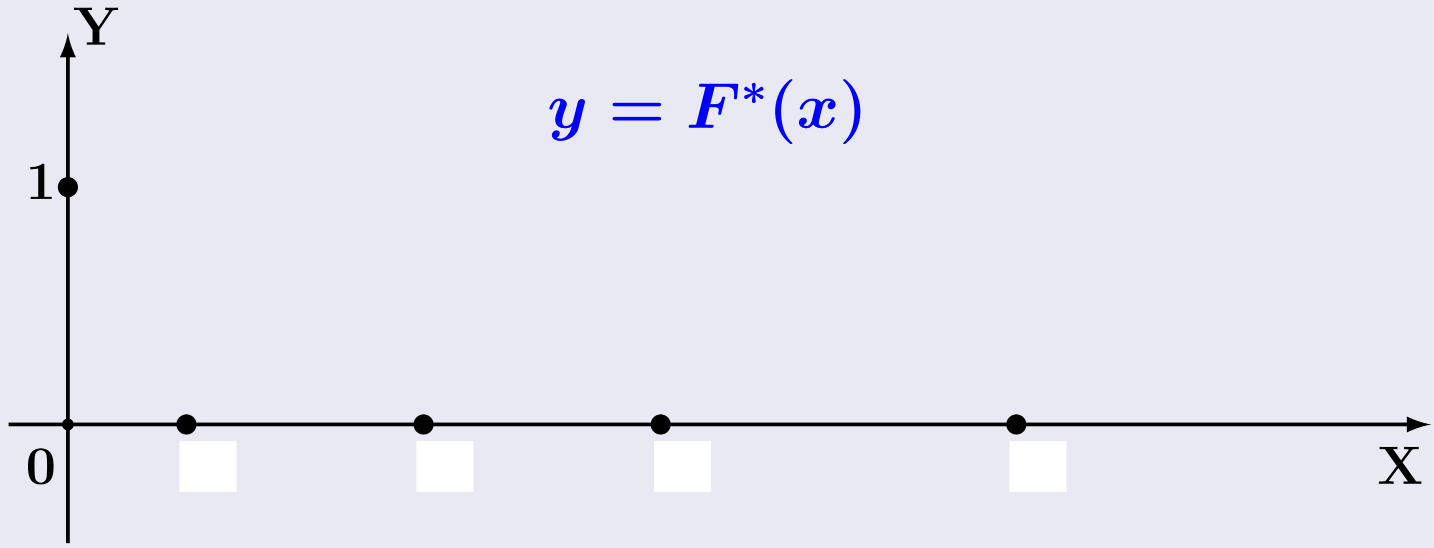

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (3, \quad), \quad (5, \quad), \quad (8, \quad),$$

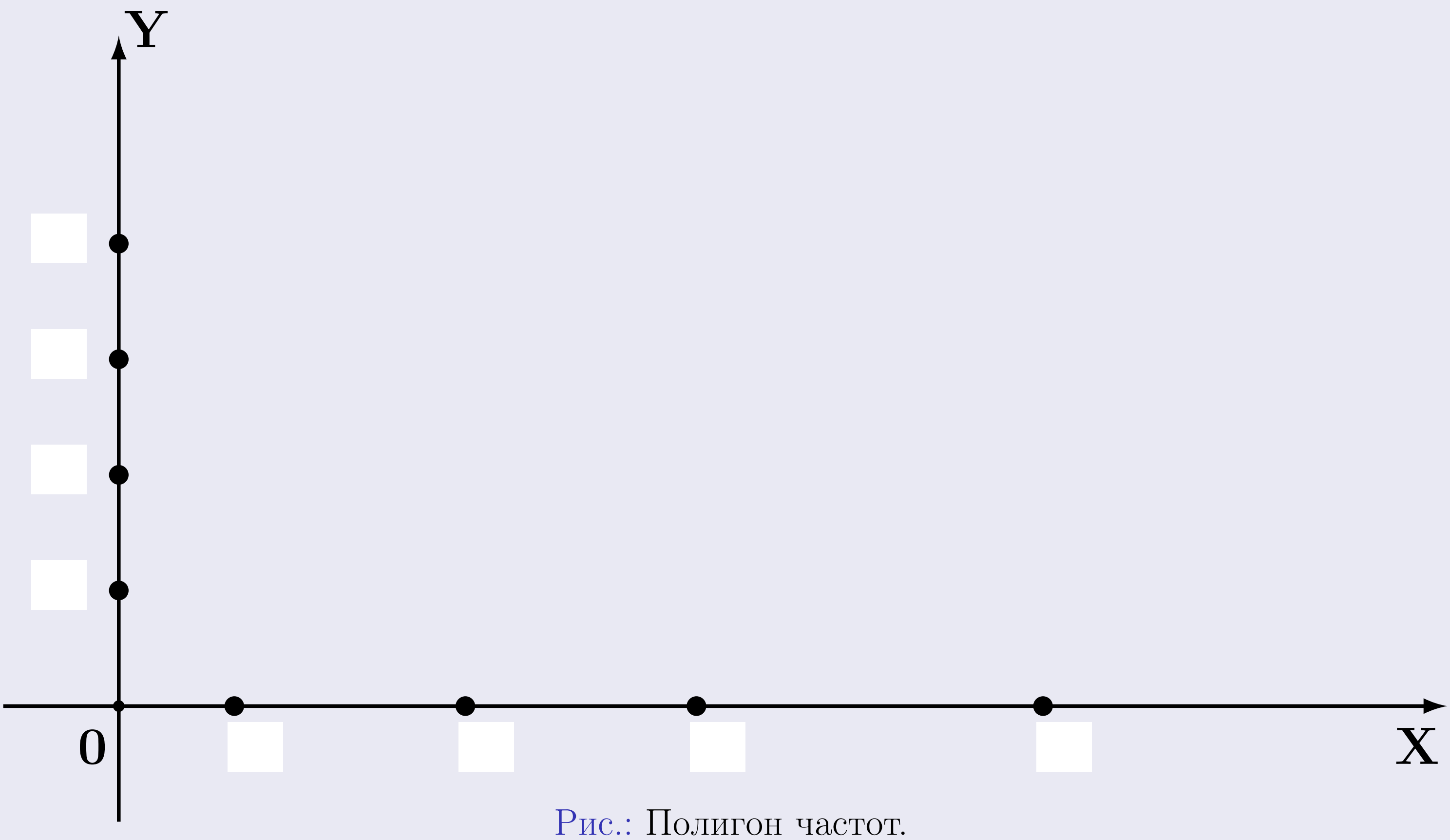

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

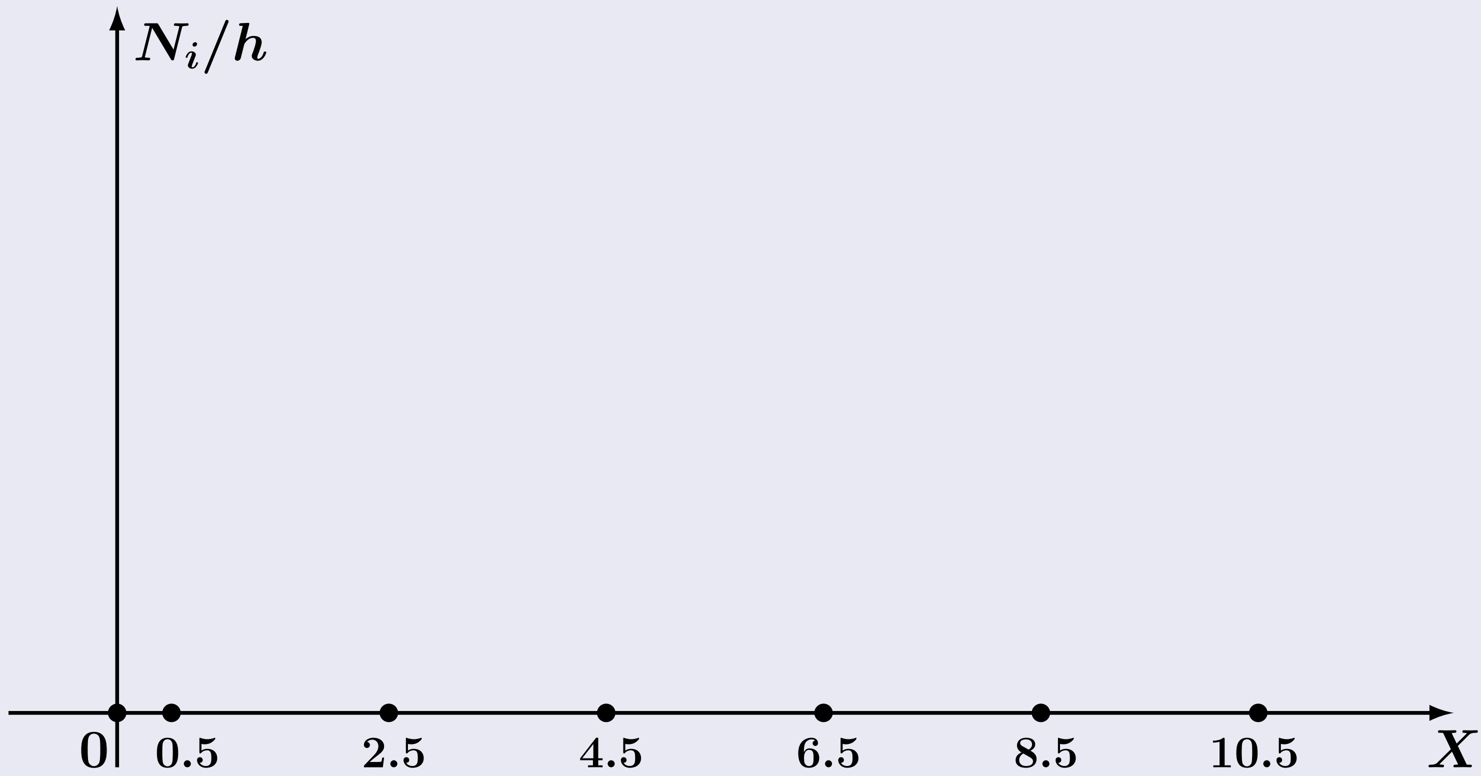

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 3 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	5	8
частоты n_i	2	1	3	4

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$

$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 3 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 7.956\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.20 =$ ______ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 7.956 =$ ______,

$$b - a = \sqrt{\quad\quad} = \quad\quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \quad \\ b - a & = \quad \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ______, $b =$ ______,
$a =$ ______ $-$ ______ $=$ ______. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \text{ при } x < \quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad & \text{при } \quad \le x \le \quad \\ & 0 \text{ при } x > \quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик ______

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 5.70}{\sqrt{26}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 5.70}{\sqrt{26}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 65 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 65$, $m = 16$, $w = \frac{16}{65} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.25 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи $\square$ Клик $\square$

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи $\square$ Клик $\square$

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 412 испытаниях событие A появилось 164 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 412$, $m = 164$, $w = \frac{164}{412} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 3 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 3 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 =$, $k_{\min} = 13 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) =$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 3 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (19-1)}{7.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 3 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза H_0 : $\mathbb{D}(X) = 7.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 15.603$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 112$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad - 28) \cdot \sqrt{\qquad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1 - \alpha}{2} = \frac{1 - 0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
ается.

Выборочная проверка вариант 3 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 412$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 209$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 412$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{209}{412} - 0.55\right) \cdot \sqrt{412}}{\sqrt{0.55(1-0.55)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ___ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ___ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ___ и $U_{\text{кр}} =$ ___ :

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ ___ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = $$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad, \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad,$$

Доверительный интервал (___ ; ___), или ___ $< m <$ ___ .

Выборочная проверка вариант 3 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 3 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 243$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 812$ *элементов, и* $m_2 = 254$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1012$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{243}{812} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{254}{1012} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{243}{812} - \frac{254}{1012}\right)}{\sqrt{\frac{243+254}{812+1012}\cdot\left(1-\frac{243+254}{812+1012}\right)\cdot\left(\frac{1}{812}+\frac{1}{1012}\right)}} =$$

$$= \frac{}{\sqrt{\cdot\cdot}} = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{} = \boxed{}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ______ **ается**.

Выборочная проверка вариант 3 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{80/25 + 106/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 3 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 17\cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 3 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.1),\ (4, 12.5),\ (6, 21.7),\ (8, 35.7),\ (10, 32.9),\ (12, 39.4),\ (14, 54.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

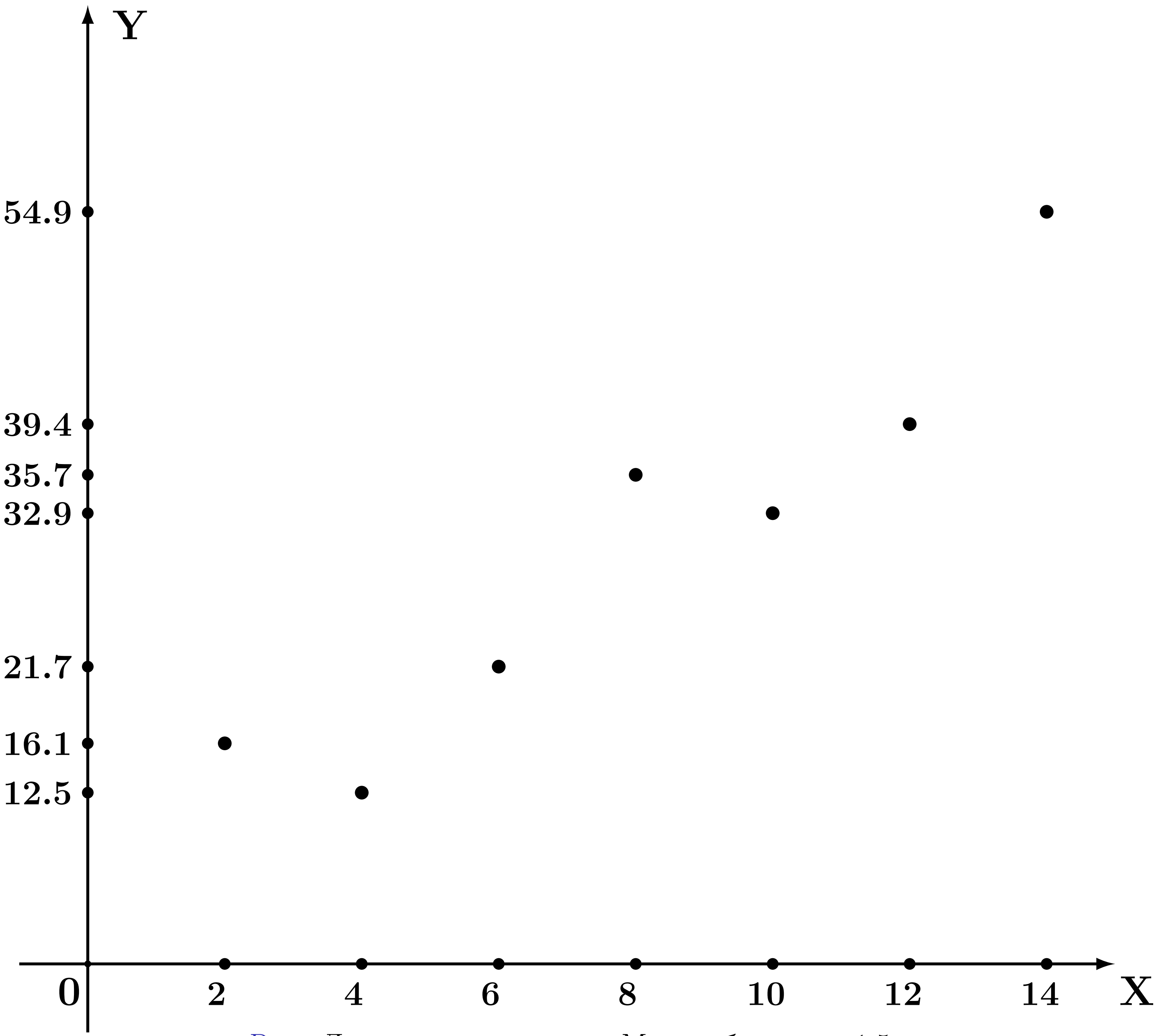

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.1	12.5	21.7	35.7	32.9	39.4	54.9	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \underline{\quad} \cdot a + \underline{\quad} \cdot b = \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \cdot a + \underline{\quad} \cdot b = \underline{\quad} \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{vmatrix} = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} - \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{vmatrix} = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} - \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{vmatrix} = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} - \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Отсюда

$$a = \frac{\underline{\quad}}{\underline{\quad}} = \underline{\quad}, \quad b = \frac{\underline{\quad}}{\underline{\quad}} = \underline{\quad}.$$

Уравнение регрессии $y = \underline{\quad} + \underline{\quad} \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \underline{\quad}) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\underline{\quad}, \underline{\quad}),$$

где $x_7 = \underline{\quad}$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \underline{\quad} + \underline{\quad} \cdot \underline{\quad} = \underline{\quad}.$$

Решение (график)

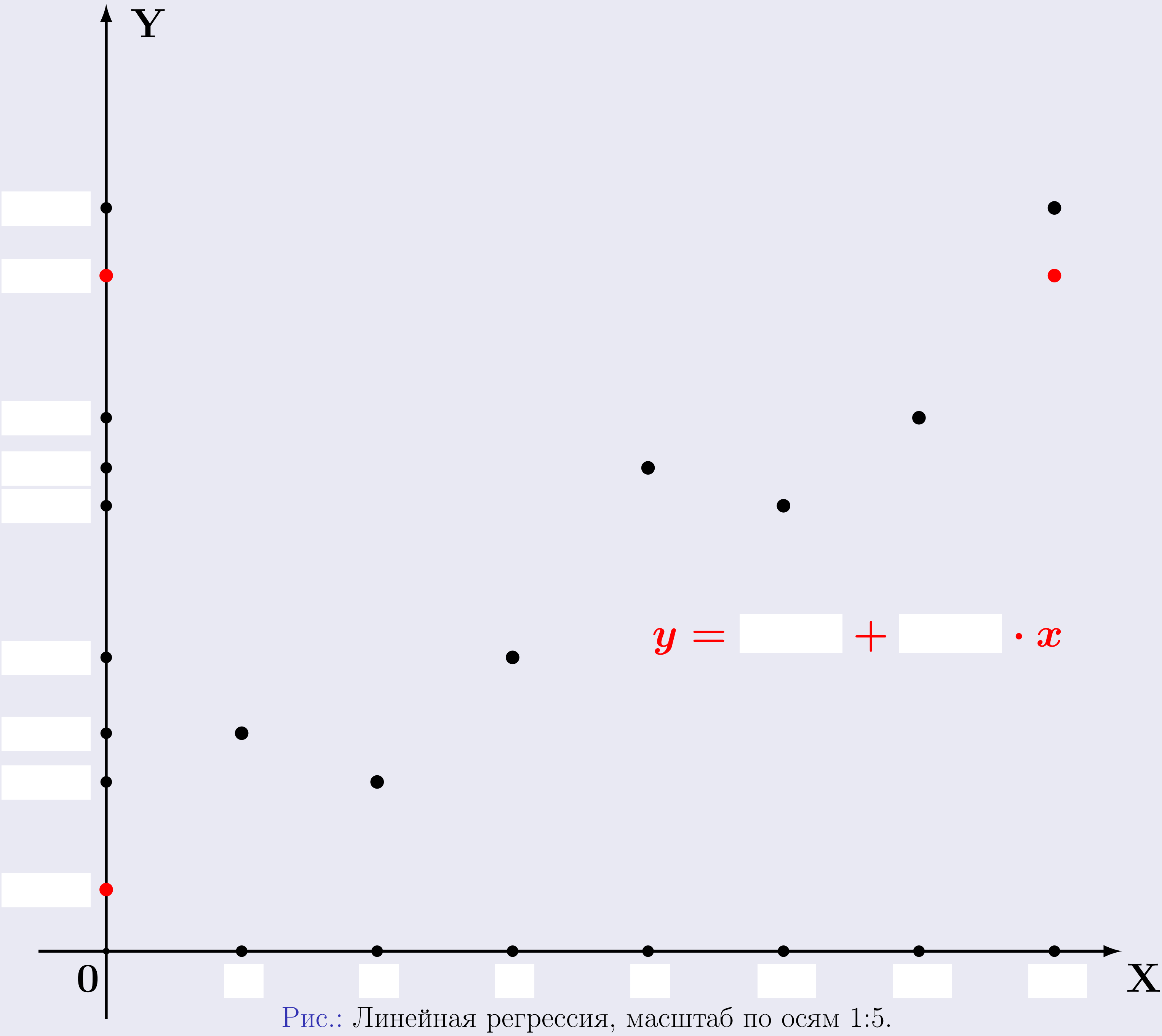

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 3 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 4

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**4**	**5**	**7**	∞
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 2 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \square, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \square, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

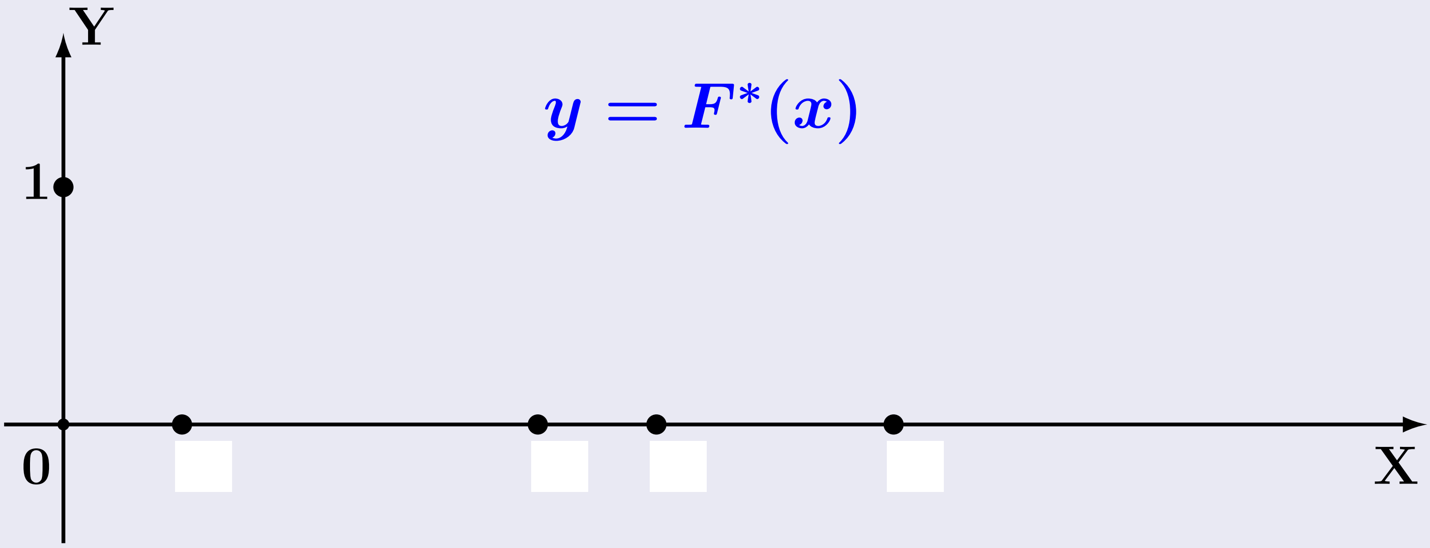

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad),$$

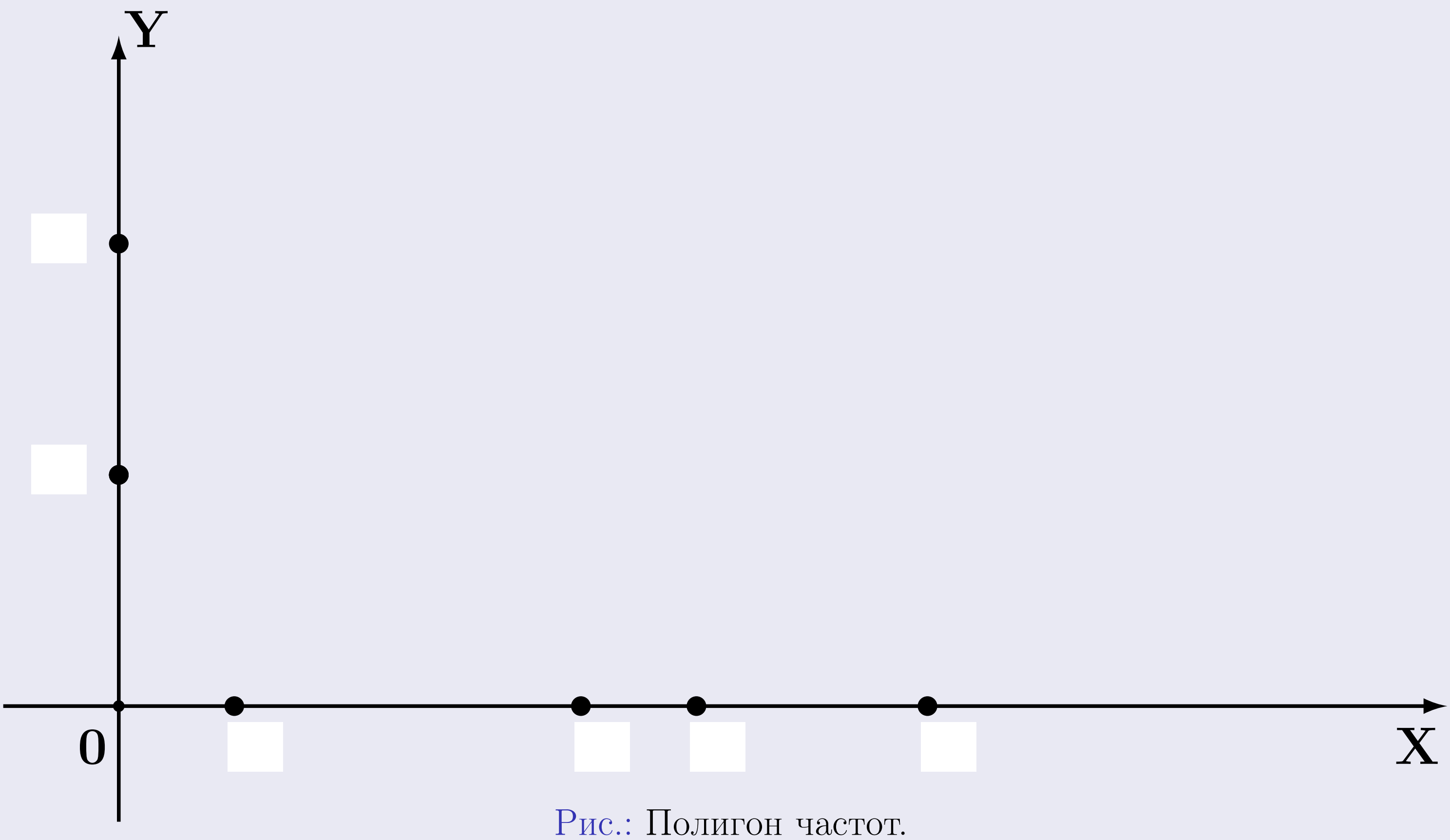

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2} =$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

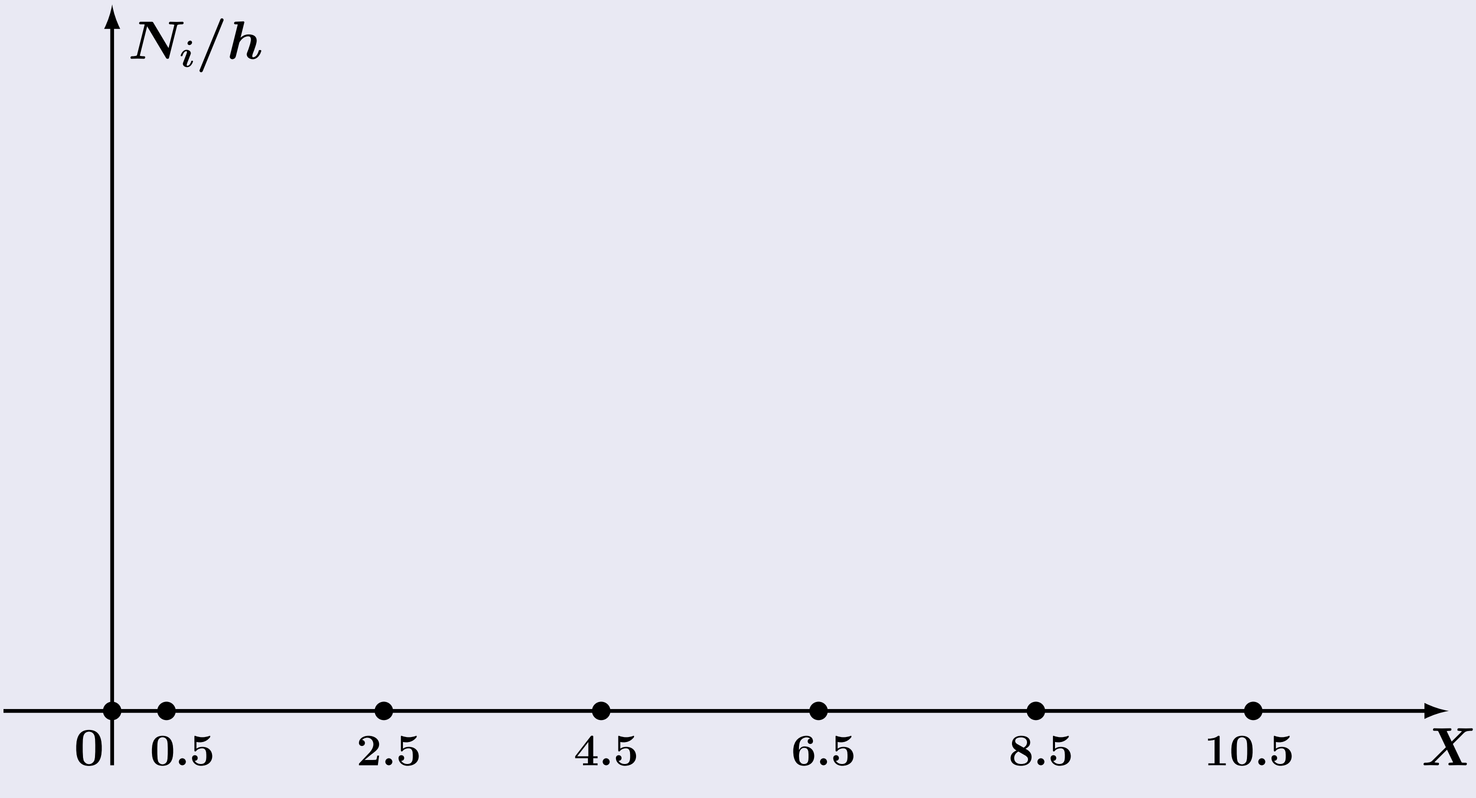

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 4 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	5	7
частоты n_i	2	2	4	2

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \\ = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	1	4	5	7
частоты n_i	2	2	4	2

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$

$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 4 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2*. Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 4.267\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.40 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 4.267 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{\quad\quad} = \quad\quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \quad\quad \\ b - a & = \quad\quad \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \quad\quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad\quad & & \text{при} \quad\quad \le x \le \quad\quad \\ & & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \quad\quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $ ______ . По таблице 2 стр. 31 находим $t = $ ______ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{____\cdot 5.70}{\sqrt{27}} = $ ______ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $ ______ . По таблице 2 стр. 31 находим $t = $ ______ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{____\cdot 5.70}{\sqrt{27}} = $ ______ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик ______

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик ______

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 58 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 58$, $m = 14$, $w = \frac{14}{58} = \quad$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.24 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad} \right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 400 испытаниях событие A появилось 160 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 400$, $m = 160$, $w = \frac{160}{400} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 4 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 14 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\alpha = 0.05}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\alpha = 0.01}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 4 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1: \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 4 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2 \cdot (19-1)}{5.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 4 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 106$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -26)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
ается.

Выборочная проверка вариант 4 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 400$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 198$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 400$ *и* α *, определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m *, для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{198}{400} - 0.55\right)\cdot\sqrt{400}}{\sqrt{0.55(1-0.55)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}.$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ $\boxed{\qquad}$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad, \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|U_{\text{набл}}| \_\_\_ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_ \cdot \_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_)} = \_\_\_$$

$$M = \_\_\_ * \_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_, \quad M' = \_\_\_ * \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_,$$

Доверительный интервал (___ ; ___), или ___ $< m <$ ___ .

Выборочная проверка вариант 4 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 4 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 800$ *элементов, и* $m_2 = 250$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1000$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{800} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{250}{1000} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{800} - \frac{250}{1000}\right)}{\sqrt{\frac{240+250}{800+1000}\cdot\left(1-\frac{240+250}{800+1000}\right)\cdot\left(\frac{1}{800}+\frac{1}{1000}\right)}} =$$

$$= \frac{}{\sqrt{\cdot\cdot}} = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{} = \boxed{}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = $ и $U_{\text{кр}} = $:

$$|U_{\text{набл}}| U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 4 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130 - 135|}{\sqrt{83/27 + 100/35}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 4 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{(n_X-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X+n_Y-2)}{n_X+n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40-30.55}{\sqrt{10\cdot 0.84 + 15\cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 16\cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 4 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.0), \ (4, 12.0), \ (6, 20.8), \ (8, 34.4), \ (10, 31.2), \ (12, 37.3), \ (14, 52.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \rightarrow \boldsymbol{min}$.

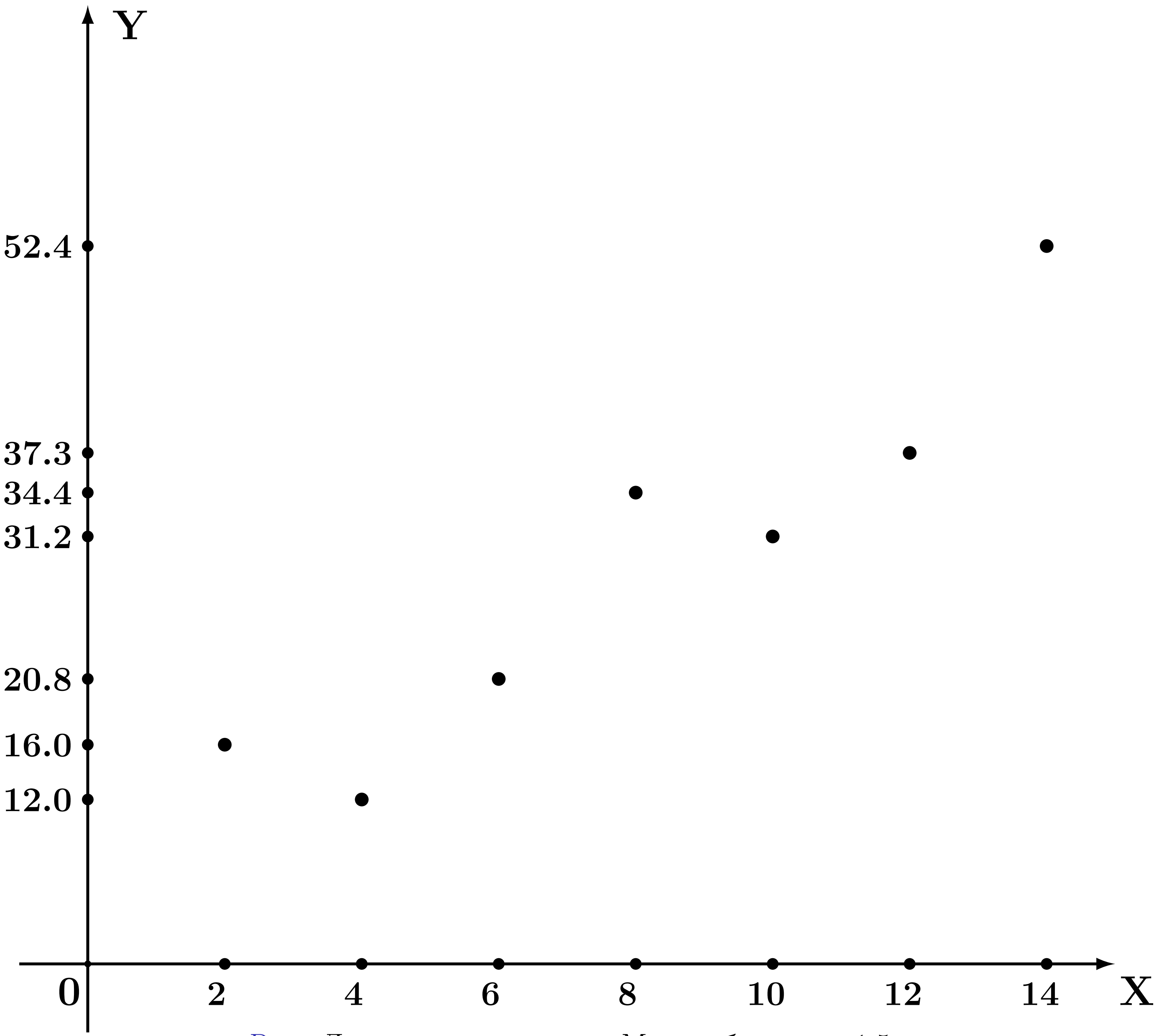

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.0	12.0	20.8	34.4	31.2	37.3	52.4	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

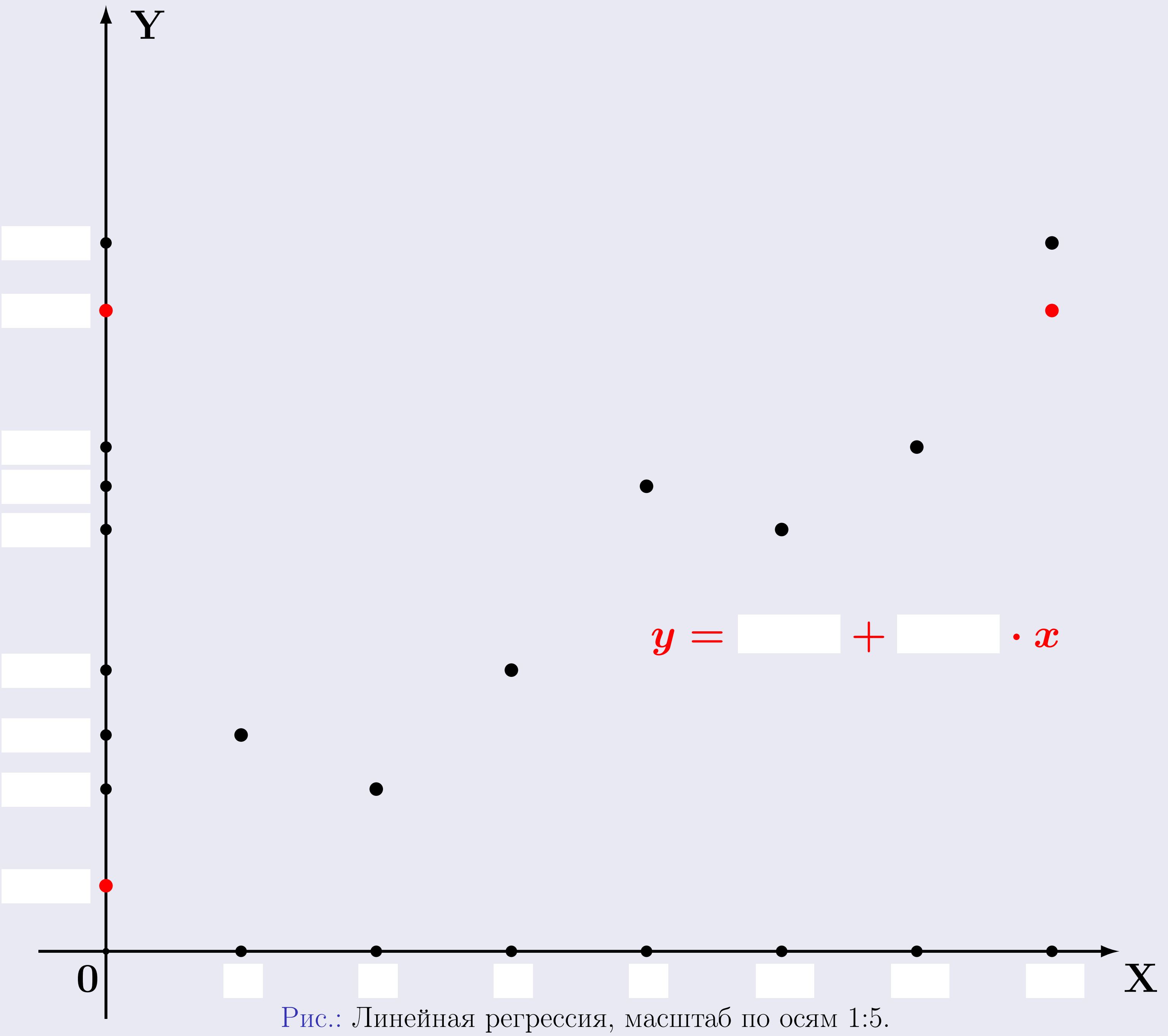

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 4 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 5

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \boxed{}\,, \quad w_2 = \boxed{}\,, \quad w_3 = \boxed{}\,, \quad w_4 = \boxed{}\,.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**4**	**5**	**8**	∞
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 2 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \boxed{}\,, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \boxed{}\,, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \boxed{}\,, & \text{если } 5 < x \le 8 \\ \boxed{}\,, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

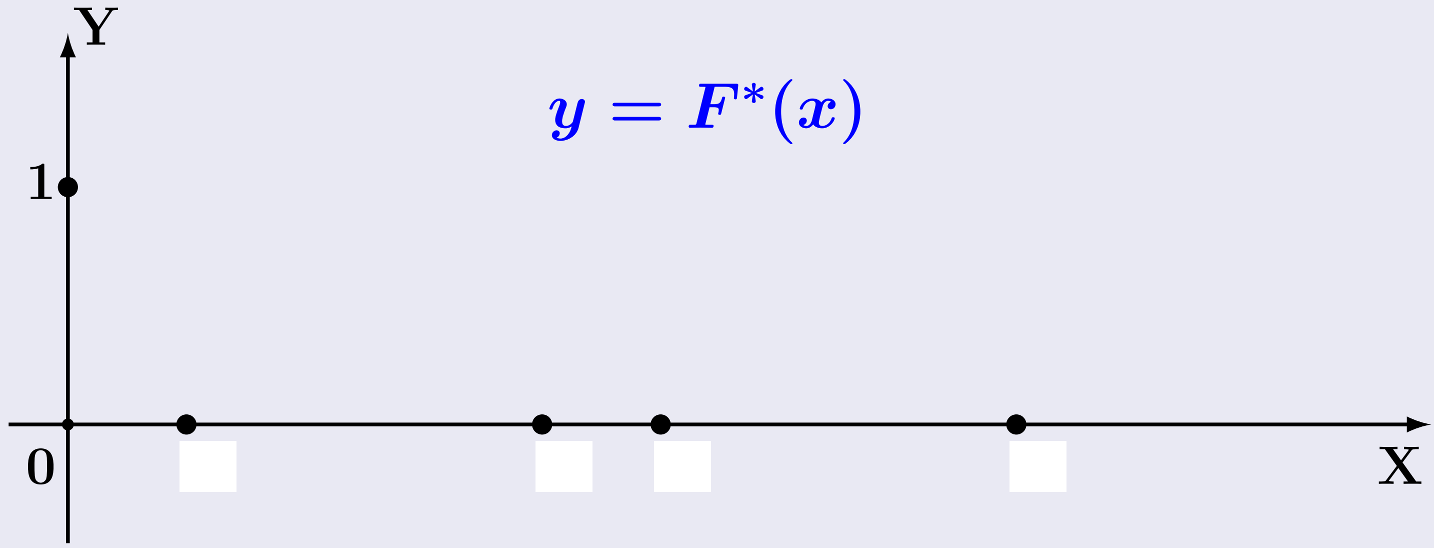

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (5, \quad), \quad (8, \quad),$$

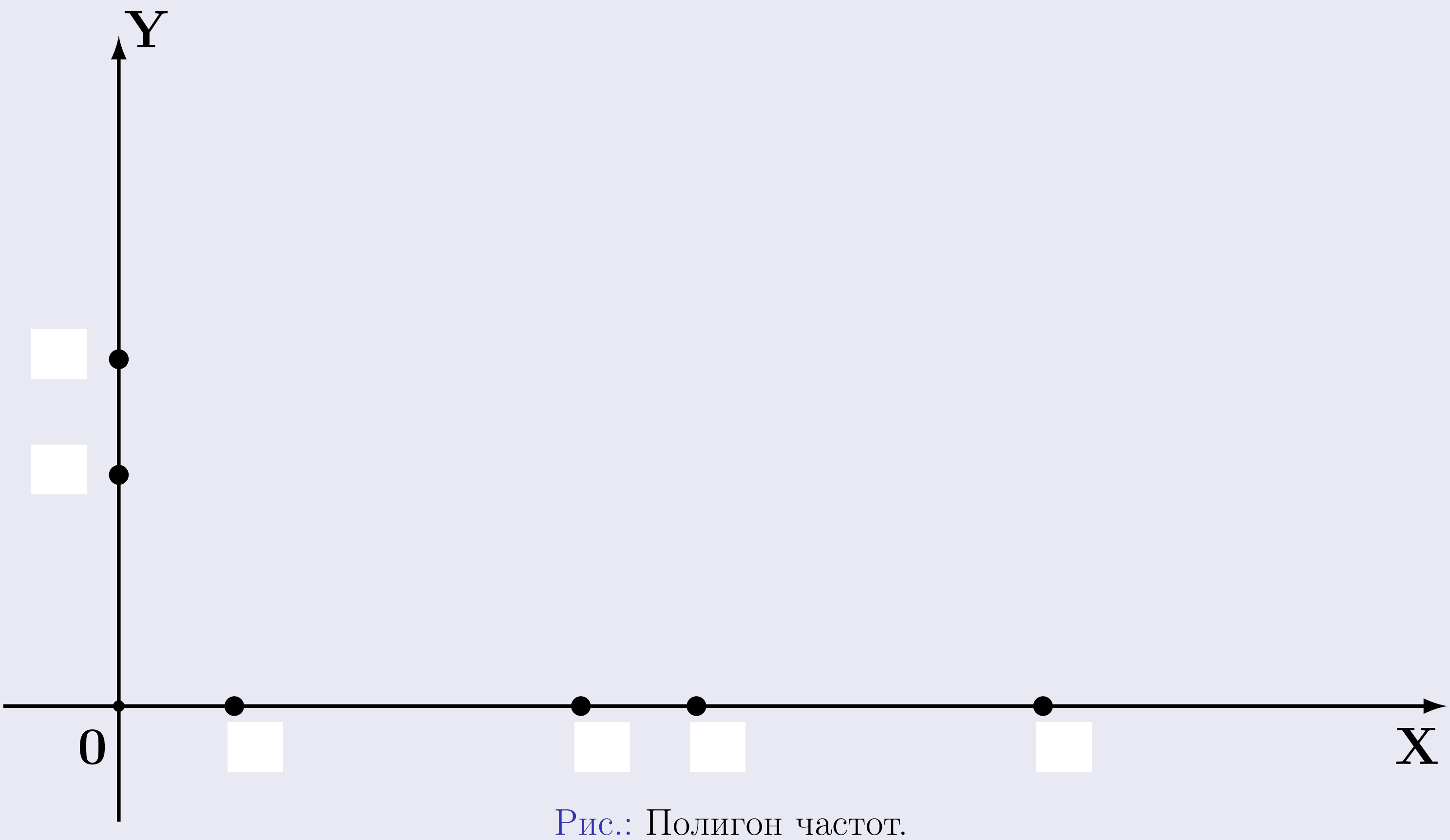

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

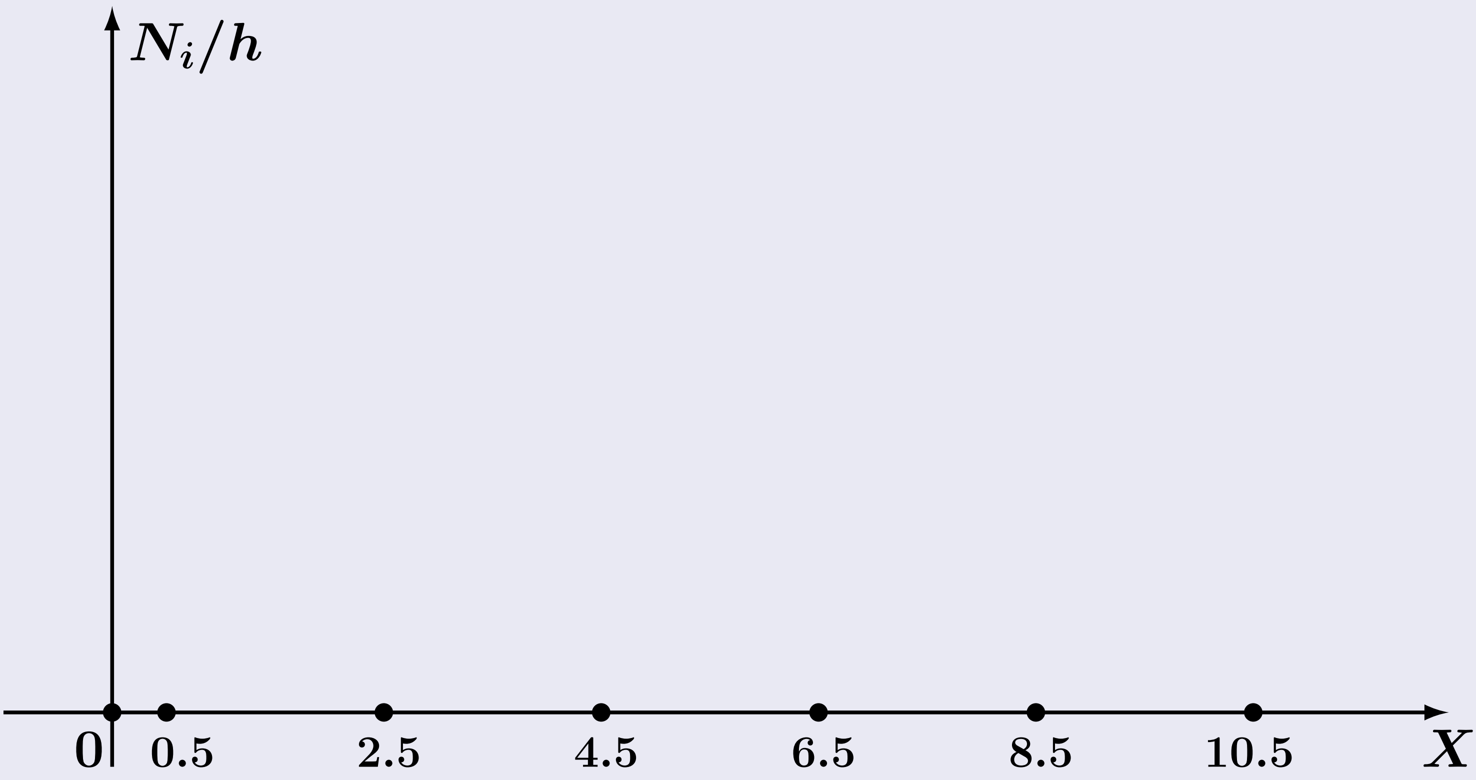

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 5 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	5	8
частоты n_i	2	2	3	3

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей*

варианты x_i	1	4	5	8
частоты n_i	2	2	3	3

задачи 2.

Признак X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} = \quad$$

$$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} = \quad$$

$$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} = \quad$$

$$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} = \quad$$

$$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} = \quad$$

$$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} = \quad$$

$$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} = \quad$$

$$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} = \quad$$

$$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} = \quad$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = \quad$.

Выборочная проверка вариант 5 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи		Клик	
формат 1.23, $p_5 =$ введи		Клик	
формат 1.23, $p_7 =$ введи		Клик	

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.767\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b = 2 \cdot 4.90 =$ ______ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.767 =$ ______,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ______, $b =$ ______,
$a =$ ______ $-$ ______ $=$ ______. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \text{ при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при } \le x \le \\ & 0 \text{ при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик ______

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \qquad$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\qquad \cdot 6.00}{\sqrt{27}} = \qquad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \qquad$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\qquad \cdot 6.00}{\sqrt{27}} = \qquad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \dfrac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \dfrac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\ \ ; \ \ ), \quad \text{или} \quad \ \ < \sigma < \ \ . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\ \ ; \ \ ), \quad \text{или} \quad \ \ < \sigma < \ \ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 62 испытаниях событие A появилось 13 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 62$, $m = 13$, $w = \frac{13}{62} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.21 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 407 испытаниях событие A появилось 157 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 407$, $m = 157$, $w = \frac{157}{407} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 5 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 15 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \ \square \ F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \ \square \ F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 5 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 5 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 20$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (20-1)}{7.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 5 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 108$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -28)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 5 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 239$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.65$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{239}{406} - 0.65\right) \cdot \sqrt{406}}{\sqrt{0.65(1-0.65)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad , \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|U_{\text{набл}}| \ \_\_\_\_ \ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 5 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 5 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 253$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{806} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{253}{1006} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{806} - \frac{253}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{241+253}{806+1006} \cdot \left(1 - \frac{241+253}{806+1006}\right) \cdot \left(\frac{1}{806} + \frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \, p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 5 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-135|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \qquad .$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}| \qquad \boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|\boldsymbol{Z}_{\textbf{набл}}| \qquad \boldsymbol{Z}_{\textbf{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 5 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 0.84 + 16\cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 5 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.5),\ (4, 14.5),\ (6, 24.3),\ (8, 38.9),\ (10, 36.7),\ (12, 43.8),\ (14, 59.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a,b) \to \boldsymbol{min}$.

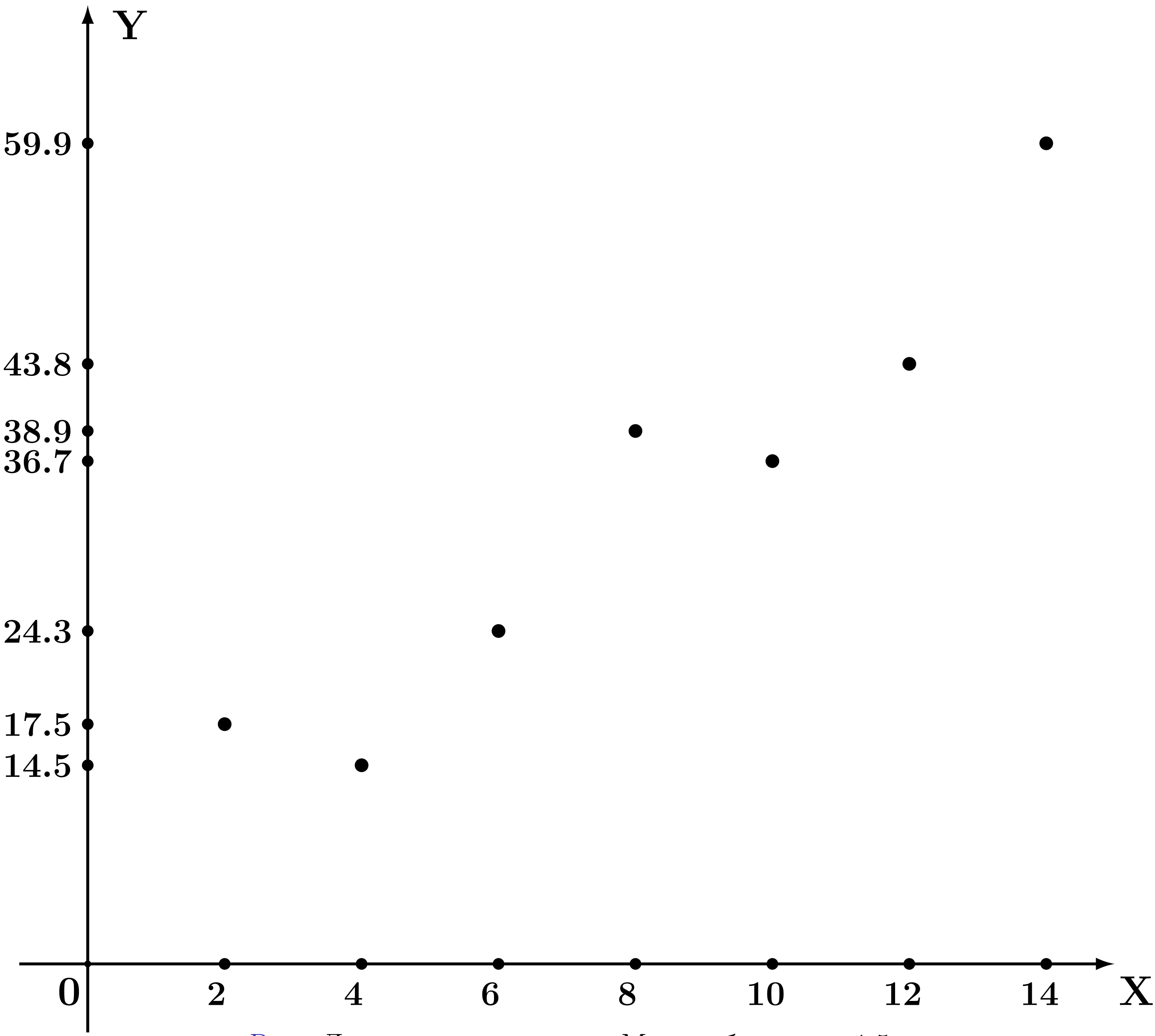

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	17.5	14.5	24.3	38.9	36.7	43.8	59.9	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

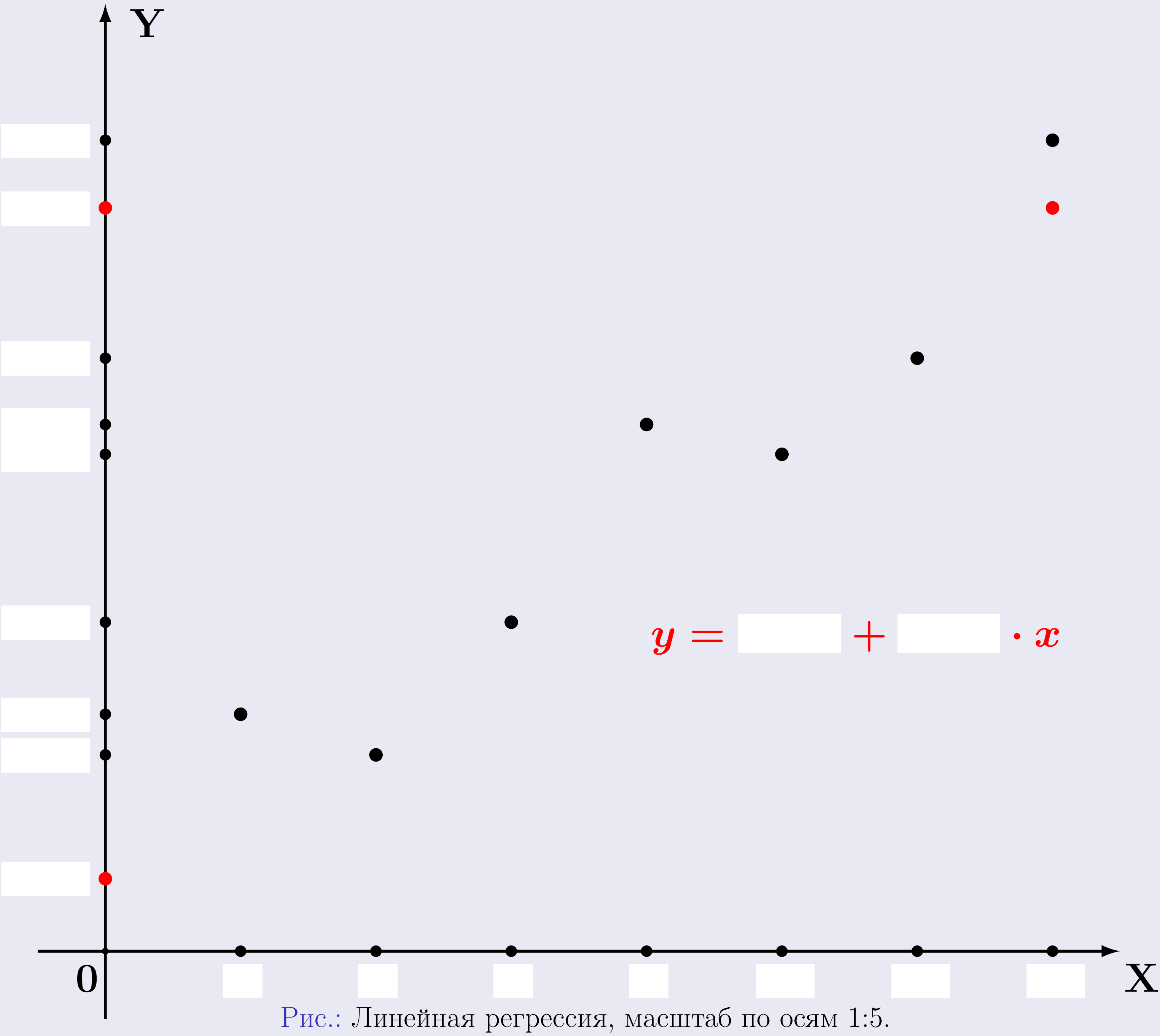

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 5 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0\colon\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$**ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 6

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	6	8
частоты n_i	2	2	4	2

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \square\,, \quad w_2 = \square\,, \quad w_3 = \square\,, \quad w_4 = \square\,.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	1	4	6	8	∞
частоты n_i	2	2	4	2	0
частоты $n(< x_i)$	0				
относительные частоты $w(< x_i)$	0				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 2 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \square\,, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \square\,, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \square\,, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \square\,, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

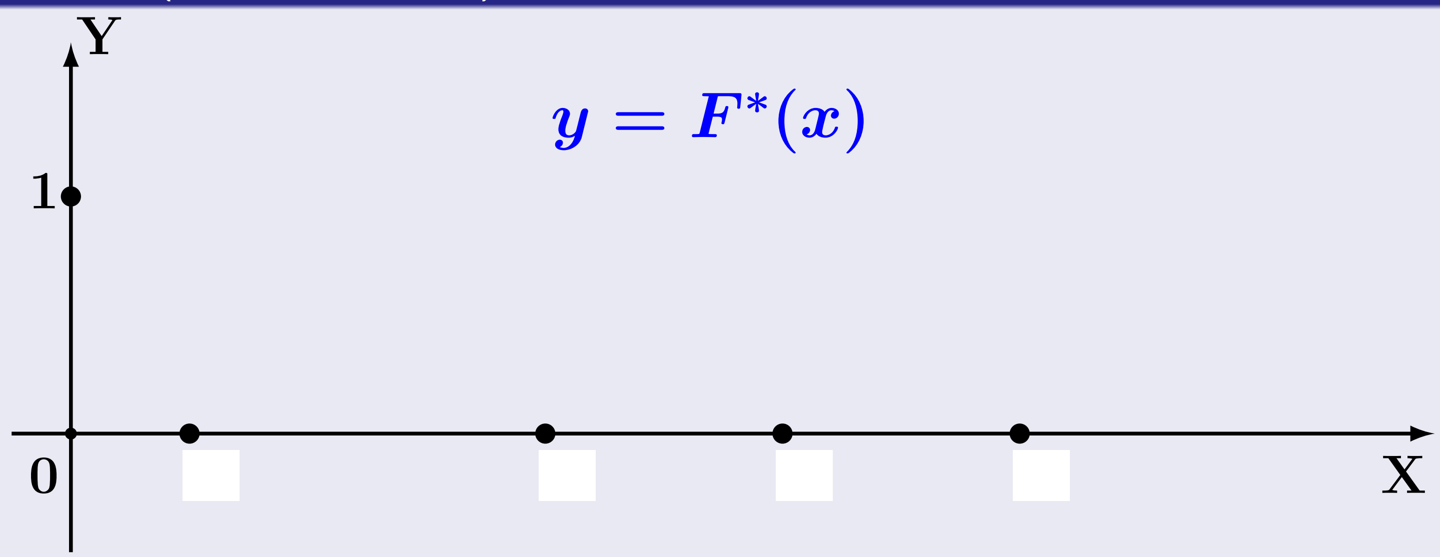

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (8, \quad),$$

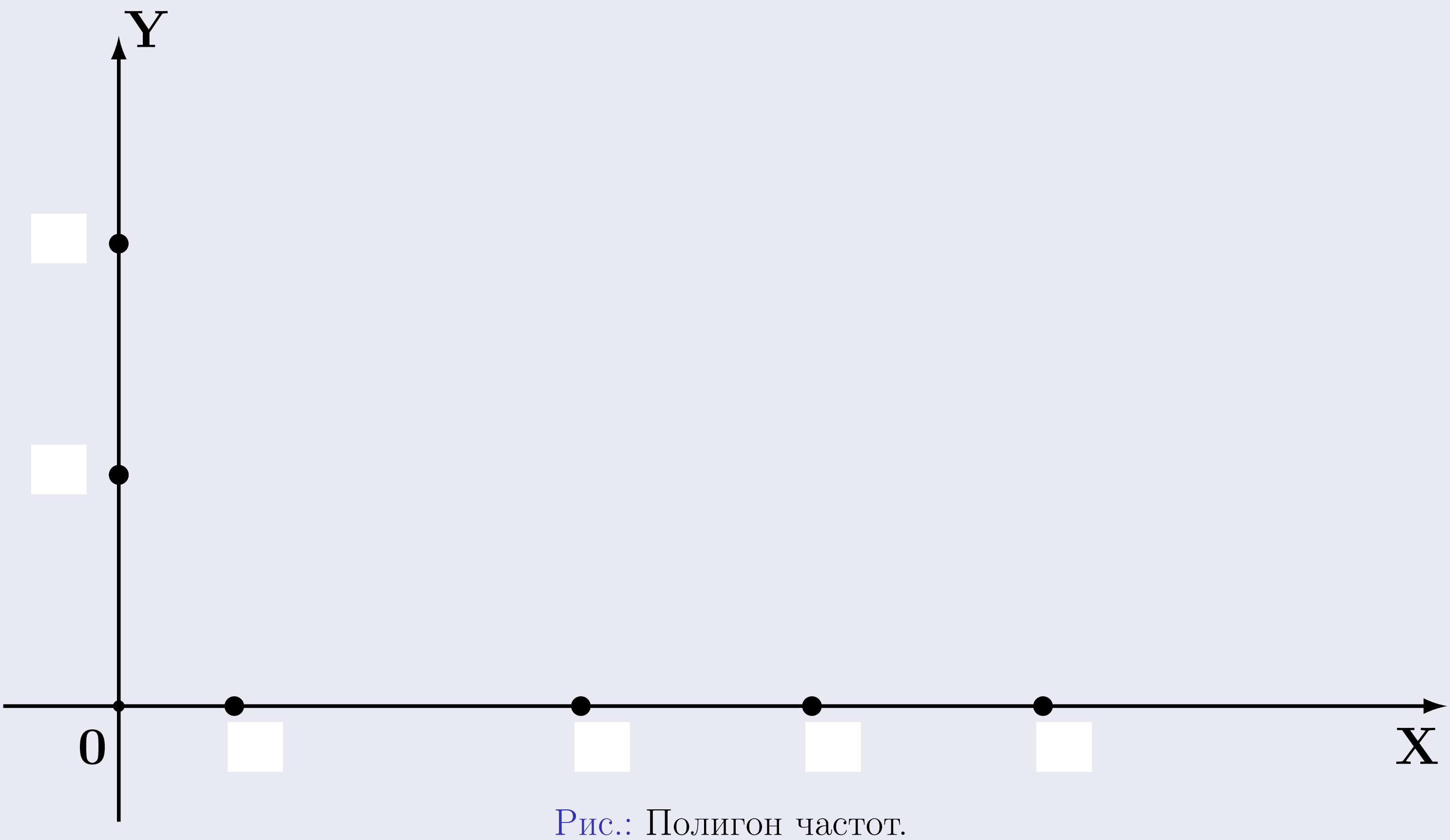

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

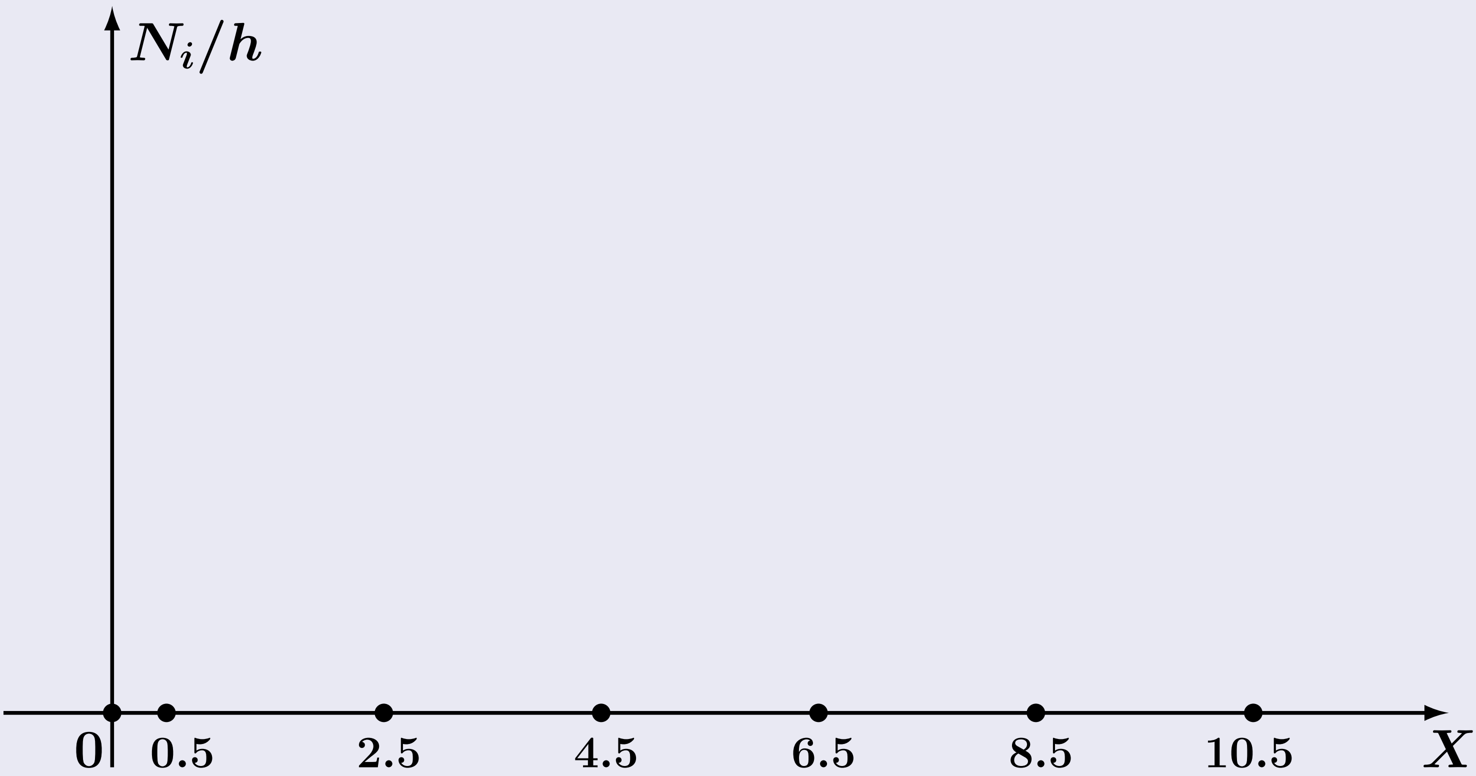

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 6 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$

$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 6 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей*

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.222\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.00 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.222 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{\quad} = \quad.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad & \text{при } \quad \le x \le \quad \\ 0 & \text{при } x > \quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_ ; \_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ \,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_ ; \_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ \,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Вариант 6 задача 9 возврат огл

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 59 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 59$, $m = 16$, $w = \frac{16}{59} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.27 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square ; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 405 испытаниях событие A появилось 167 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 405$, $m = 167$, $w = \frac{167}{405} = $)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 6 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \square .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 14 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \square$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \;\square\; \boldsymbol{F_{\text{кр}}} .$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \square$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \;\square\; \boldsymbol{F_{\text{кр}}} .$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

Выборочная проверка вариант 6 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$\boldsymbol{F_{\text{кр}}(0.01) =}$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 6 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи [ ] Клик [ ]

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2 \cdot (19-1)}{5.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad .$
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 6 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 15.603$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 106$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad-26)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
ается.

Выборочная проверка вариант 6 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 188$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{188}{406} - 0.50\right) \cdot \sqrt{406}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad, \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 6 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 6 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 242$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны*. *Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{242}{806} = 0.300 , \quad w_2 = \frac{251}{1006} = 0.250 .$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{242}{806} - \frac{251}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{242+251}{806+1006} \cdot \left(1 - \frac{242+251}{806+1006}\right) \cdot \left(\frac{1}{806} + \frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495 .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ______ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 6 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-136|}{\sqrt{83/27 + 103/35}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$ **ается**

Выборочная проверка вариант 6 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.55}{\sqrt{10 \cdot 1.14 + 15 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 16 \cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 6 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 15.1),\ (4, 10.5),\ (6, 18.7),\ (8, 31.7),\ (10, 27.9),\ (12, 33.4),\ (14, 47.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

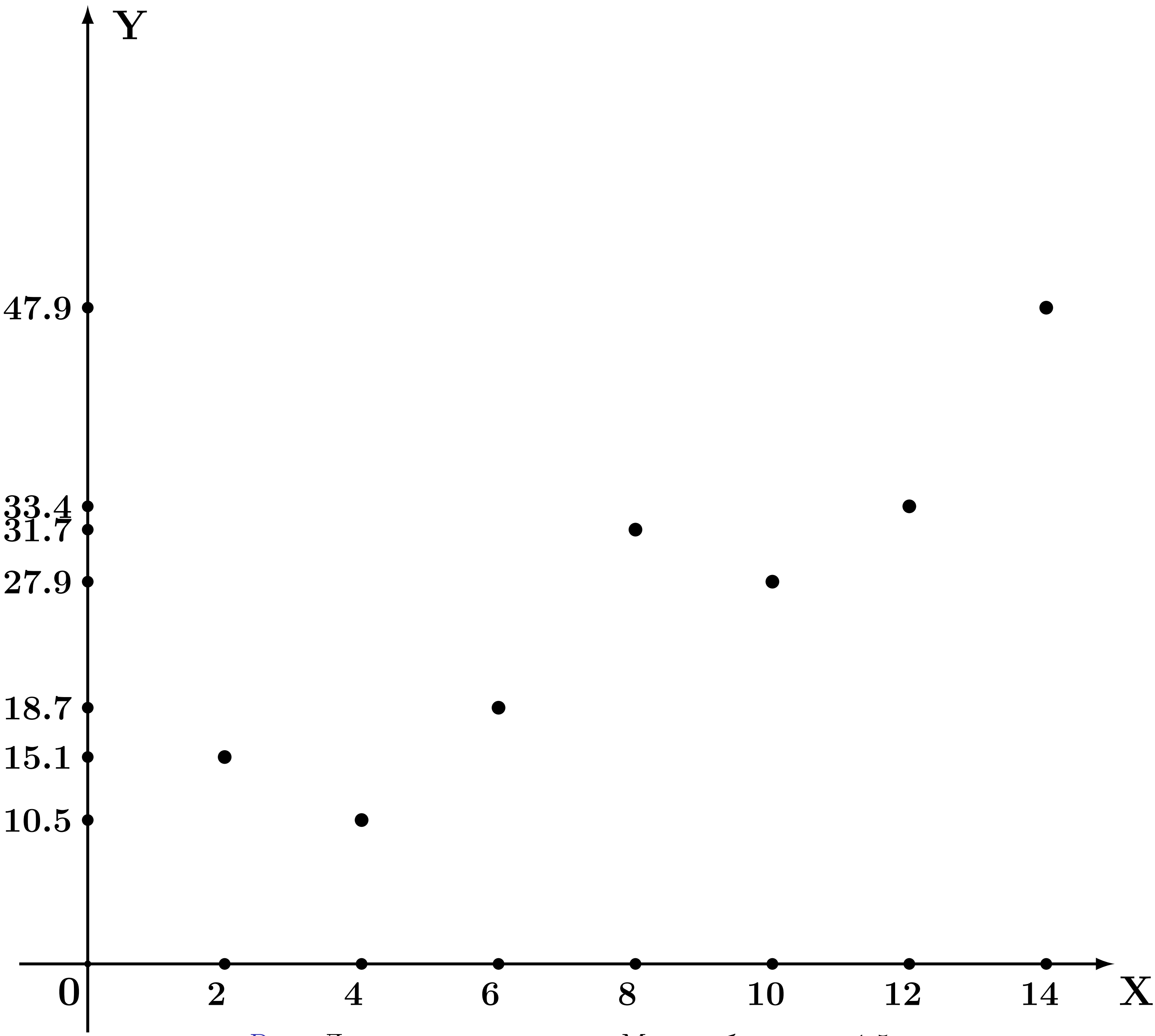

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	15.1	10.5	18.7	31.7	27.9	33.4	47.9	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

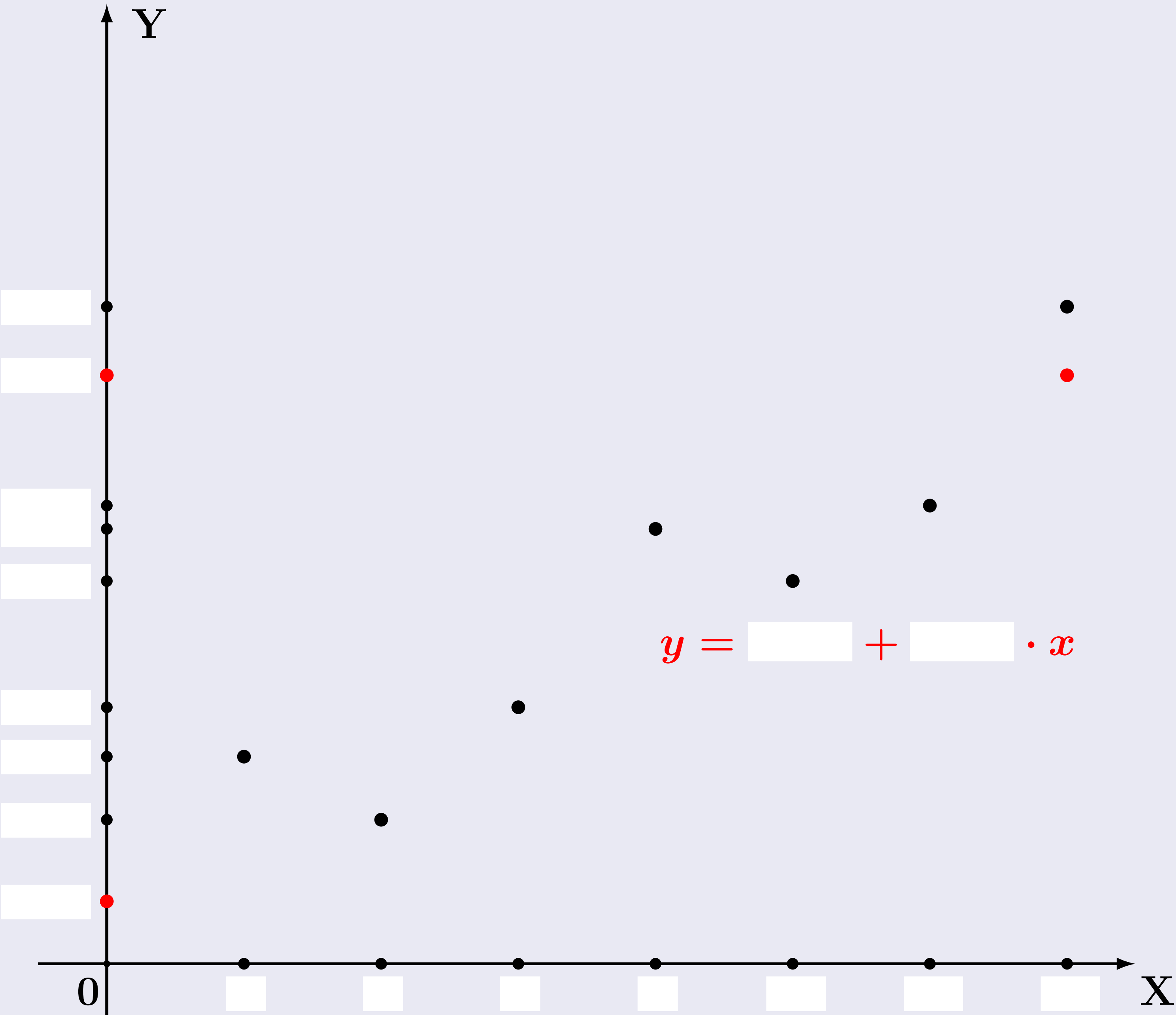

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 6 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0\colon\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 7

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \boxed{}, \quad w_2 = \boxed{}, \quad w_3 = \boxed{}, \quad w_4 = \boxed{}.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**4**	**6**	**9**	∞
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 2 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ \boxed{}, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \boxed{}, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \boxed{}, & \text{если } 6 < x \le 9 \\ \boxed{}, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

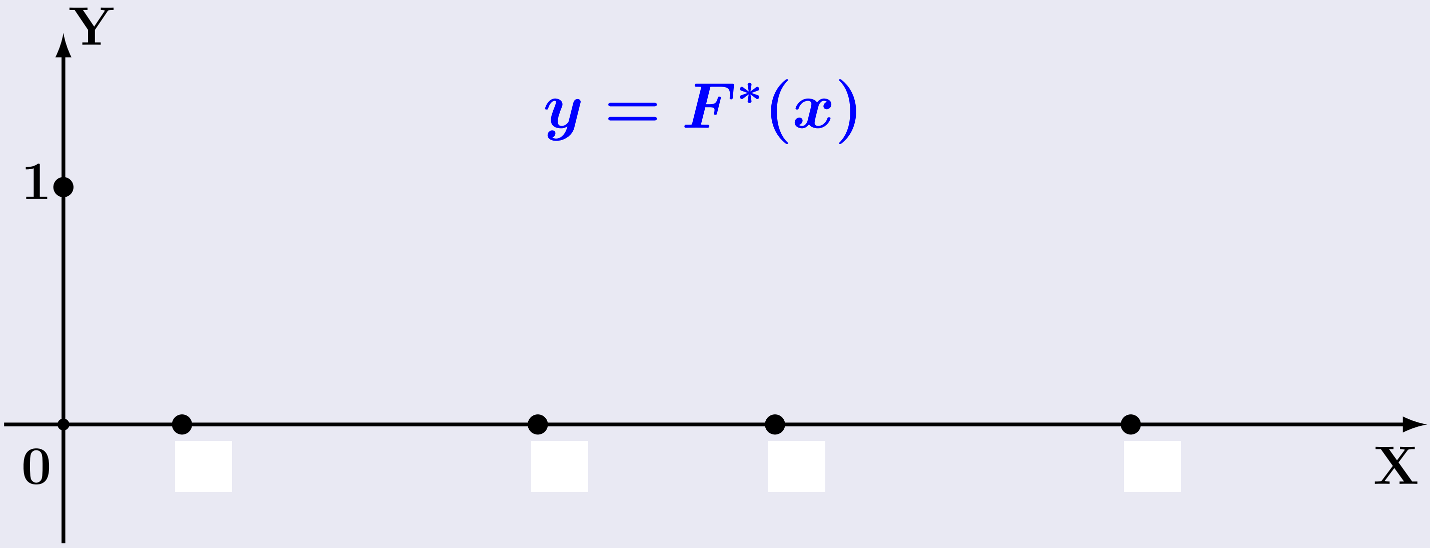

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (9, \quad),$$

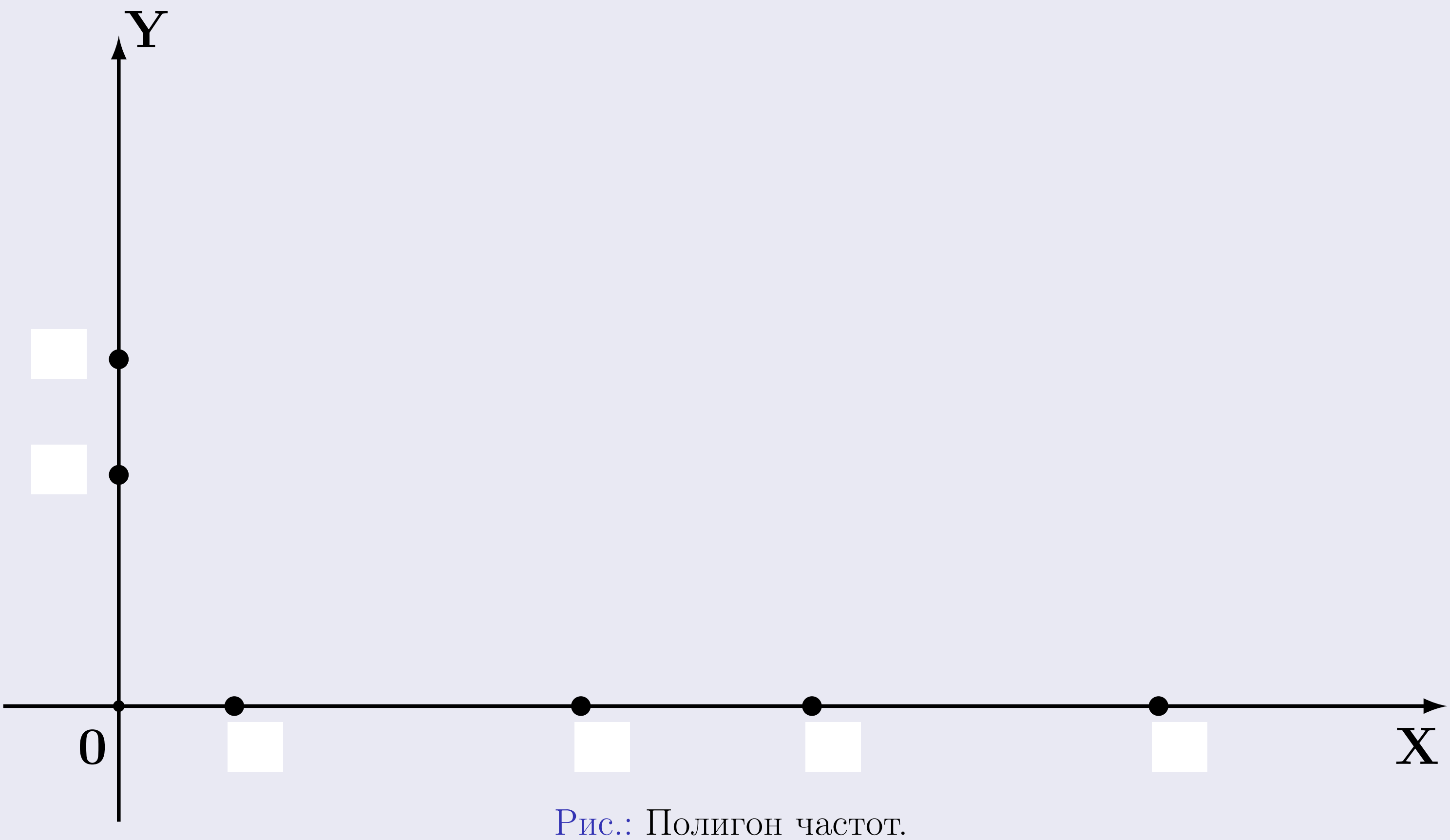

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	1	4	6	9
частоты n_i	2	2	3	3

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

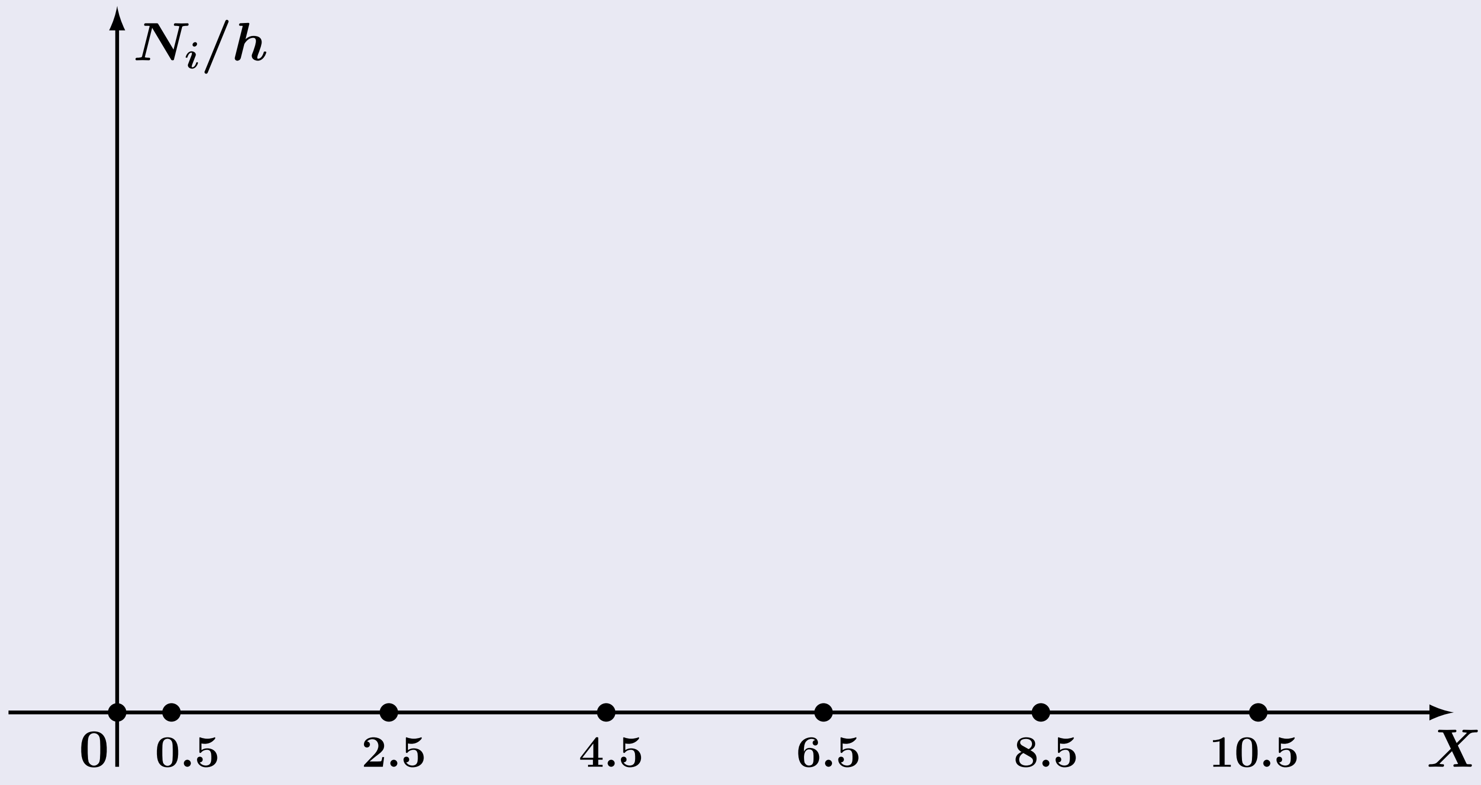

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 7 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1, $N_2 =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1, $N_3 =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1, $N_4 =$ введи [ ] Клик [ ]

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей*

$\boldsymbol{варианты}\ x_i$	1	4	6	9
$\boldsymbol{частоты}\ n_i$	2	2	3	3

задачи 2.

Признак X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$$

$$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 7 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.167\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.50 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 9.167 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,

$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \text{ при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при } \le x \le \\ & 0 \text{ при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{27}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\,;\,\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{27}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\,;\,\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \tag{$*$}$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 63 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 63$, $m = 15$, $w = \frac{15}{63} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.24 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$(\quad ; \quad)$, или $\quad < p < \quad$.

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$(\quad ; \quad)$, или $\quad < p < \quad$.

Выборочная проверка вариант 7 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 412 испытаниях событие A появилось 164 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 412$, $m = 164$, $w = \frac{164}{412} = \_\_\_$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \_\_\_$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \_\_\_$. По Правилу 17

$$p_1 = \_\_\_ - \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

$$p_2 = \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < p < \_\_\_. \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \_\_\_$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \_\_\_$. По Правилу 17

$$p_1 = \_\_\_ - \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

$$p_2 = \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < p < \_\_\_. \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 7 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ___ Клик ___

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ___ Клик ___

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 7 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1: \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 7 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 20$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (20-1)}{7.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 7 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 15.603$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 108$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -28)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
☐ **ается**.

Выборочная проверка вариант 7 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи ☐ Клик ☐

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ☐ Клик ☐

Задача 15

В результате $n = 412$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 229$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0: \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1: \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 412$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{229}{412} - 0.60\right)\cdot\sqrt{412}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{\square}{\square} = \square .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \square .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \square$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \square$ и $U_{\text{кр}} = \square$:

$$|U_{\text{набл}}| \;\square\; U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ $\square$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta, \quad M' = np_0 + \delta, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \square \cdot \sqrt{\square \cdot \square \cdot (1 - \square)} = \square$$

$$M = \square * \square - \square = \square, \quad M' = \square * \square + \square = \square,$$

Доверительный интервал ($\square$; $\square$), или $\square < m < \square$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 7 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 7 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 243$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 812$ *элементов, и* $m_2 = 254$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1012$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \; p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \; p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{243}{812} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{254}{1012} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{243}{812} - \frac{254}{1012}\right)}{\sqrt{\frac{243+254}{812+1012} \cdot \left(1 - \frac{243+254}{812+1012}\right) \cdot \left(\frac{1}{812} + \frac{1}{1012}\right)}} =$$

$$= \frac{}{\sqrt{ \cdot \cdot }} = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{} = \boxed{}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = $ и $U_{\text{кр}} = $:

$$|U_{\text{набл}}| U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : \; p_1 = p_2$ $\boxed{}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 7 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{83/27 + 106/37}} = \qquad .$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 7 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 7 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.6),\ (4, 13.0),\ (6, 22.2),\ (8, 36.2),\ (10, 33.4),\ (12, 39.9),\ (14, 55.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$ *, которая зависит от параметров* a, b *. Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

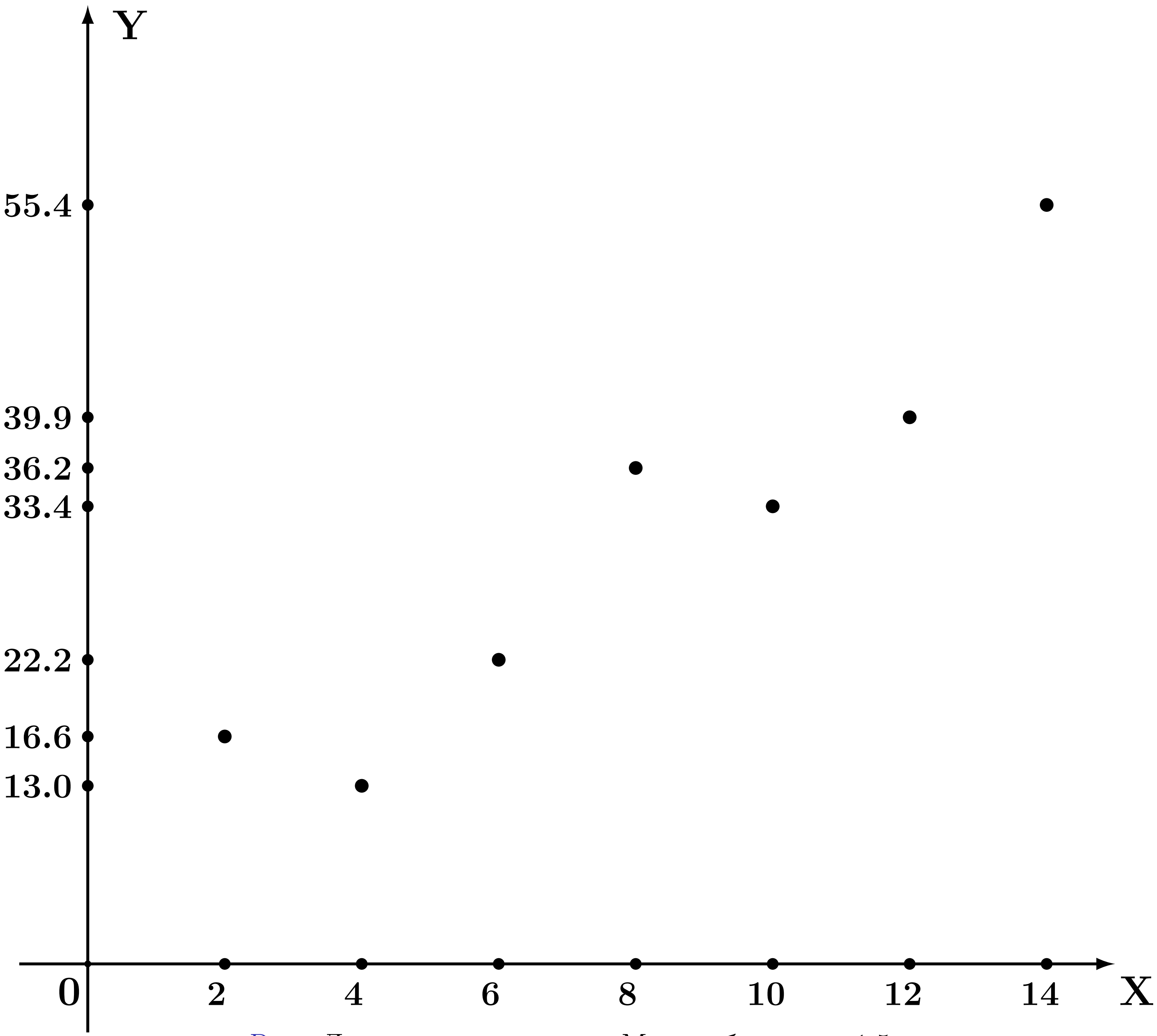

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.6	13.0	22.2	36.2	33.4	39.9	55.4	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad.$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad.$$

Решение (график)

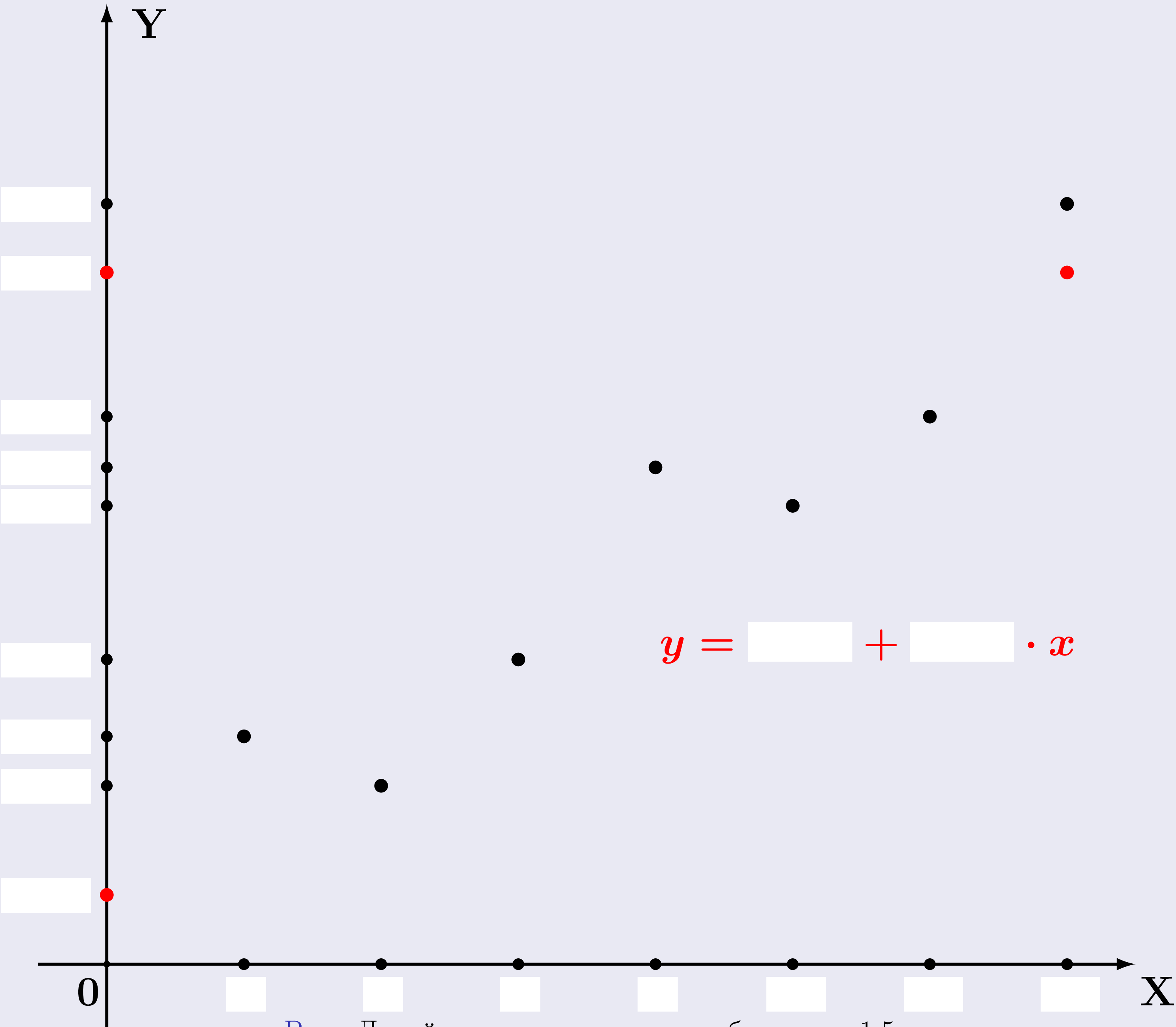

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 7 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 8

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**5**	**7**	∞
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \square, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

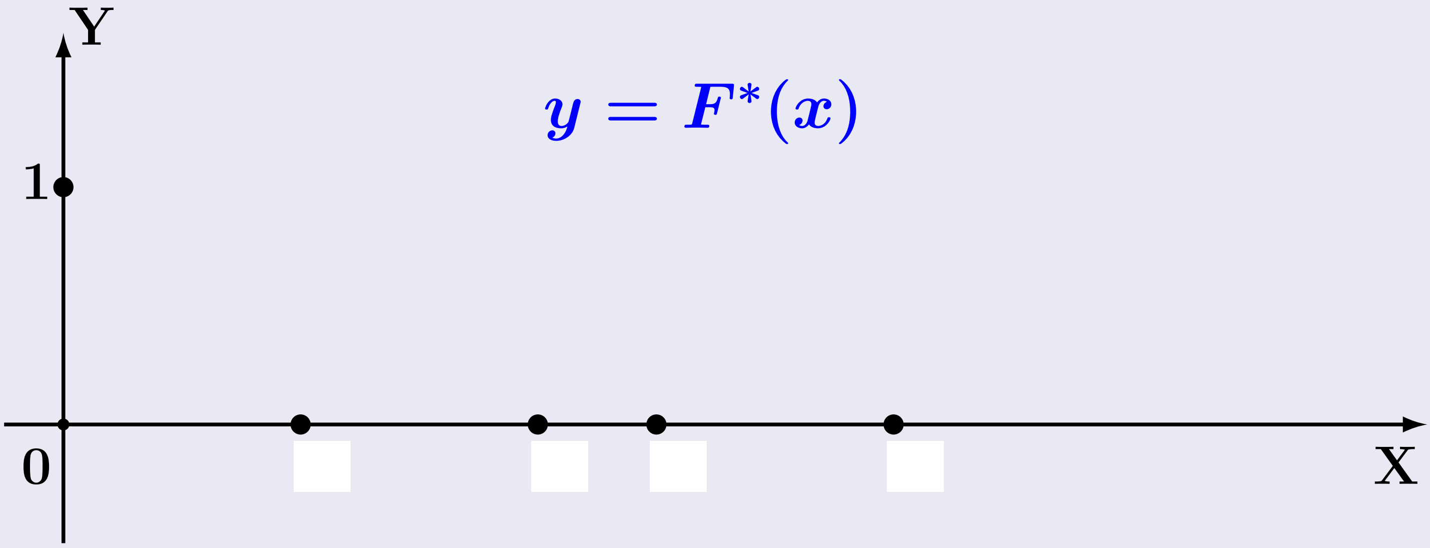

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (4, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

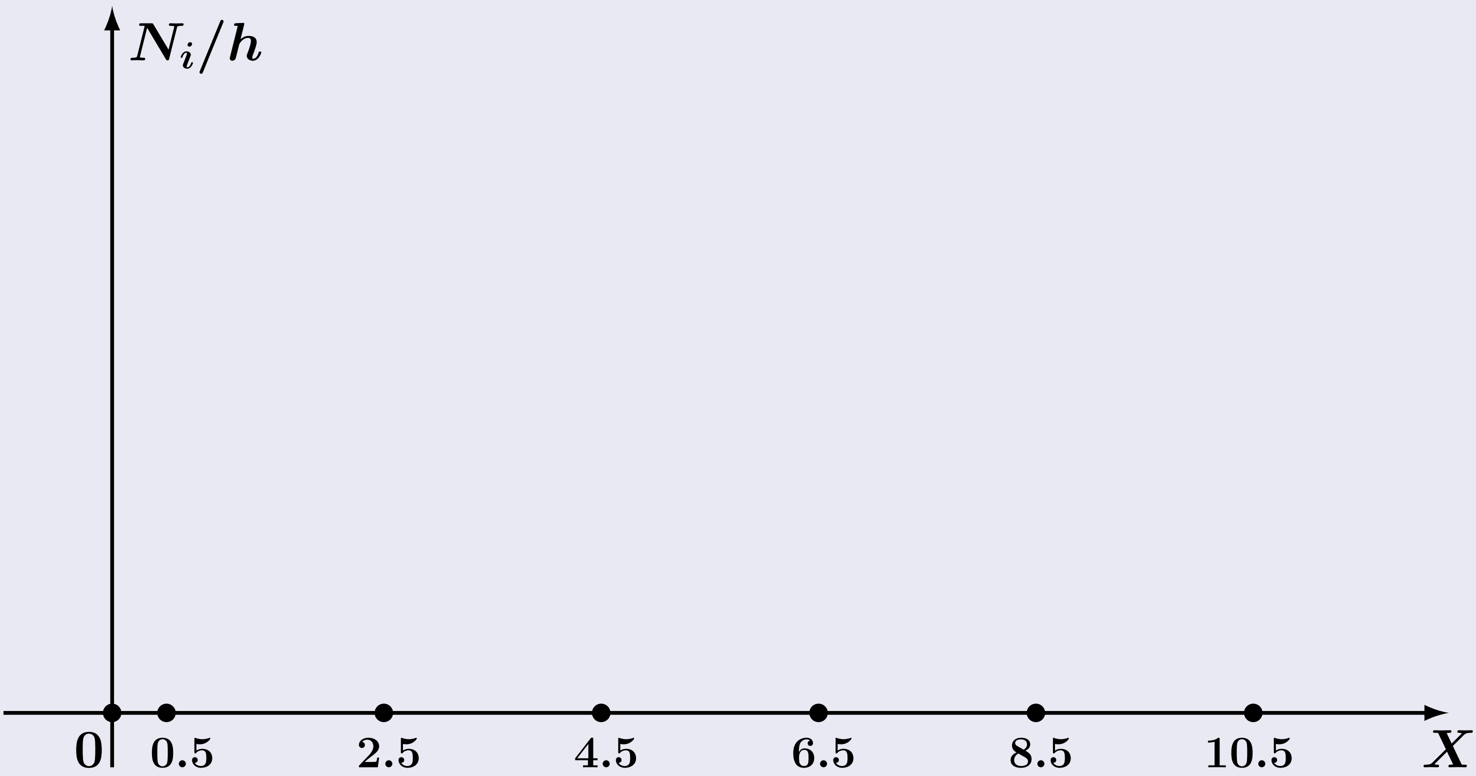

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 8 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	4	5	7
частоты n_i	3	1	4	2

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad.$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$

$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 8 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей*

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < a \\ \frac{1}{b-a} \ \text{при} \ a \le x \le b \\ 0 \ \text{при} \ x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 3.600\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b = 2\cdot 4.40 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12\cdot 3.600 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{\quad} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < \quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad \ \text{при} \quad \le x \le \quad \\ 0 \ \text{при} \ x > \quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 60 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 60$, $m = 15$, $w = \frac{15}{60} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2+\square}\cdot\left[\square+\frac{\square^2}{2\cdot\square}-\square\cdot\sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}+\left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2}\,\right]=\square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2+\square}\cdot\left[0.25+\frac{\square^2}{2\cdot\square}+\square\cdot\sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}+\left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2}\,\right]=\square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2+\square}\cdot\left[\square+\frac{\square^2}{2\cdot\square}-\square\cdot\sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}+\left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2}\,\right]=\square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2+\square}\cdot\left[\square+\frac{\square^2}{2\cdot\square}+\square\cdot\sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}+\left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2}\,\right]=\square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи $\square$ Клик $\square$

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи $\square$ Клик $\square$

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 400 испытаниях событие A появилось 160 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 400$, $m = 160$, $w = \frac{160}{400} =$ ____)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 8 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 8 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Проверить нулевую гипотезу

$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе

$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 8 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 18$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2 \cdot (18-1)}{4.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 8 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 110$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad - 25) \cdot \sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 8 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{a}_0 = \mathbf{25}$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 400$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 178$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 400$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{178}{400} - 0.50\right) \cdot \sqrt{400}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ $\boxed{\quad}$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 8 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 8 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 800$ *элементов, и* $m_2 = 250$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1000$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{800} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{250}{1000} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{800} - \frac{250}{1000}\right)}{\sqrt{\frac{240+250}{800+1000} \cdot \left(1 - \frac{240+250}{800+1000}\right) \cdot \left(\frac{1}{800} + \frac{1}{1000}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 8 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-135|}{\sqrt{80/25 + 100/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 8 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1:\ \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 17\cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 8 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.5),\ (4, 13.5),\ (6, 23.3),\ (8, 37.9),\ (10, 35.7),\ (12, 42.8),\ (14, 58.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

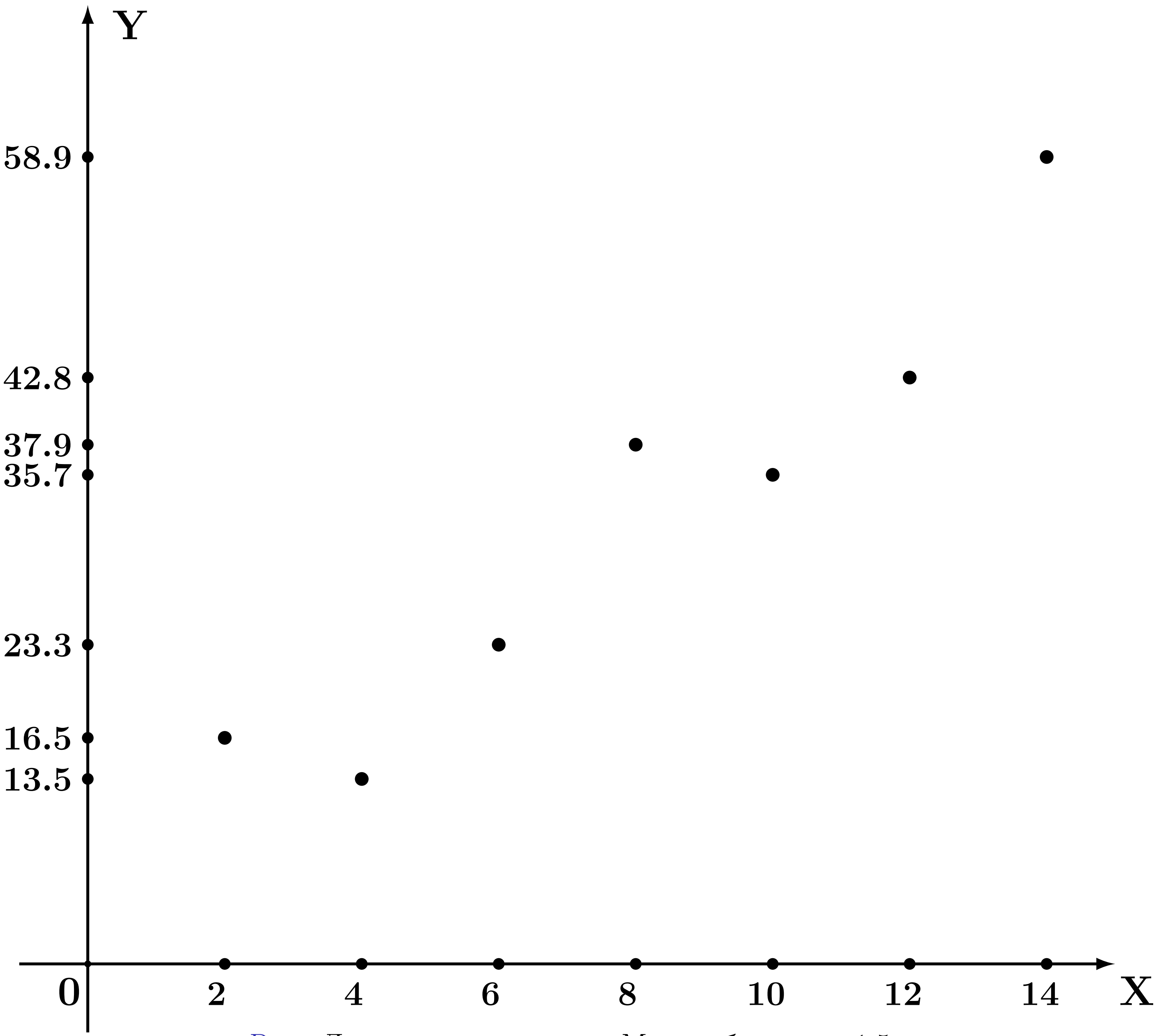

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**16.5**	**13.5**	**23.3**	**37.9**	**35.7**	**42.8**	**58.9**	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

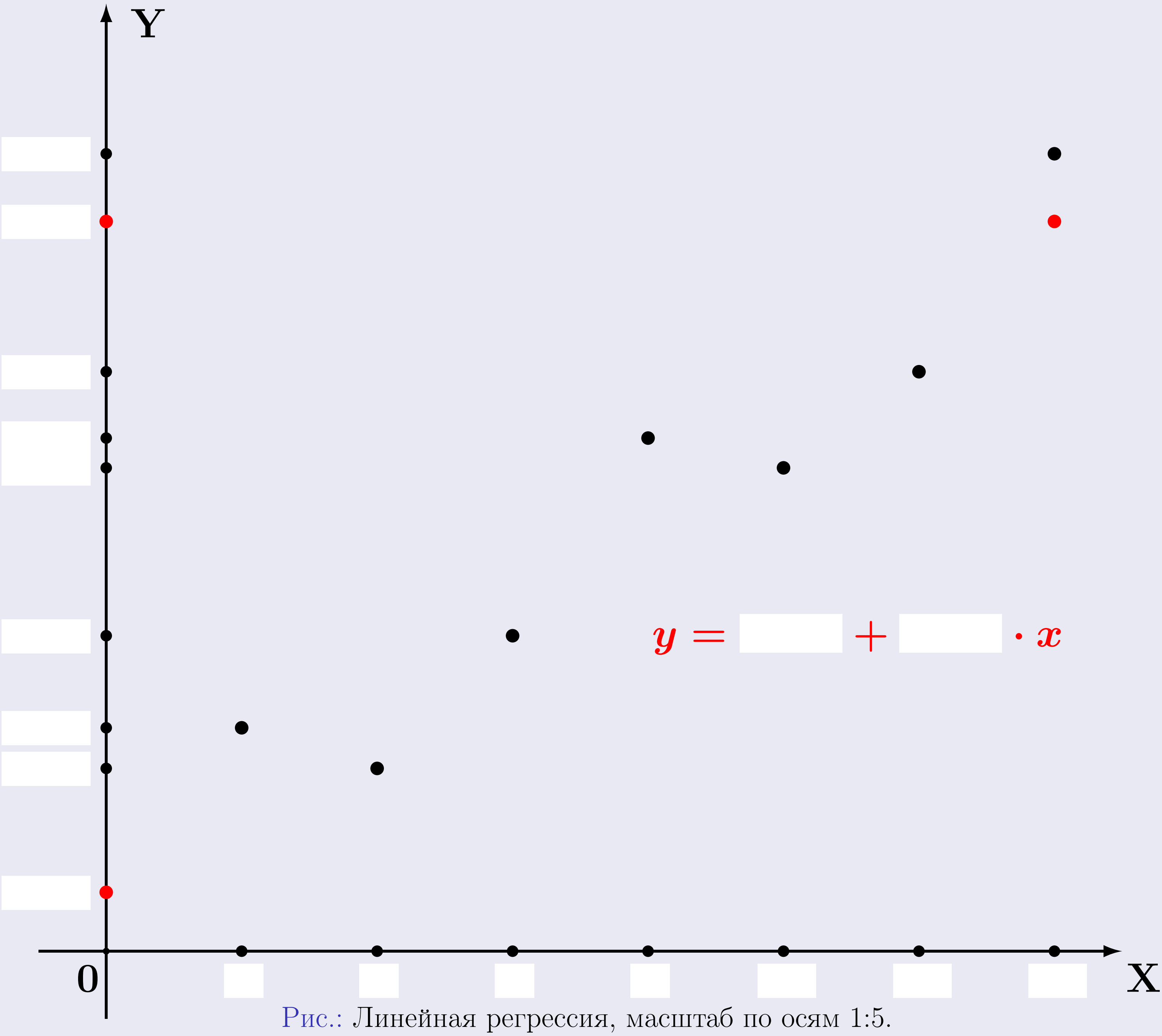

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 8 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05$: $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01$: $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05$: $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза H_0 : $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 9

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \boxed{}, \quad w_2 = \boxed{}, \quad w_3 = \boxed{}, \quad w_4 = \boxed{}.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**5**	**8**	∞
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 3 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \boxed{}, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \boxed{}, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \boxed{}, & \text{если } 5 < x \le 8 \\ \boxed{}, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

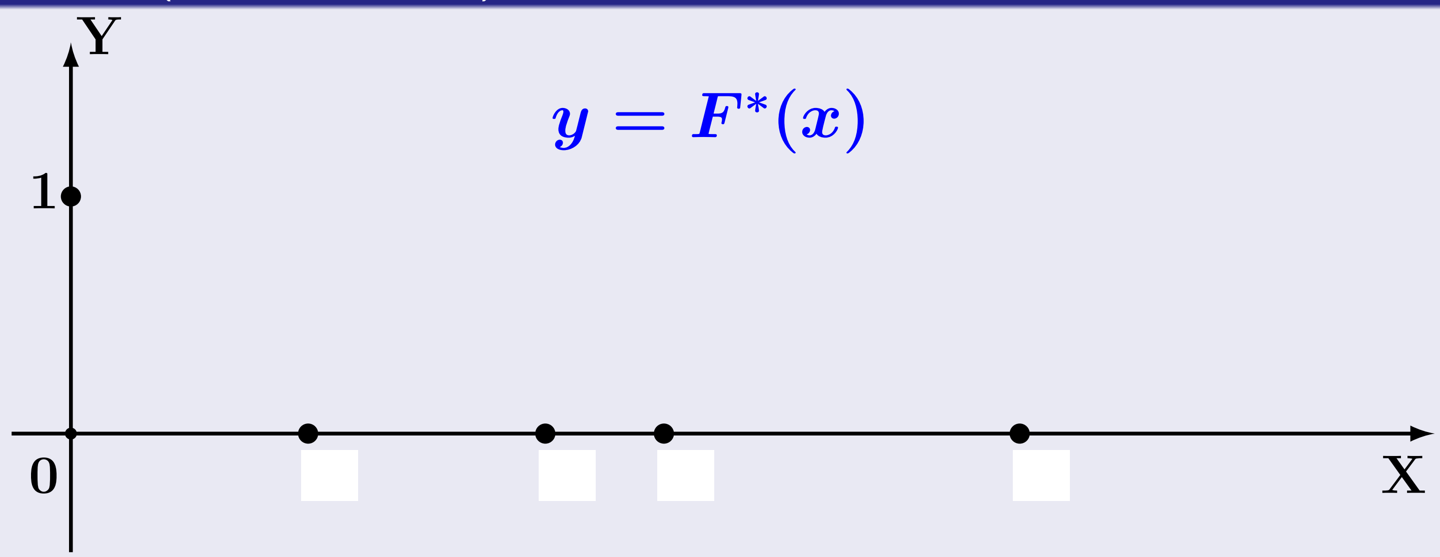

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (4, \quad), \quad (5, \quad), \quad (8, \quad),$$

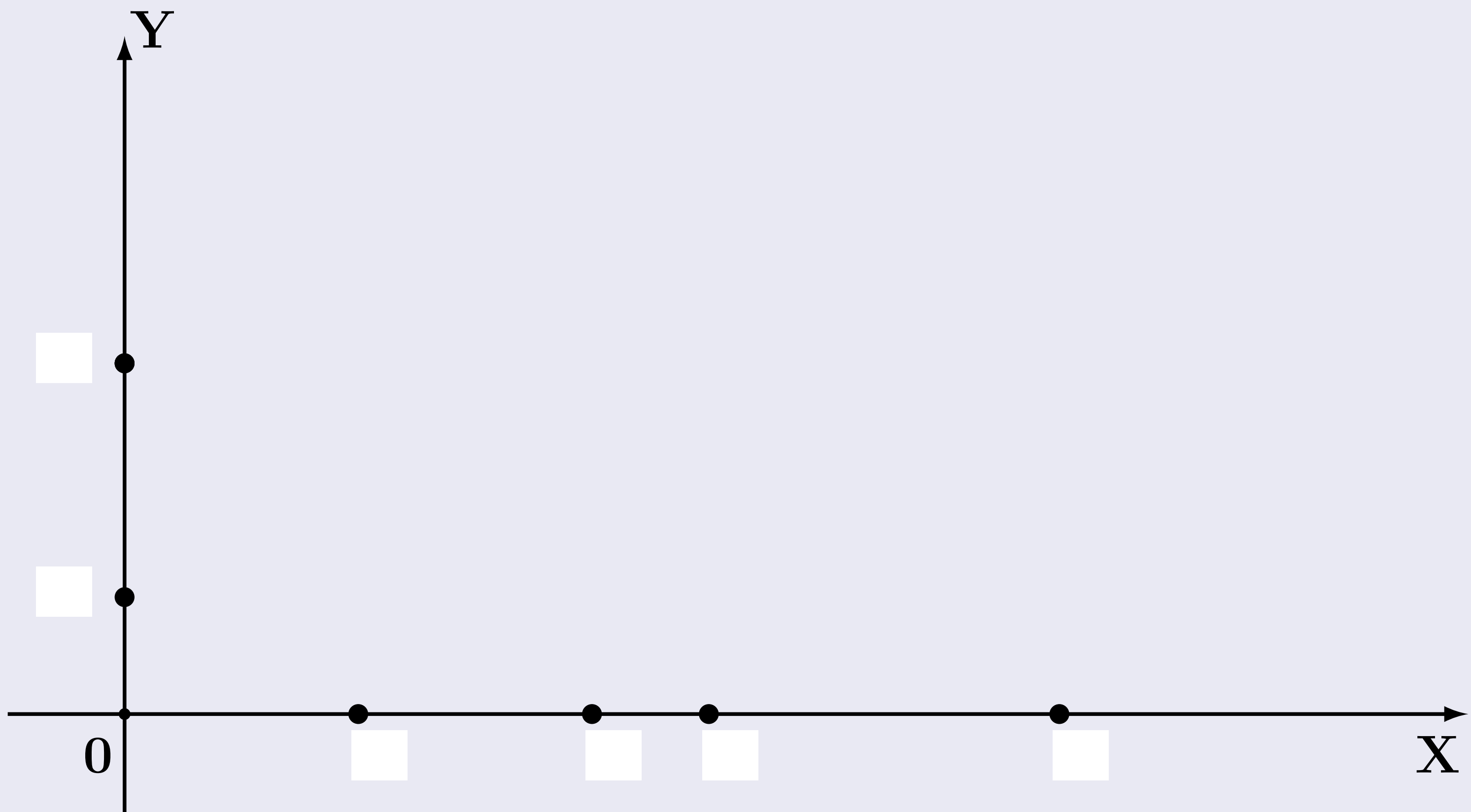

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

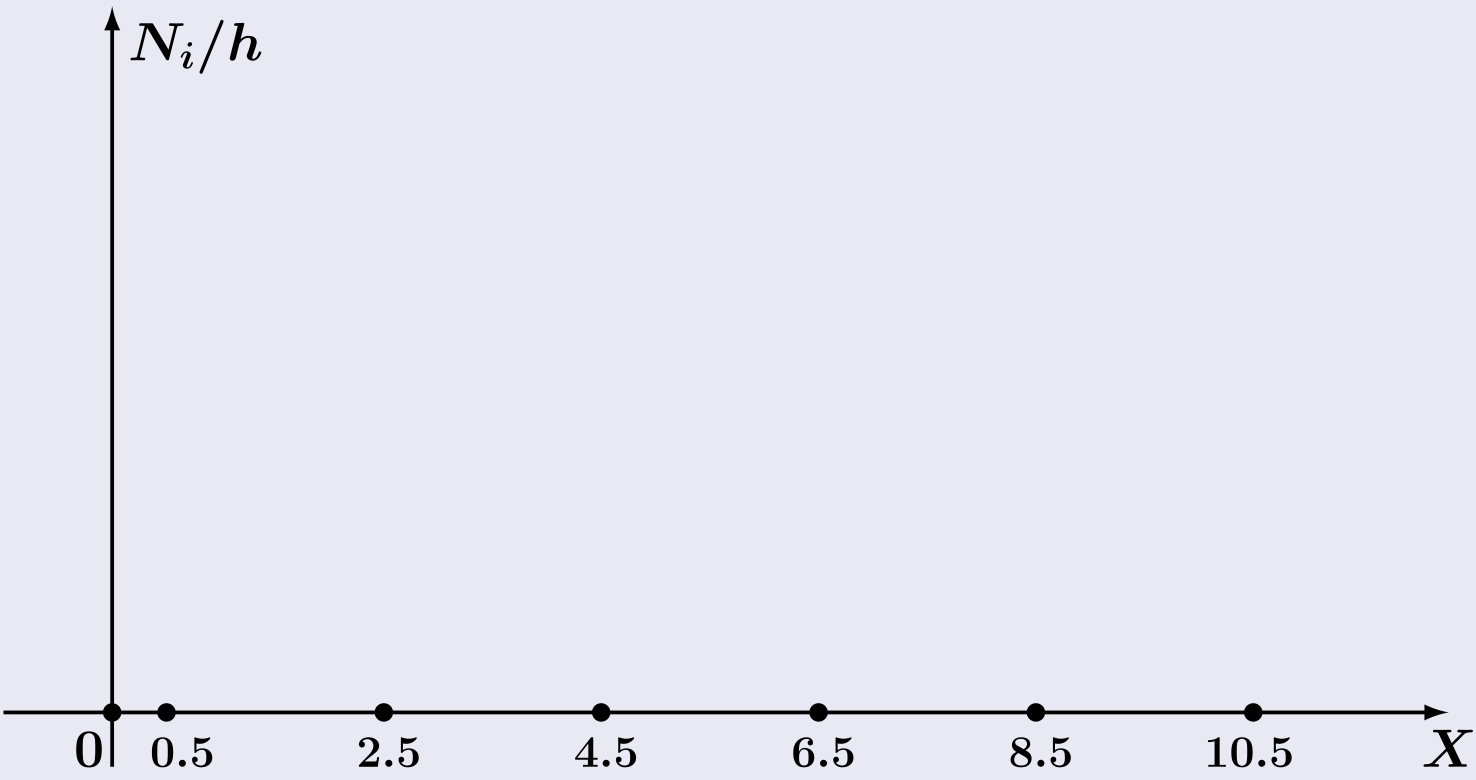

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 9 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей*

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2.

Признак X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} =$

$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 9 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$
$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	4	5	8
частоты n_i	3	1	3	3

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.100\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.90 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.100 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при } \le x \le \\ 0 & \text{при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_ ; \_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_ ; \_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 64 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 64$, $m = 14$, $w = \frac{14}{64} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[0.22 + \frac{{}^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\; ; \;), \quad \text{или} \quad < p < .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\; ; \;), \quad \text{или} \quad < p < .$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 407 испытаниях событие A появилось 157 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 407$, $m = 157$, $w = \frac{157}{407} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 9 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.400} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 9 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Проверить нулевую гипотезу

$H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе

$H_1: \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 =$, $k_{\min} = 13 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) =$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) =$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 9 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально.*
Сделана выборка объема $n_X = 19$, *и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (19-1)}{6.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 9 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза H_0 : $\mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 112$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad -27)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
 ается.

Выборочная проверка вариант 9 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 219$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{219}{406} - 0.60\right) \cdot \sqrt{406}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}.$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ $\boxed{\qquad}$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta, \quad M' = np_0 + \delta, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad, \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Выборочная проверка вариант 9 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 9 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 253$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0: \ p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \ p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{806} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{253}{1006} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{806} - \frac{253}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{241+253}{806+1006}\cdot\left(1-\frac{241+253}{806+1006}\right)\cdot\left(\frac{1}{806}+\frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0: \ p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ [ ] от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ [ ].

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ [ ] и $U_{\text{кр}} =$ [ ]:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ [ ] **ается**.

Выборочная проверка вариант 9 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи [ ] Клик [ ]

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134 - 135|}{\sqrt{80/25 + 103/39}} = \square.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \square$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \square$ и $Z_{\text{кр}} = \square$:

$$|Z_{\text{набл}}| \square Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \square$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \square$ и $Z_{\text{кр}} = \square$:

$$|Z_{\text{набл}}| \square Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\square$**ается**

Выборочная проверка вариант 9 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 18 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.95}{\sqrt{9 \cdot 1.14 + 17 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 18 \cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 9 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 18.0),\ (4, 16.0),\ (6, 26.8),\ (8, 42.4),\ (10, 41.2),\ (12, 49.3),\ (14, 66.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a,b) \to \boldsymbol{min}$.

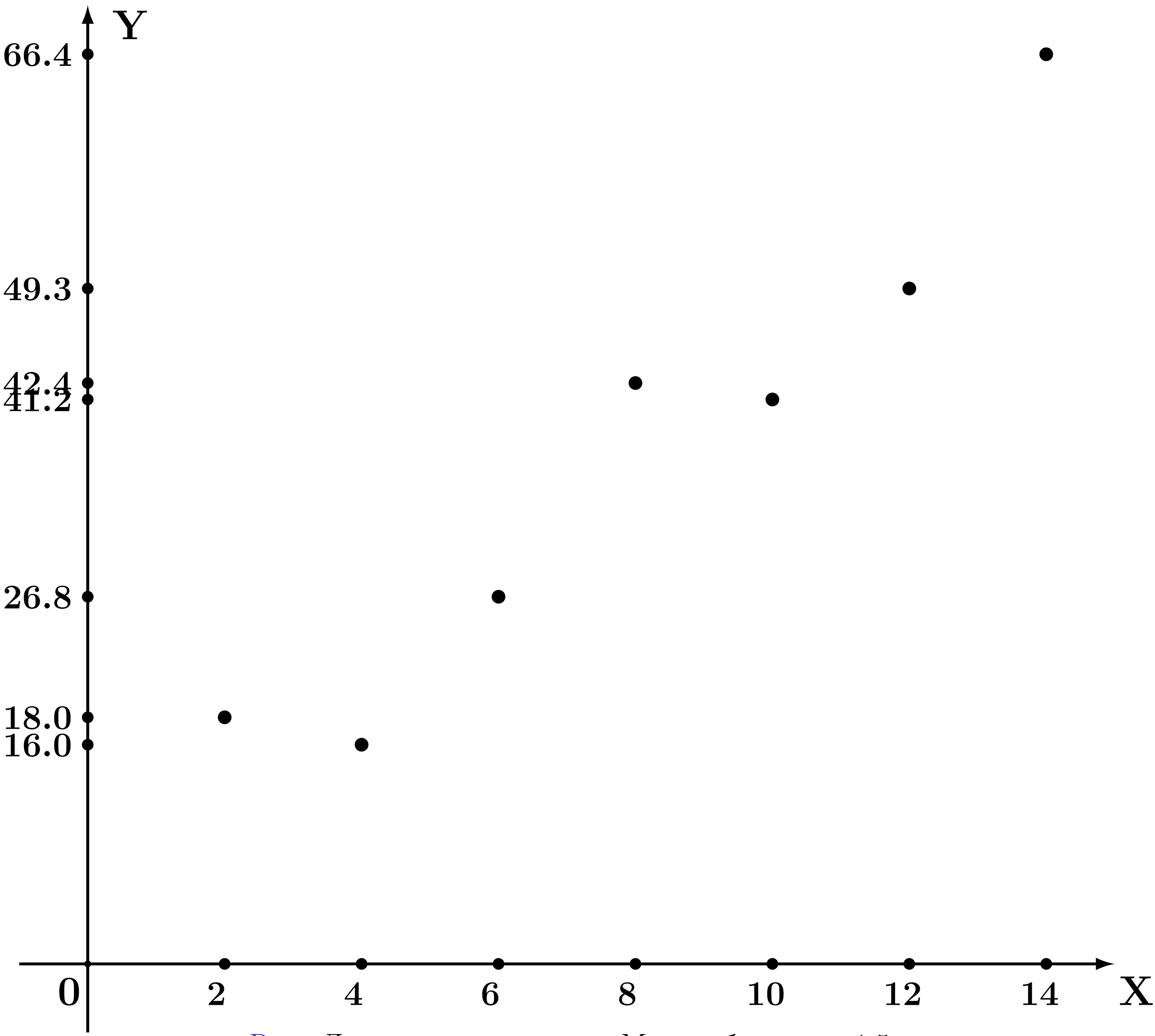

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	18.0	16.0	26.8	42.4	41.2	49.3	66.4	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad =$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad =$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad =$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad.$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 =$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad.$$

Решение (график)

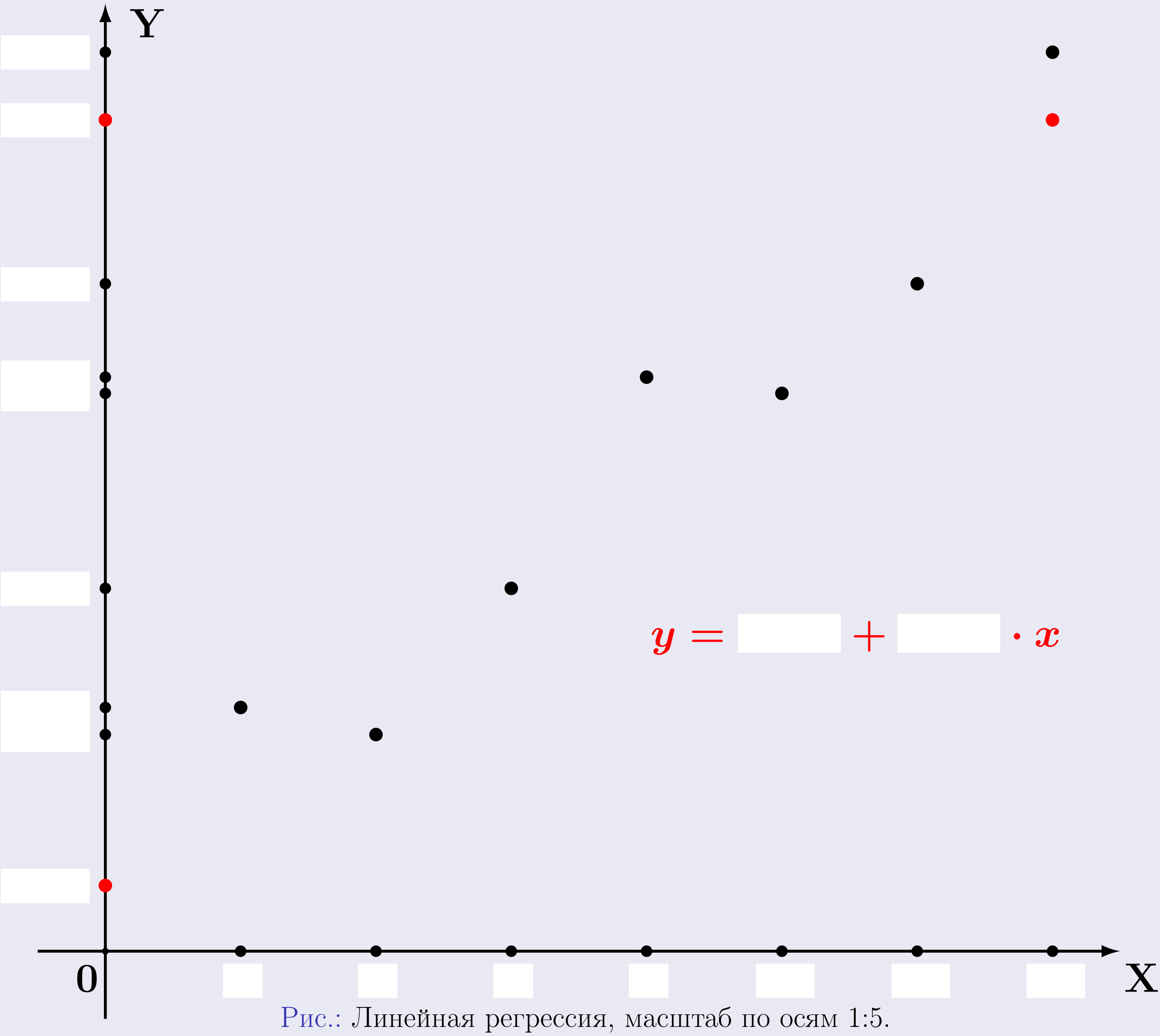

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 9 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.
гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 10

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**6**	**8**	∞
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**4**	**2**	**0**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \square, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \square, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

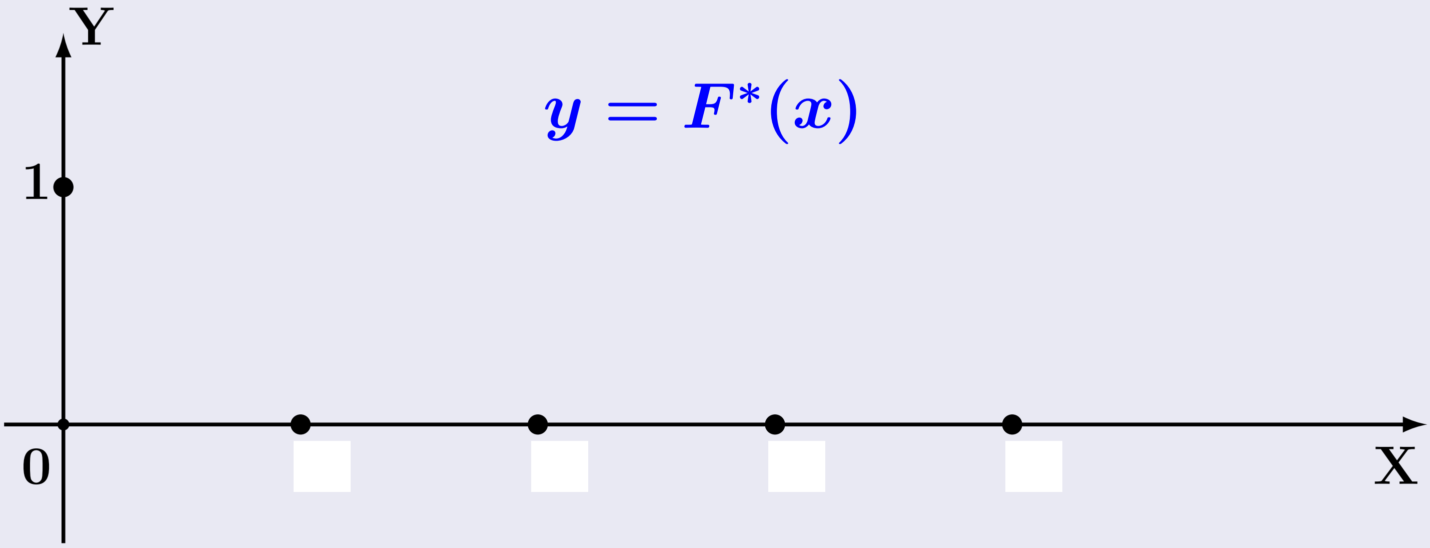

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (8, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

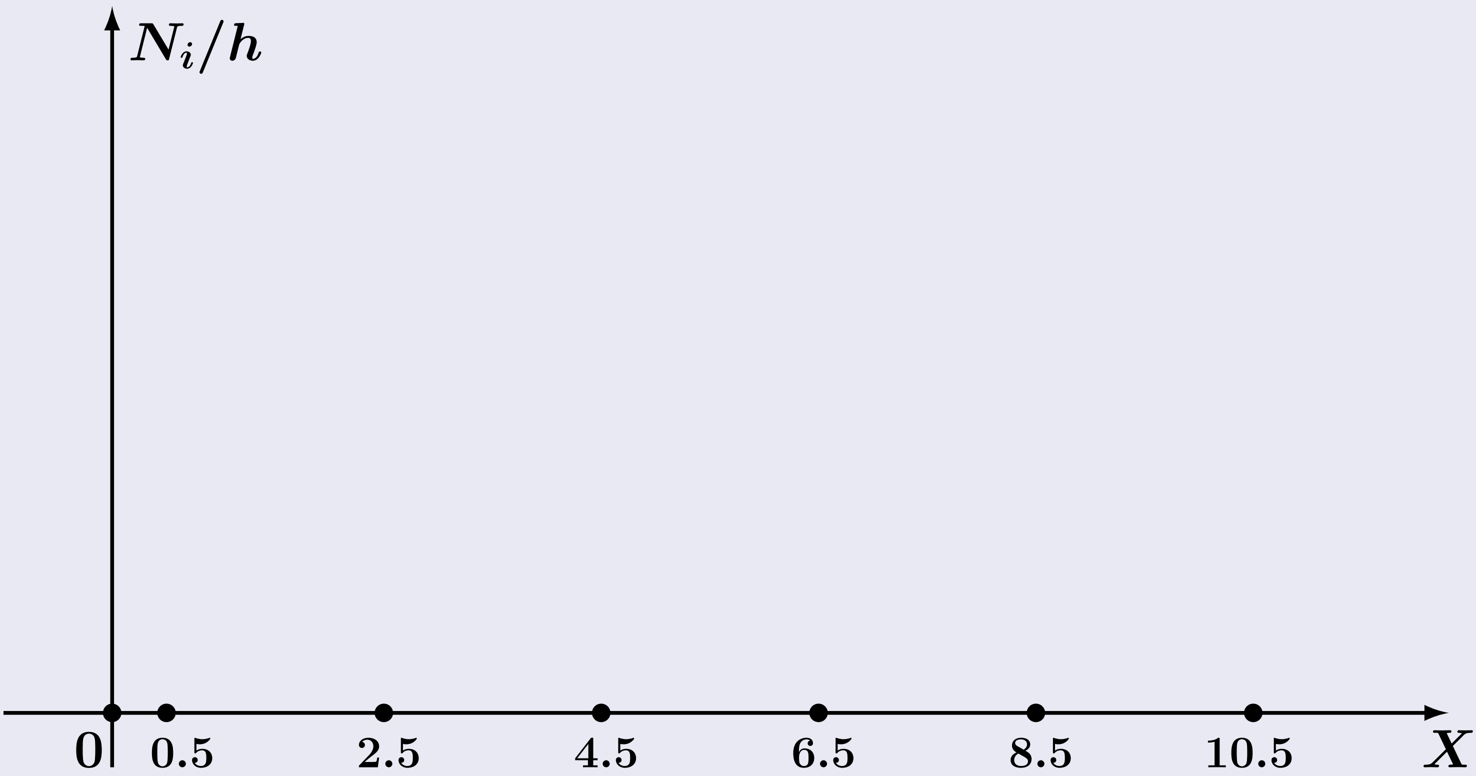

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 10 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Вариант 10 задача 2 возврат огл

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$

$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 10 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x < a \\ \frac{1}{b-a} \text{ при } a \le x \le b \\ 0 \text{ при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.556\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.00 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.556 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = \text{ при } \le x \le \\ 0 \text{ при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) =$ ______ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) =$ ______ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 61 испытаниях событие A появилось 17 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 61$, $m = 17$, $w = \frac{17}{61} = \quad$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.28 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 405 испытаниях событие A появилось 167 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 405$, $m = 167$, $w = \frac{167}{405} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 10 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.

Проверить нулевую гипотезу

$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе

$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.400} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 10 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \quad$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 10 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 18$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$ *,*

при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*

для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2 \cdot (18-1)}{4.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$ находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.

Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 10 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = 4.400$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 15.603$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 110$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad - 25) \cdot \sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
ается.

Выборочная проверка вариант 10 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 168$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.45$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{168}{406} - 0.45\right) \cdot \sqrt{406}}{\sqrt{0.45(1-0.45)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал ($\quad$; $\quad$), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|U_{\text{набл}}| \;\_\_\; U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 10 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 10 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 242$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{242}{806} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{251}{1006} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{242}{806} - \frac{251}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{242+251}{806+1006}\cdot\left(1-\frac{242+251}{806+1006}\right)\cdot\left(\frac{1}{806}+\frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad\cdot\qquad\cdot\qquad}} = \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 10 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{80/25 + 103/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 10 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.75}{\sqrt{9 \cdot 1.44 + 16 \cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot 17 \cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 10 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 15.6), (4, 12.0), (6, 21.2), (8, 35.2), (10, 32.4), (12, 38.9), (14, 54.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

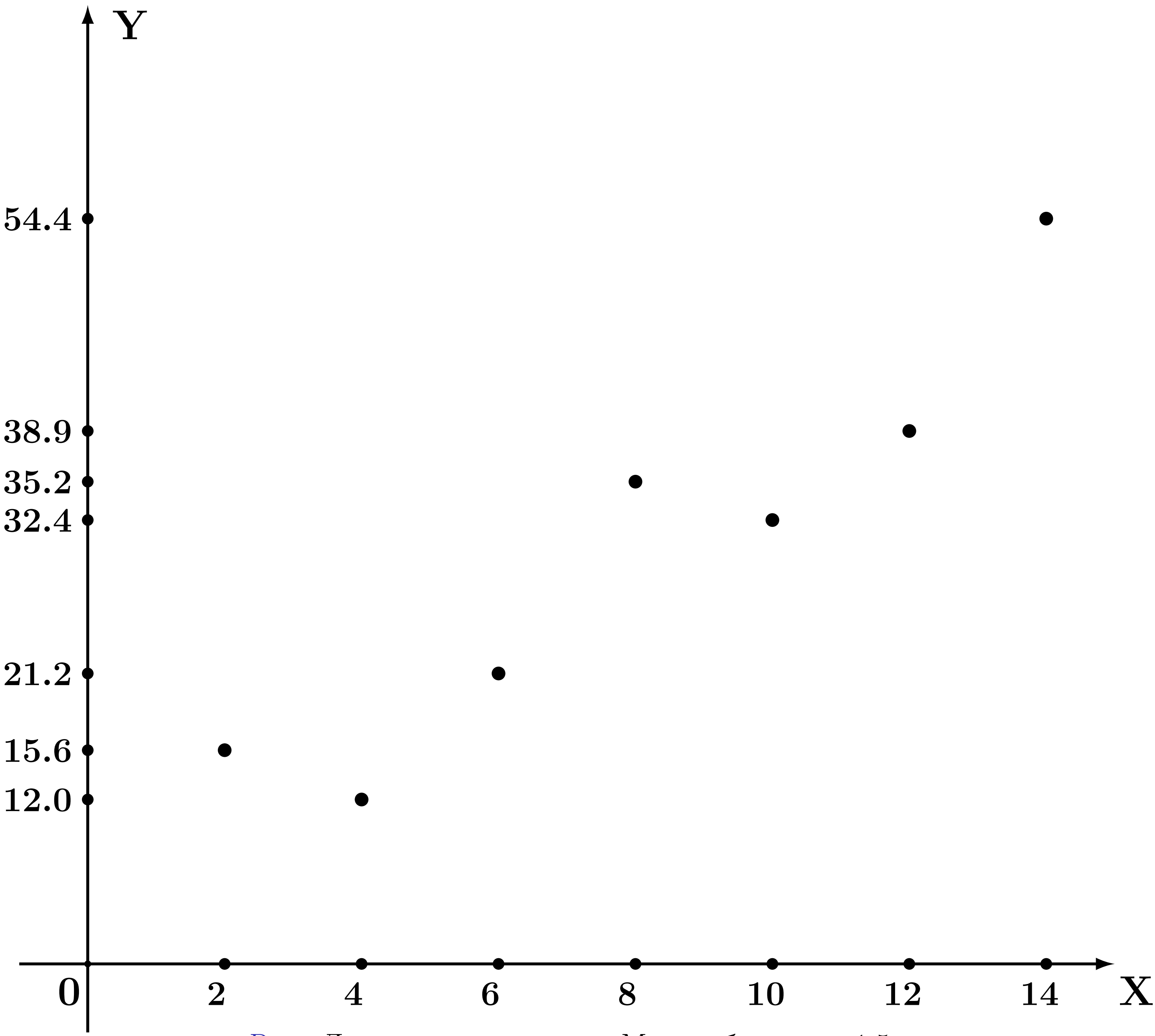

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	15.6	12.0	21.2	35.2	32.4	38.9	54.4	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.
Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

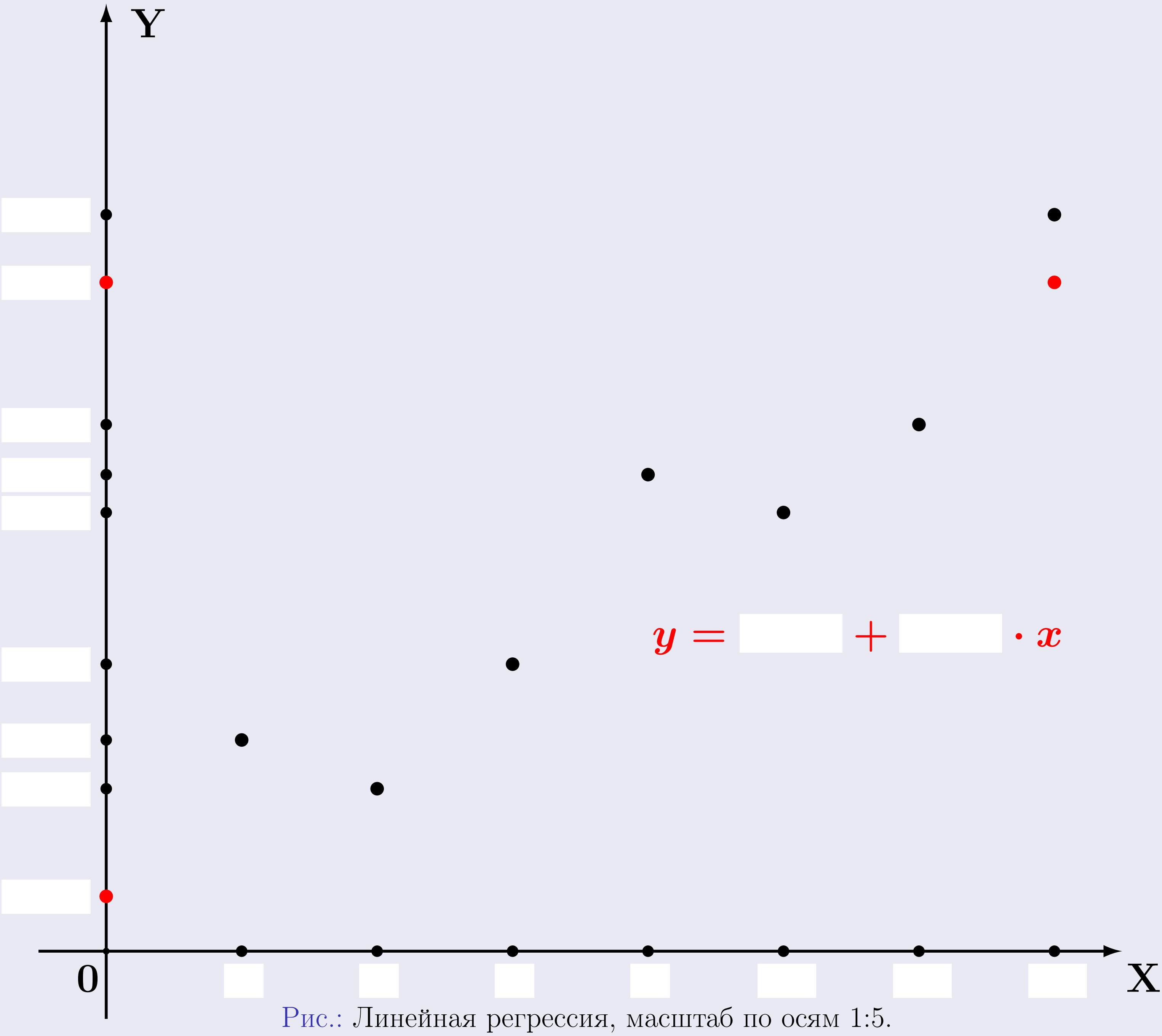

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 10 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$**ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 11

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**6**	**9**	∞
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \square, & \text{если } 6 < x \le 9 \\ \square, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

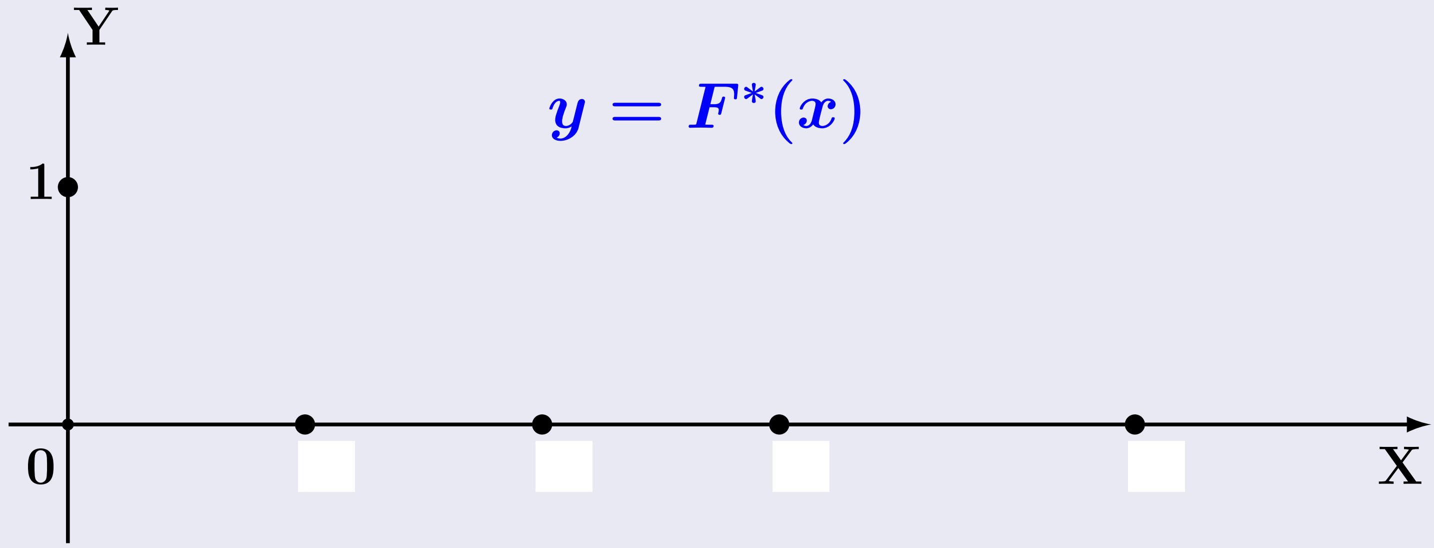

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (9, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	2	4	6	9
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

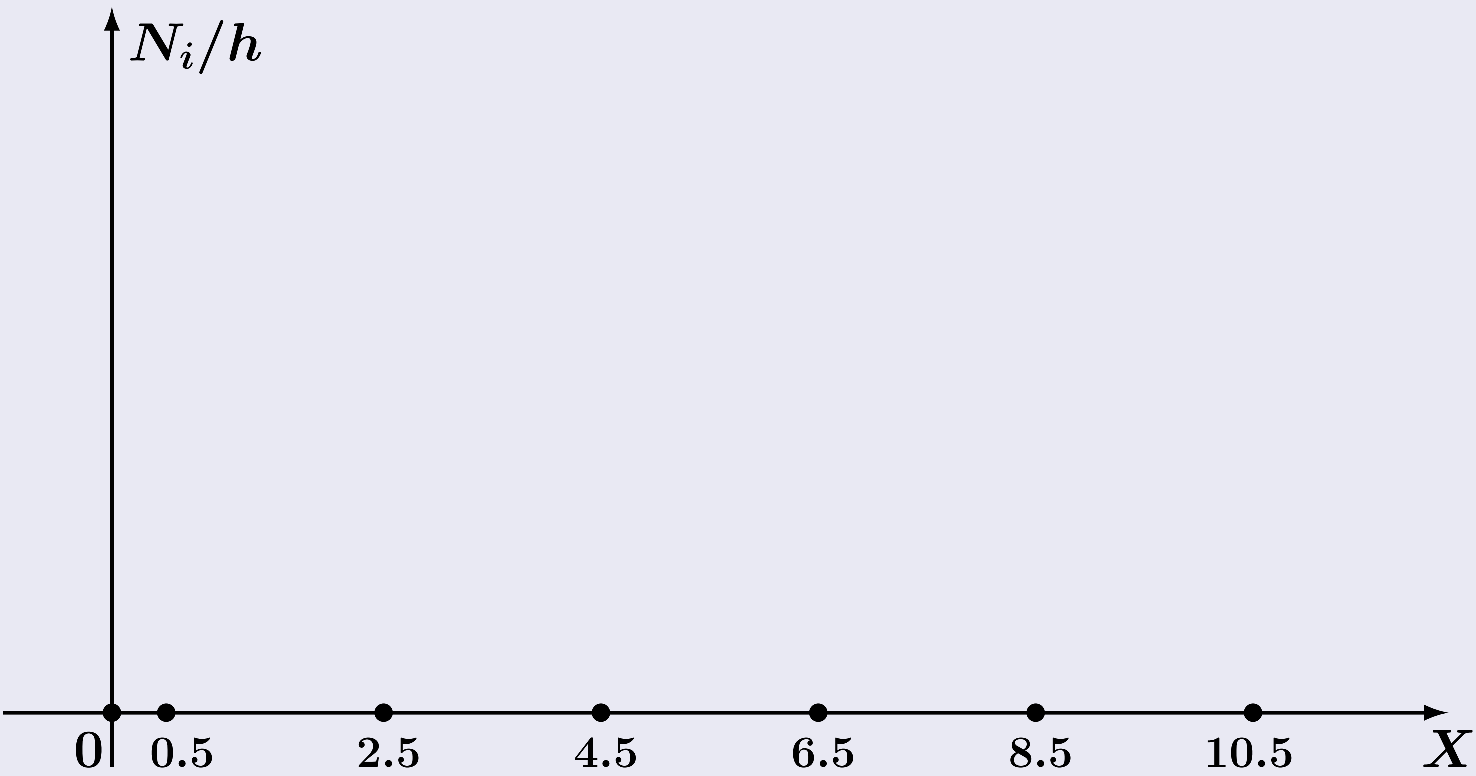

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 11 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2.

Признак X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$$

$$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 11 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	4	6	9
частоты n_i	3	1	3	3

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 8.500\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.50 =$ ______ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 8.500 =$ ______,

$$b - a = \sqrt{\quad\quad} = \quad\quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ______, $b =$ ______,

$a =$ ______ $-$ ______ $=$ ______. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad & \text{при } \quad \le x \le \quad \\ 0 & \text{при } x > \quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик ______

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 26$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 5.70}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

(____ ; ____), или ____ $< a <$ ____ . (1)

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 5.70}{\sqrt{26}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

(____ ; ____), или ____ $< a <$ ____ . (2)

Выборочная проверка вариант 11 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 16$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 16$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(16, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(16, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 65 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 65$, $m = 16$, $w = \frac{16}{65} =$ ___)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ___. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ___. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.25 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(___ ; ___), или ___ $< p <$ ___ .

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ___. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ___. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(___ ; ___), или ___ $< p <$ ___ .

Выборочная проверка вариант 11 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ___ Клик ___

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ___ Клик ___

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 412 испытаниях событие A появилось 164 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 412$, $m = 164$, $w = \frac{164}{412} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 11 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 9$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.400$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.400} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 9 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 11 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 13$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 13 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\alpha = 0.1}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\alpha = 0.02}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 11 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (19-1)}{6.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 11 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 15.603$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 112$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad - 27) \cdot \sqrt{\quad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
______ается.

Выборочная проверка вариант 11 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 412$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 209$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 412$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{209}{412} - 0.55\right) \cdot \sqrt{412}}{\sqrt{0.55(1-0.55)}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} \, .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta \, , \quad M' = np_0 + \delta \, , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 11 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 11 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 243$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 812$ *элементов, и* $m_2 = 254$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1012$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{243}{812} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{254}{1012} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{243}{812} - \frac{254}{1012}\right)}{\sqrt{\frac{243+254}{812+1012} \cdot \left(1 - \frac{243+254}{812+1012}\right) \cdot \left(\frac{1}{812} + \frac{1}{1012}\right)}} =$$

$$= \frac{}{\sqrt{ \cdot \cdot }} = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{} = \boxed{}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|\boldsymbol{U}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\textbf{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 11 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 25$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 80$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1: \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134 - 136|}{\sqrt{80/25 + 106/39}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 11 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.20$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1:\ \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).

Степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 18 - 1 = $.

По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.

Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.20 - 30.95}{\sqrt{9\cdot 1.44 + 17\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{10\cdot 18\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.

Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 11 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.1),\ (4, 14.5),\ (6, 24.7),\ (8, 39.7),\ (10, 37.9),\ (12, 45.4),\ (14, 61.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

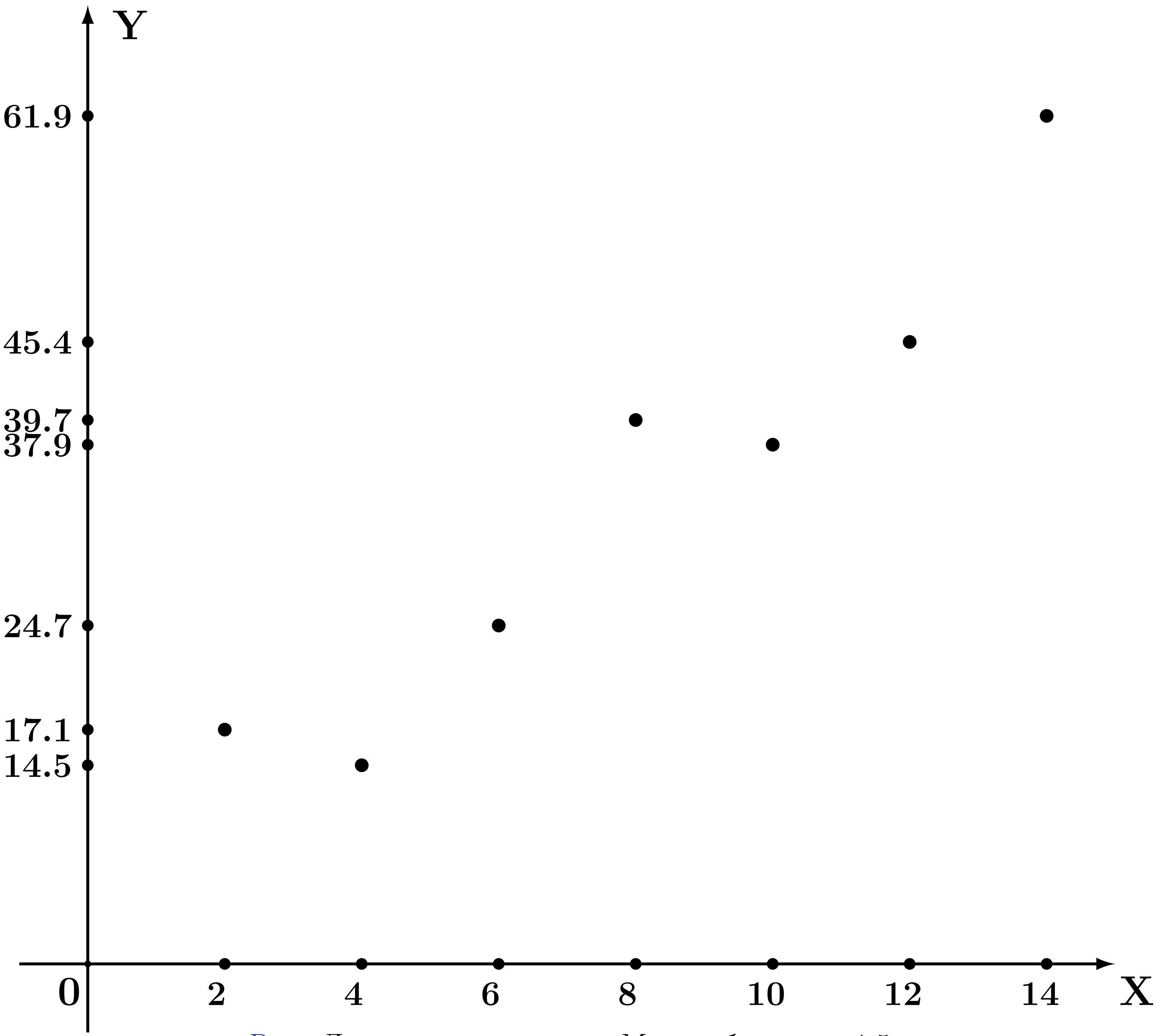

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	17.1	14.5	24.7	39.7	37.9	45.4	61.9	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

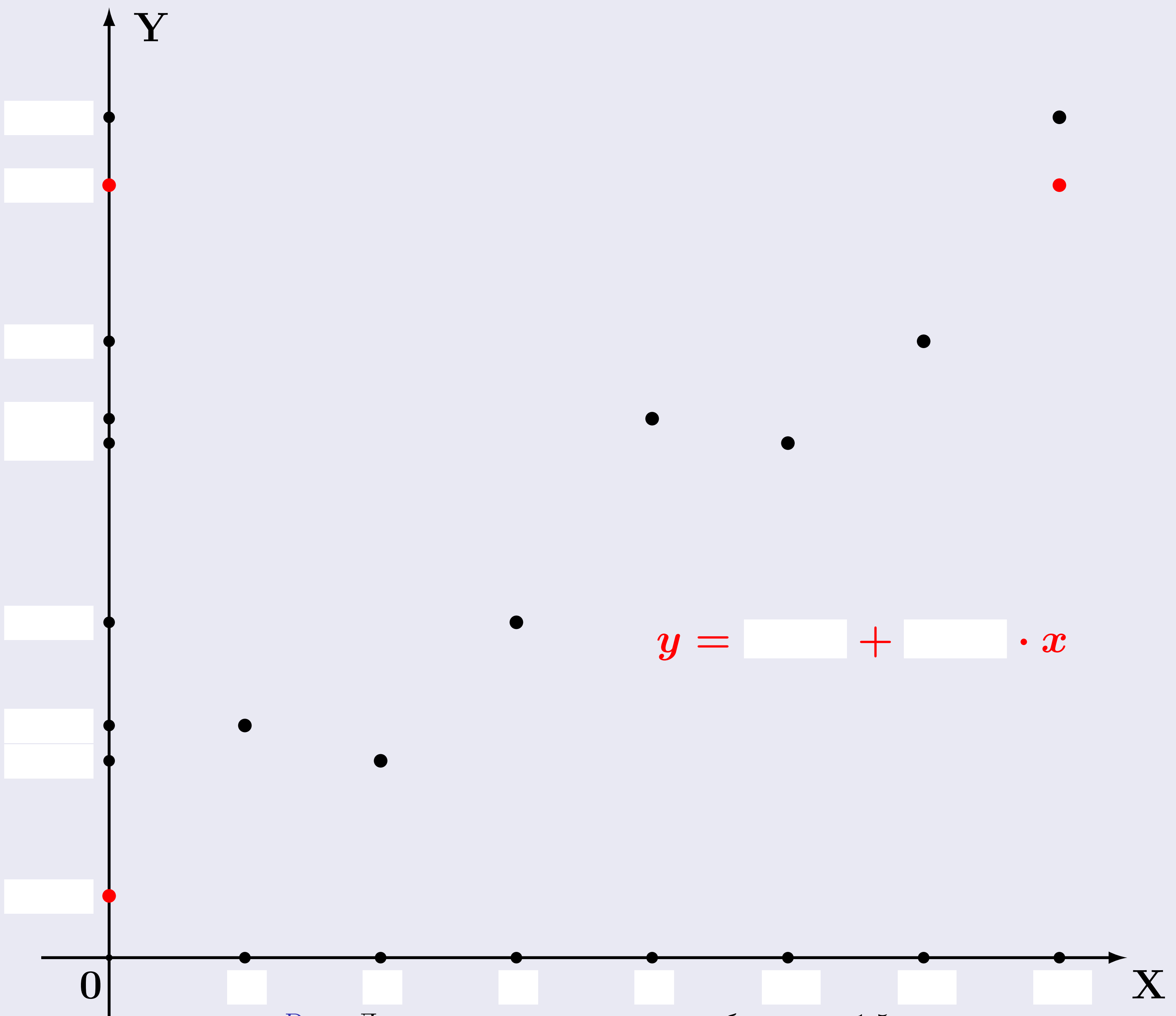

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 11 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0: \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 12

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$ *, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5 *.*

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**6**	**8**	$\boldsymbol{\infty}$
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**2**	**4**	**1**	**0**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \square\,, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \square\,, & \text{если } 5 < x \le 6 \\ \square\,, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \square\,, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

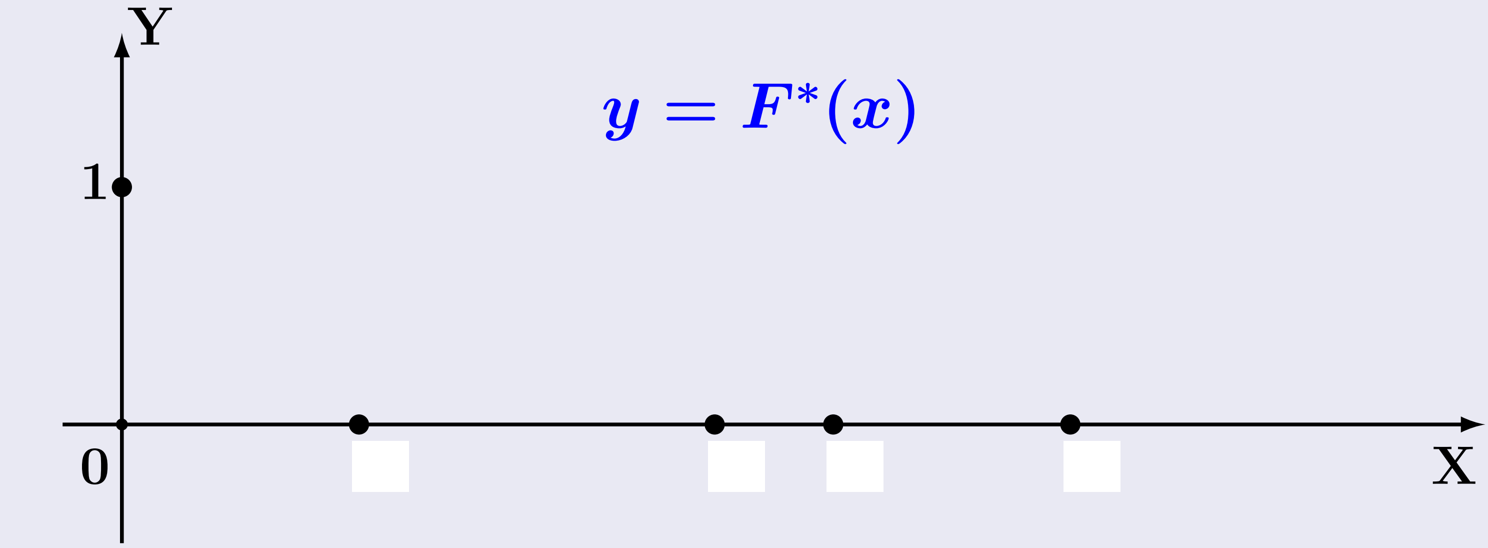

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (6, \quad), \quad (8, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	2	5	6	8
частоты n_i	3	2	4	1

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2} =$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

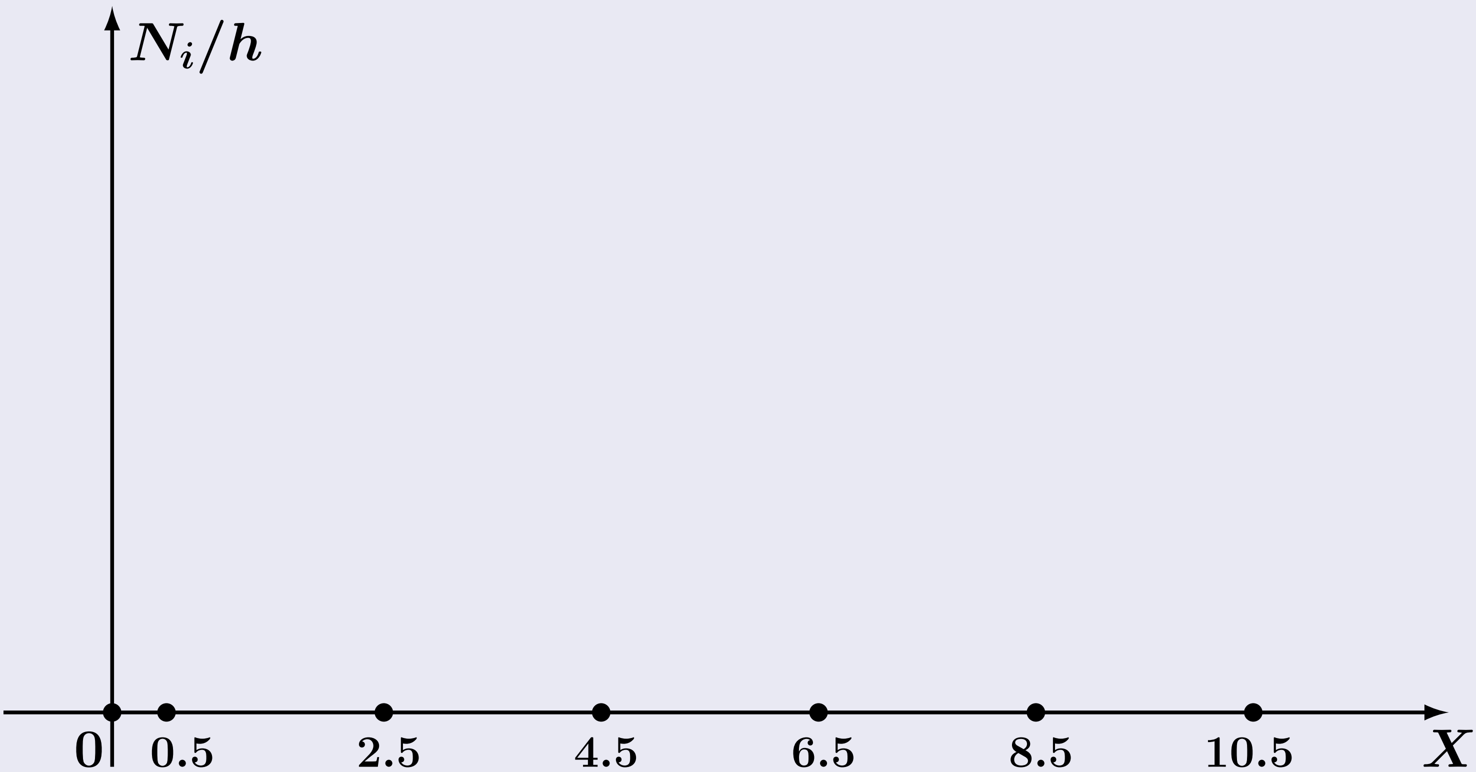

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 12 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	5	6	8
частоты n_i	3	2	4	1

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2.

Признак X *распределен по закону Пуассона* $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.80^k \cdot e^{-4.80}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.80^0 \cdot e^{-4.80}}{0!} = e^{-4.80} =$$

$$p_1 = \frac{4.80^1 \cdot e^{-4.80}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.80^2 \cdot e^{-4.80}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.80^3 \cdot e^{-4.80}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.80^4 \cdot e^{-4.80}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.80^5 \cdot e^{-4.80}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.80^6 \cdot e^{-4.80}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.80^7 \cdot e^{-4.80}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.80^8 \cdot e^{-4.80}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 12 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 4.400\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.80 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 4.400 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{\quad\quad} = \quad\quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad & \text{при } \quad \le x \le \quad \\ 0 & \text{при } x > \quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t = $ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\ \ \cdot 5.70}{\sqrt{27}} = $ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad),\quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t = $ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\ \ \cdot 5.70}{\sqrt{27}} = $ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad),\quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 58 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 58$, $m = 14$, $w = \frac{14}{58} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.24 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 400 испытаниях событие A появилось 160 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 400$, $m = 160$, $w = \frac{160}{400} = \square$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 12 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \boxed{}$, $k_{\min} = 15 - 1 = \boxed{}$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\alpha = 0.05}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \boxed{}$, $k_{\min} = \boxed{}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$F_{\text{набл}} \boxed{} F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\alpha = 0.01}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$F_{\text{набл}} \boxed{} F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 12 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 12 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально.*
Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2 \cdot (19-1)}{4.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 12 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = 4.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 106$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad -25)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
________ается.

Выборочная проверка вариант 12 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 400$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 198$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 400$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{198}{400} - 0.55\right) \cdot \sqrt{400}}{\sqrt{0.55(1-0.55)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|U_{\text{набл}}| \_\_\_ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_ \cdot \_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_)} = \_\_\_$$

$$M = \_\_\_ * \_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_ , \quad M' = \_\_\_ * \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (___ ; ___), или ___ $< m <$ ___ .

Выборочная проверка вариант 12 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 12 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 800$ *элементов, и* $m_2 = 250$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1000$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0: \ p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \ p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{800} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{250}{1000} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{800} - \frac{250}{1000}\right)}{\sqrt{\frac{240+250}{800+1000}\cdot\left(1-\frac{240+250}{800+1000}\right)\cdot\left(\frac{1}{800}+\frac{1}{1000}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0: \ p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ [ ] от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ [ ].

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ [ ] и $U_{\text{кр}} =$ [ ]:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ [ ] **ается**.

Выборочная проверка вариант 12 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи [ ] Клик [ ]

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 135|}{\sqrt{83/27 + 100/37}} = \quad .$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 12 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 12 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.0),\ (4, 14.0),\ (6, 23.8),\ (8, 38.4),\ (10, 36.2),\ (12, 43.3),\ (14, 59.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

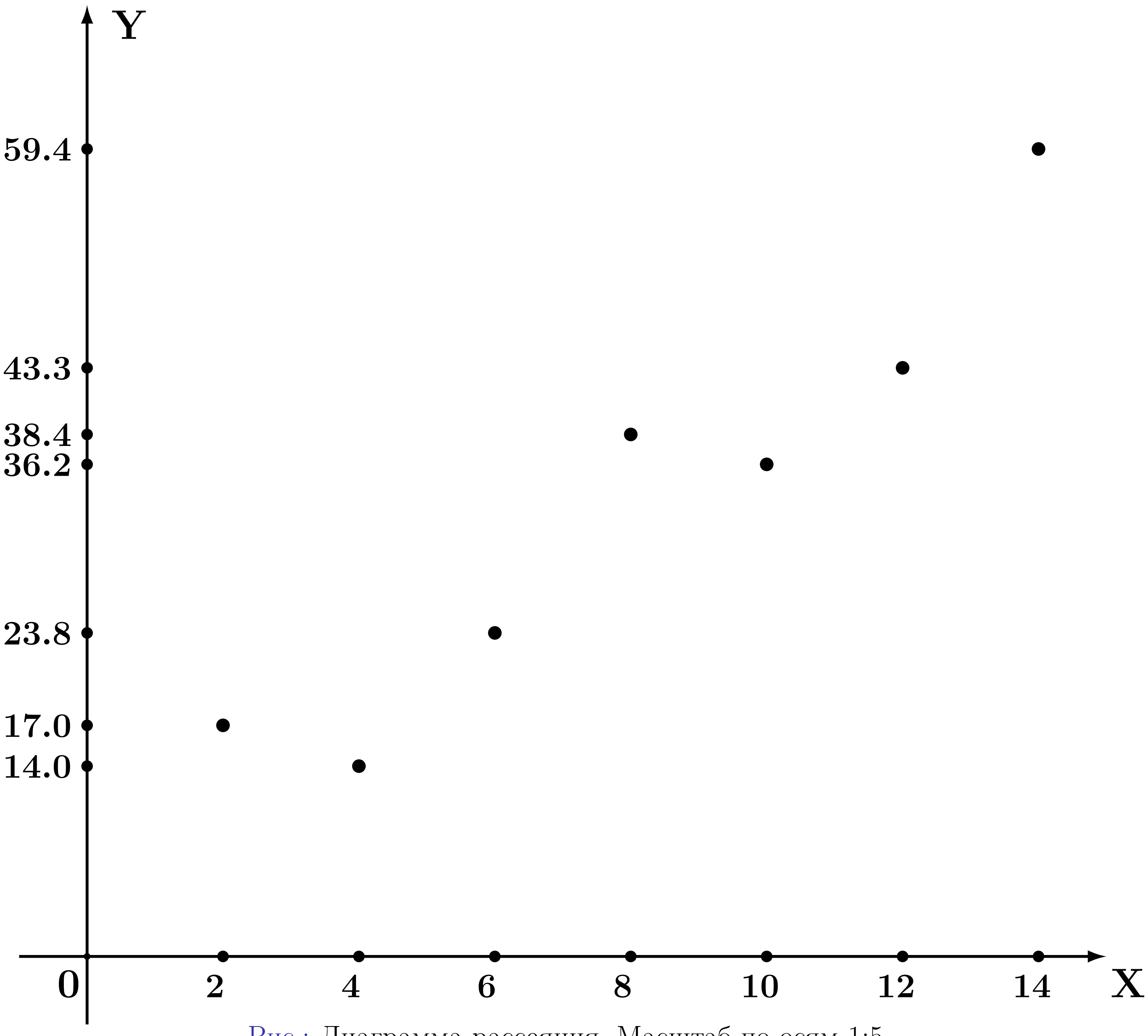

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**17.0**	**14.0**	**23.8**	**38.4**	**36.2**	**43.3**	**59.4**	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \boxed{} \cdot a + \boxed{} \cdot b = \boxed{} \\ \boxed{} \cdot a + \boxed{} \cdot b = \boxed{} \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{} \cdot \boxed{} - \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{} \cdot \boxed{} - \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{vmatrix} = \boxed{} \cdot \boxed{} - \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

Отсюда

$$a = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}, \quad b = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}.$$

Уравнение регрессии $y = \boxed{} + \boxed{} \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \boxed{}) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\boxed{}, \boxed{}),$$

где $x_7 = \boxed{}$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \boxed{} + \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}.$$

Решение (график)

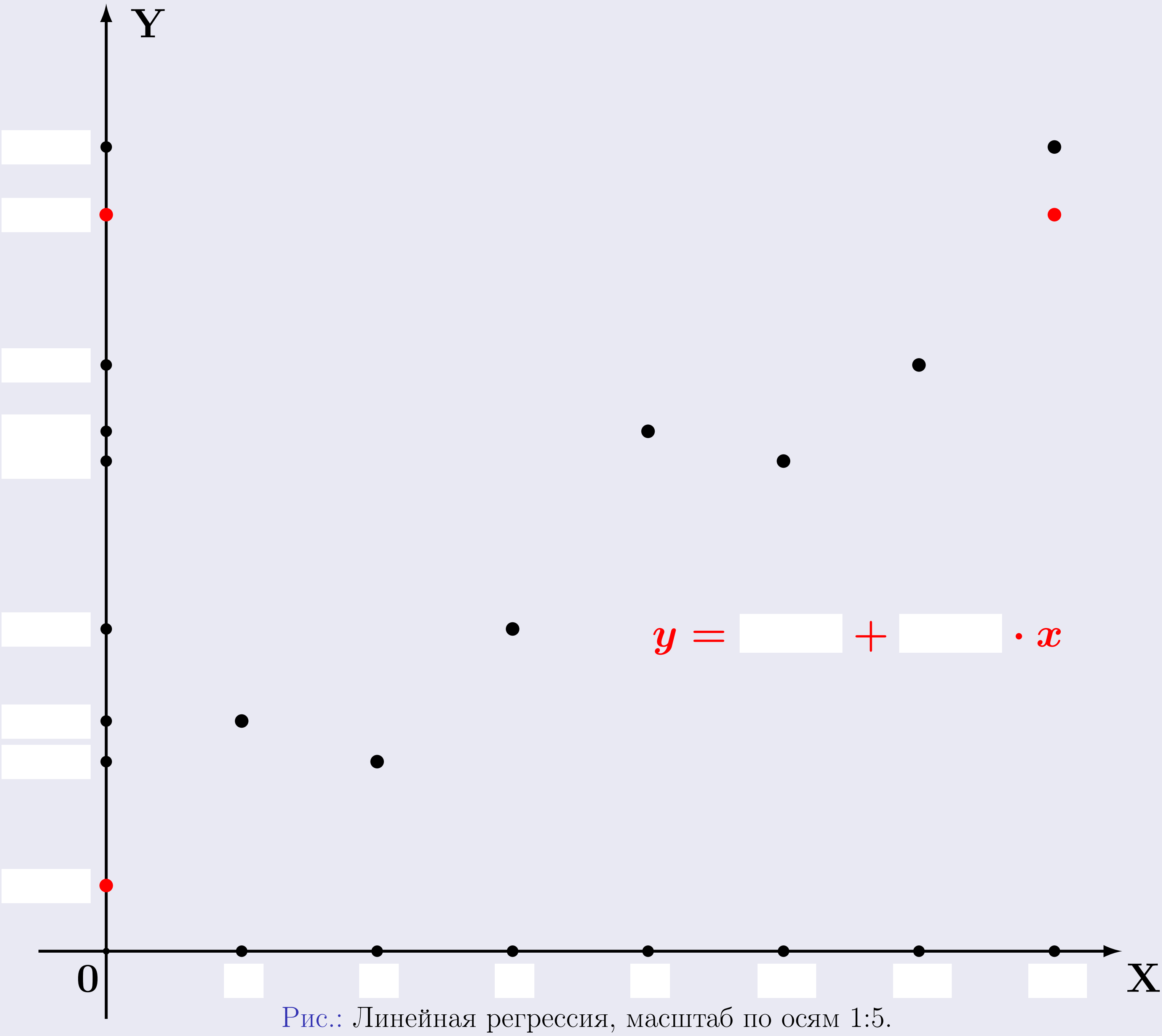

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 12 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0: \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 13

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом 2 и начальной точкой 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**6**	**9**	∞
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 6 \\ \square, & \text{если } 6 < x \le 9 \\ \square, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

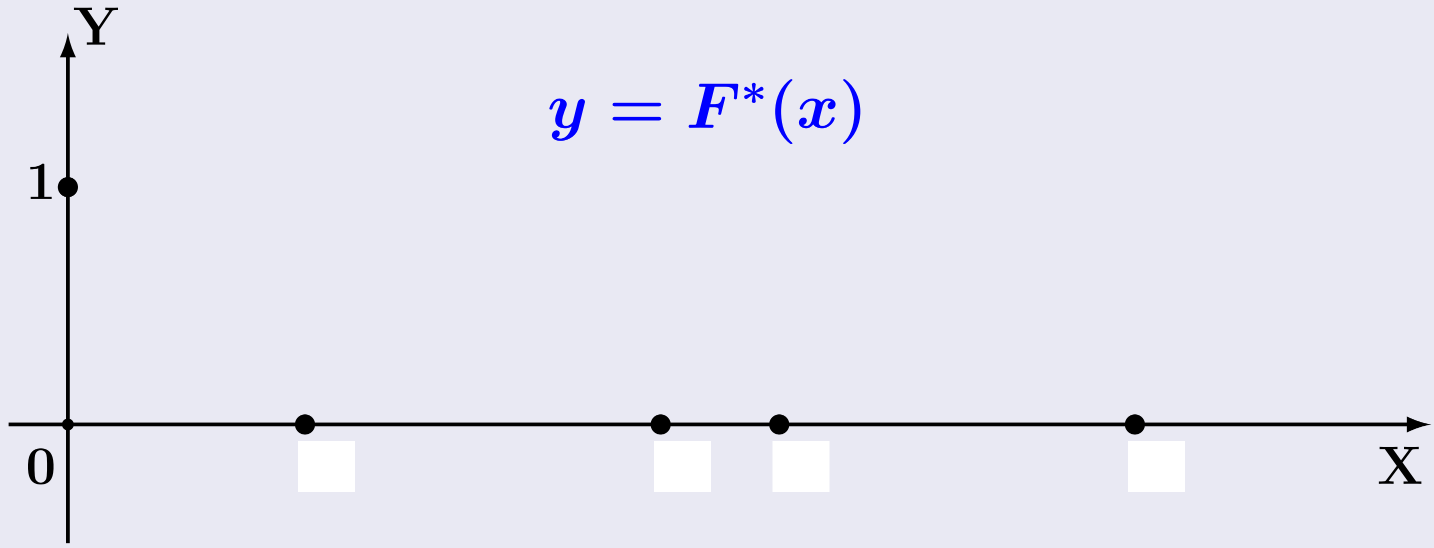

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (6, \quad), \quad (9, \quad),$$

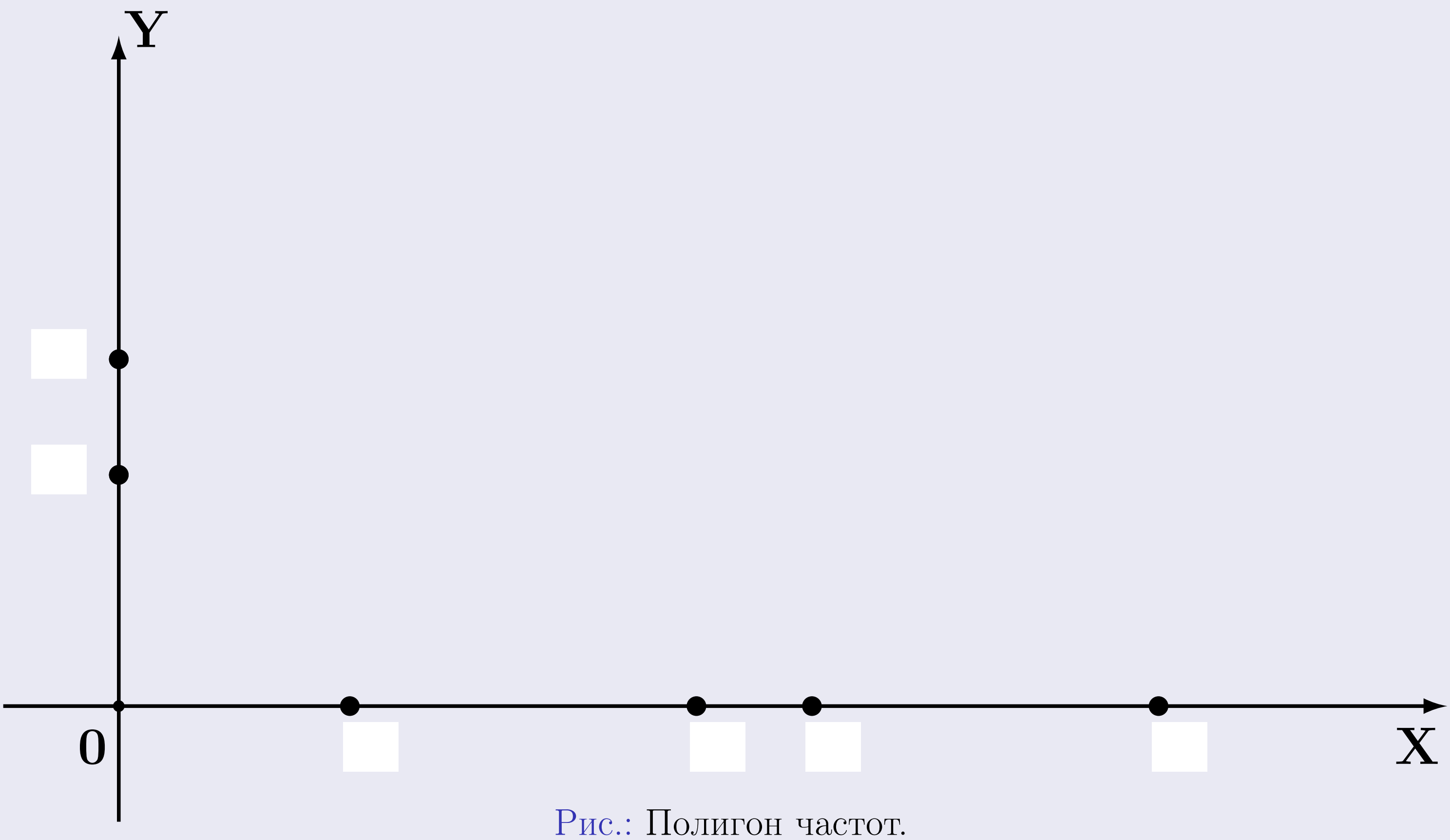

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	2	5	6	9
частоты n_i	3	2	3	2

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

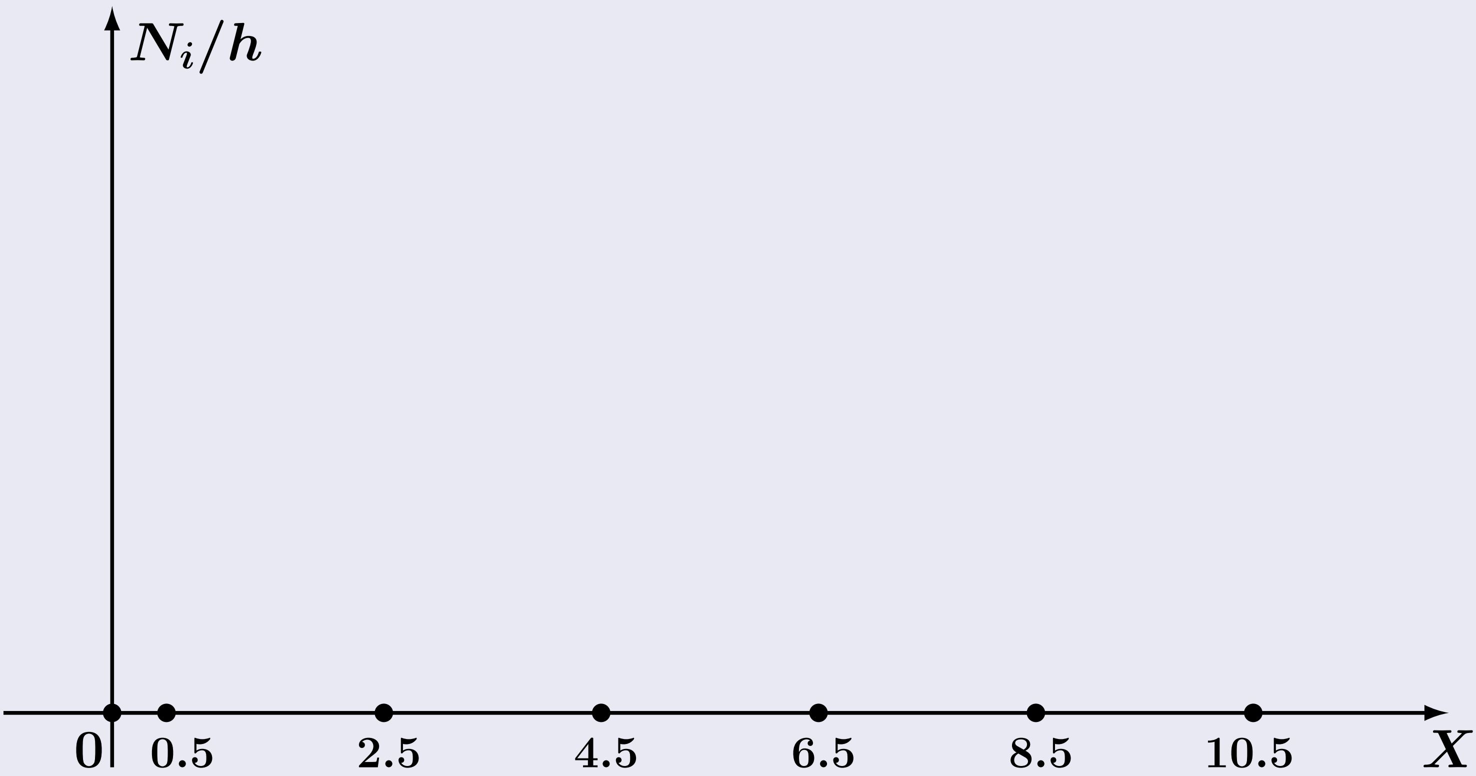

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 13 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_2 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_3 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_4 =$ введи | Клик |

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	5	6	9
частоты n_i	3	2	3	2

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 3 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	5	6	9
частоты n_i	3	2	3	2

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$

$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 13 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.844\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.20 =$ ______ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.844 =$ ______,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ______, $b =$ ______,
$a =$ ______ $-$ ______ $=$ ______. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \\ \dfrac{1}{ - } = \dfrac{1}{} = & \text{при } \le x \le \\ 0 & \text{при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик ______

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 62 испытаниях событие A появилось 13 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 62$, $m = 13$, $w = \frac{13}{62} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2\cdot\square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.21 + \frac{\square^2}{2\cdot\square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2\cdot\square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2\cdot\square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 407 испытаниях событие A появилось 157 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 407$, $m = 157$, $w = \frac{157}{407} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 13 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 16 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

Выборочная проверка вариант 13 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \square$, $k_{\min} = 14 - 1 = \square$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 13 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально.*
Сделана выборка объема $n_X = 20$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (20-1)}{6.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 13 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 16.403$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 108$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad - 27) \cdot \sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
ается.

Выборочная проверка вариант 13 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 239$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.65$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{239}{406} - 0.65\right) \cdot \sqrt{406}}{\sqrt{0.65(1-0.65)}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ $\quad$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta, \quad M' = np_0 + \delta, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1-p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_ \cdot \_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_)} = \_\_\_$$

$$M = \_\_\_ * \_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_, \quad M' = \_\_\_ * \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 13 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 13 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 253$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{806} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{253}{1006} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{806} - \frac{253}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{241+253}{806+1006}\cdot\left(1-\frac{241+253}{806+1006}\right)\cdot\left(\frac{1}{806}+\frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\textbf{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ [ ] от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ [ ].
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ [ ] и $U_{\text{кр}} =$ [ ]:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ [ ] **ается**.

Выборочная проверка вариант 13 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи [ ] Клик [ ]

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 135$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134 - 135|}{\sqrt{83/27 + 103/39}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 13 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи [ ] Клик [ ]

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 18 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{(n_X-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40-30.95}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 17\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 18\cdot 27}{29}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 13 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 18.5), (4, 16.5), (6, 27.3), (8, 42.9), (10, 41.7), (12, 49.8), (14, 66.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \rightarrow \boldsymbol{min}$.

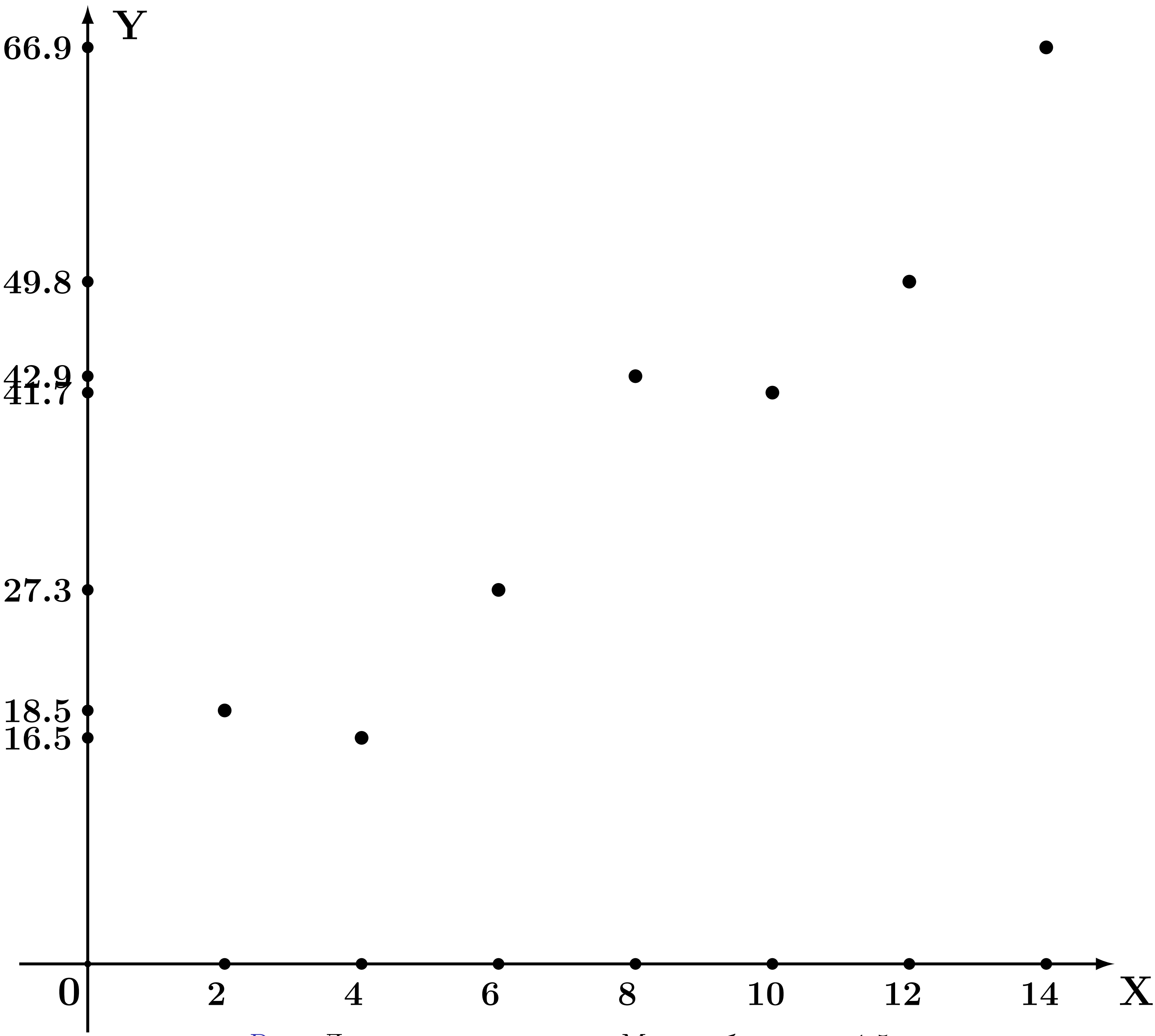

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**18.5**	**16.5**	**27.3**	**42.9**	**41.7**	**49.8**	**66.9**	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

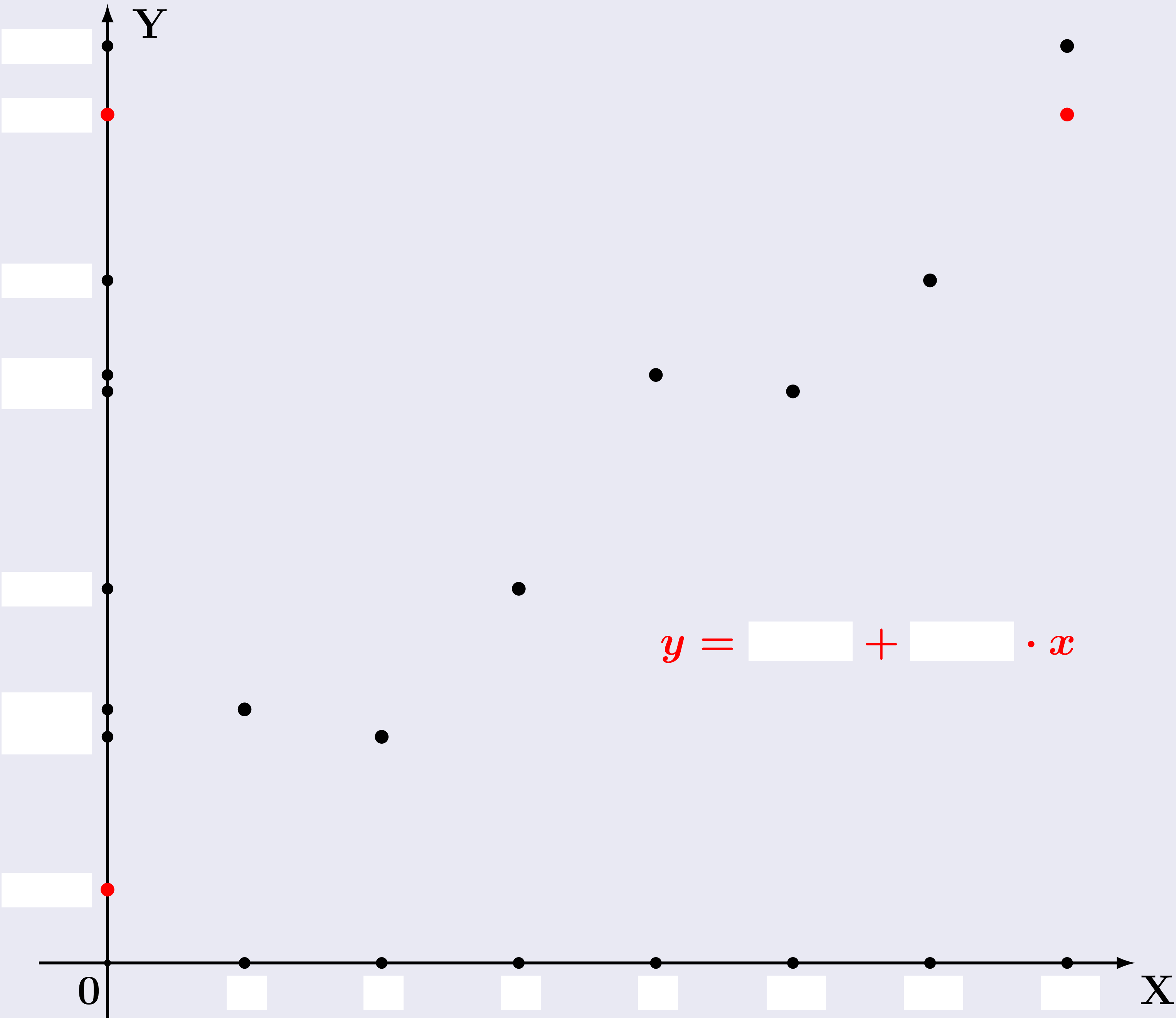

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 13 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01:\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05:\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01:\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05:\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05:\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 14

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**7**	**9**	∞
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \square, & \text{если } 7 < x \le 9 \\ \square, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

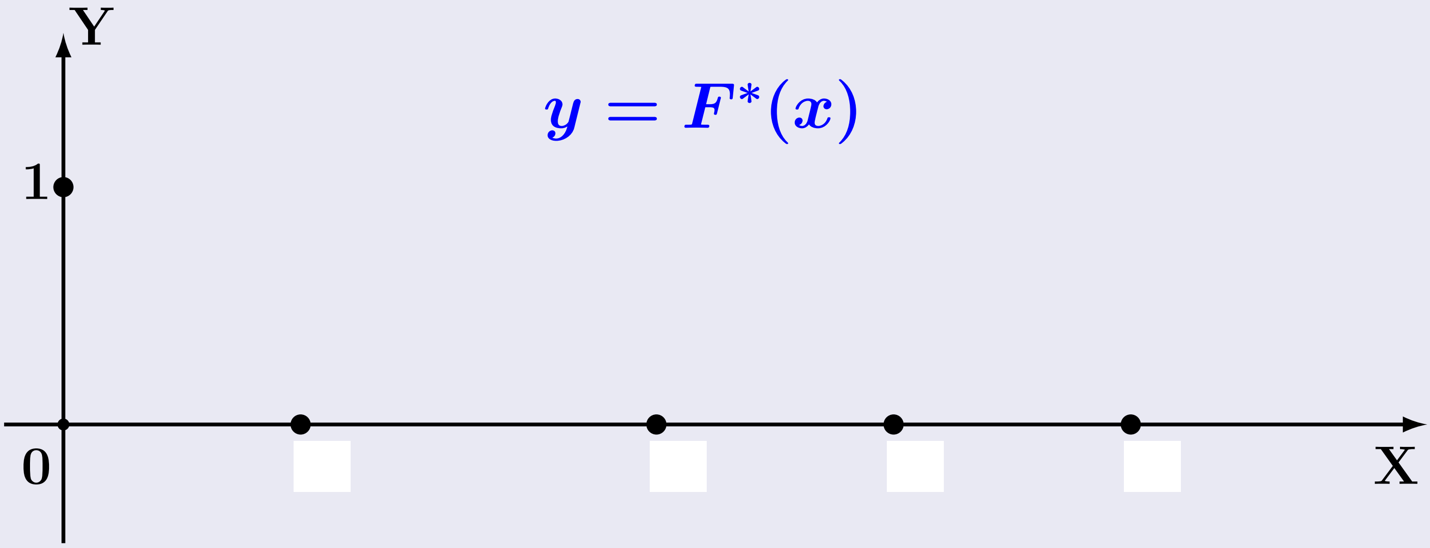

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad), \quad (9, \quad),$$

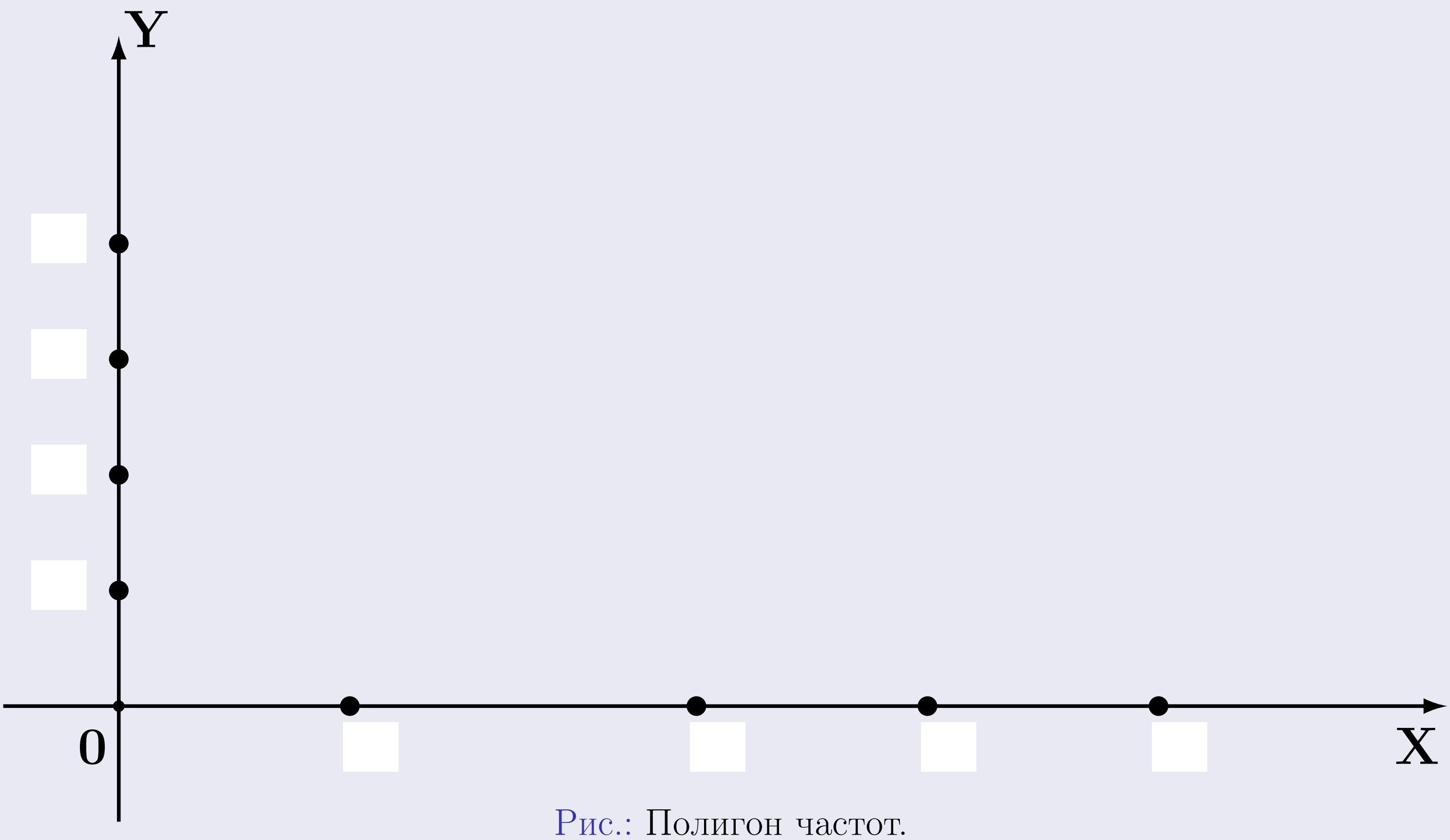

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	2	5	7	9
частоты n_i	3	2	4	1

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

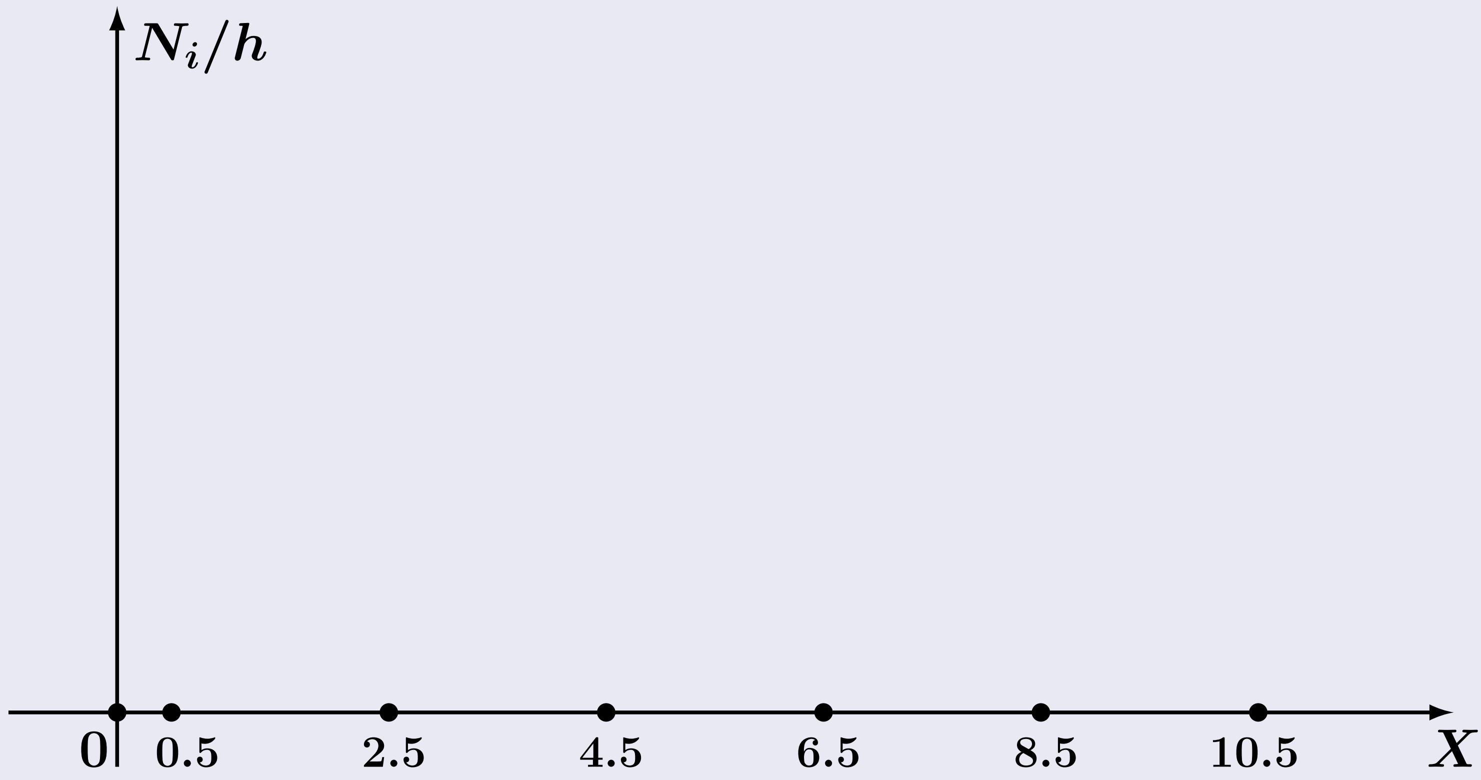

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 14 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	5	7	9
частоты n_i	3	2	4	1

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.30$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.30^k \cdot e^{-5.30}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.30^0 \cdot e^{-5.30}}{0!} = e^{-5.30} =$

$p_1 = \frac{5.30^1 \cdot e^{-5.30}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.30^2 \cdot e^{-5.30}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.30^3 \cdot e^{-5.30}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.30^4 \cdot e^{-5.30}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.30^5 \cdot e^{-5.30}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.30^6 \cdot e^{-5.30}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.30^7 \cdot e^{-5.30}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.30^8 \cdot e^{-5.30}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 14 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & при \;\; a \le x \le b \\ 0 & при \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.30 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.456\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.30 =$ ______
и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.456 =$ ______,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ______, $b =$ ______,
$a =$ ______ $-$ ______ $=$ ______. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = \;\; \text{при} \;\; \le x \le \\ 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $b =$ введи ______ Клик ______

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ и объем выборки $n = 17$. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 59 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 59$, $m = 16$, $w = \frac{16}{59} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[0.27 + \frac{{}^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $< p <$.

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $< p <$.

Выборочная проверка вариант 14 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 405 испытаниях событие A появилось 167 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 405$, $m = 167$, $w = \frac{167}{405} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 14 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.

Проверить нулевую гипотезу

$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе

$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 15 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\alpha = 0.05}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

$\boxed{\alpha = 0.01}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

Выборочная проверка вариант 14 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 14 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2 \cdot (19-1)}{4.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) =$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} =$ и $\chi^2_{\text{кр}} =$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \qquad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 14 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 15.603$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 106$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -25)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
ается.

Выборочная проверка вариант 14 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 406$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 188$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 406$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{188}{406} - 0.50\right)\cdot\sqrt{406}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1-p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 14 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Выборочная проверка вариант 14 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи [ ] Клик [ ]

формат 1;1 довер. инт. введи [ ] Клик [ ]

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 242$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 806$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1006$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0: p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1: p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{242}{806} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{251}{1006} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{242}{806} - \frac{251}{1006}\right)}{\sqrt{\frac{242+251}{806+1006}\cdot\left(1-\frac{242+251}{806+1006}\right)\cdot\left(\frac{1}{806}+\frac{1}{1006}\right)}} =$$

$$= \frac{}{\sqrt{\cdot\cdot}} = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{} = \boxed{}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0: p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 14 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\alpha = 0.01}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$ **ается**.

$\boxed{\alpha = 0.05}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$ **ается**

Выборочная проверка вариант 14 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \square$, $k_{\min} = 17 - 1 = \square$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 1.44 + 16\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \square) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \square$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = \square$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \square$:

$$|T_{\text{набл}}| \;\square\; T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 14 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.1), (4, 12.5), (6, 21.7), (8, 35.7), (10, 32.9), (12, 39.4), (14, 54.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

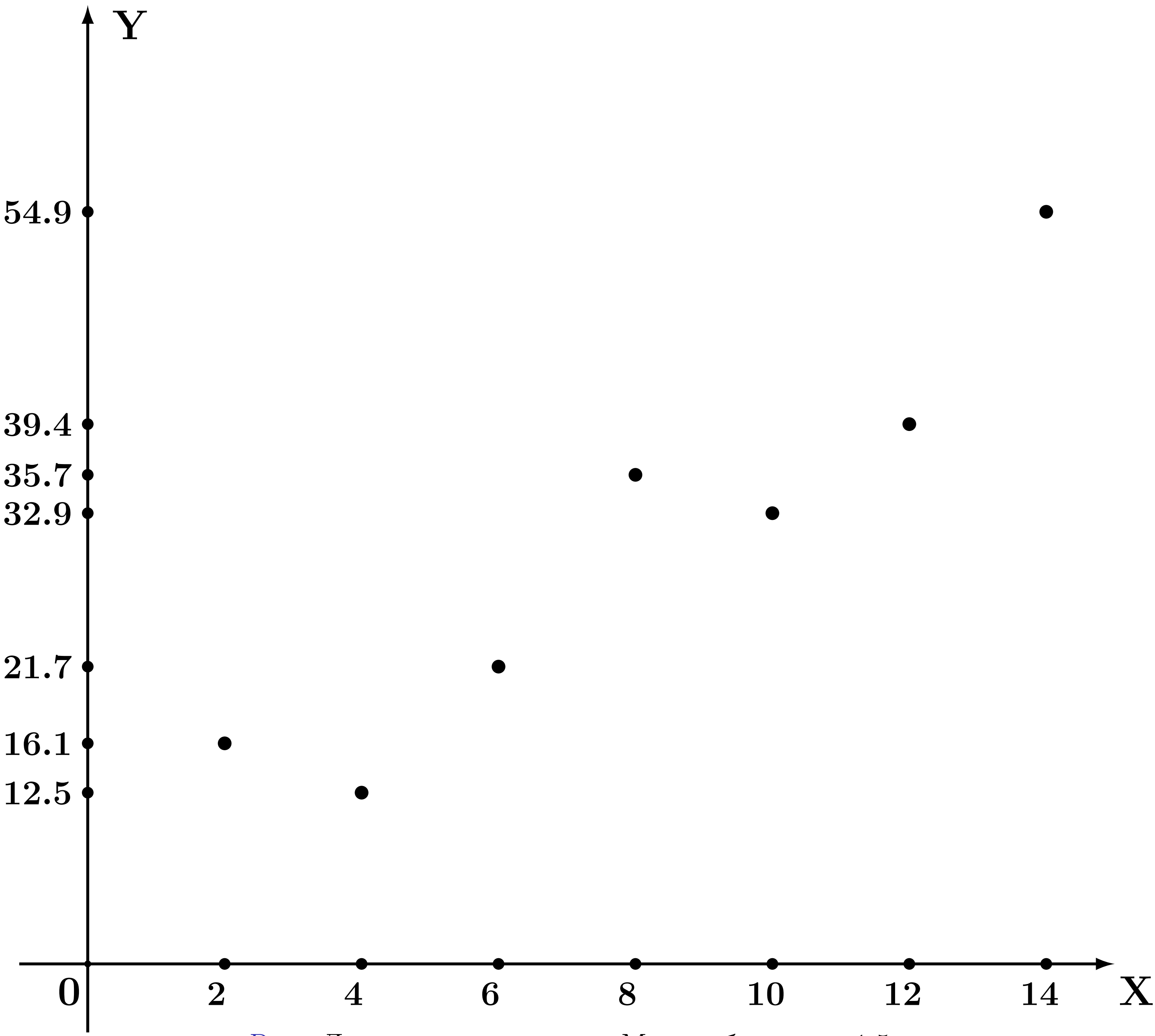

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.1	12.5	21.7	35.7	32.9	39.4	54.9	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.
Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

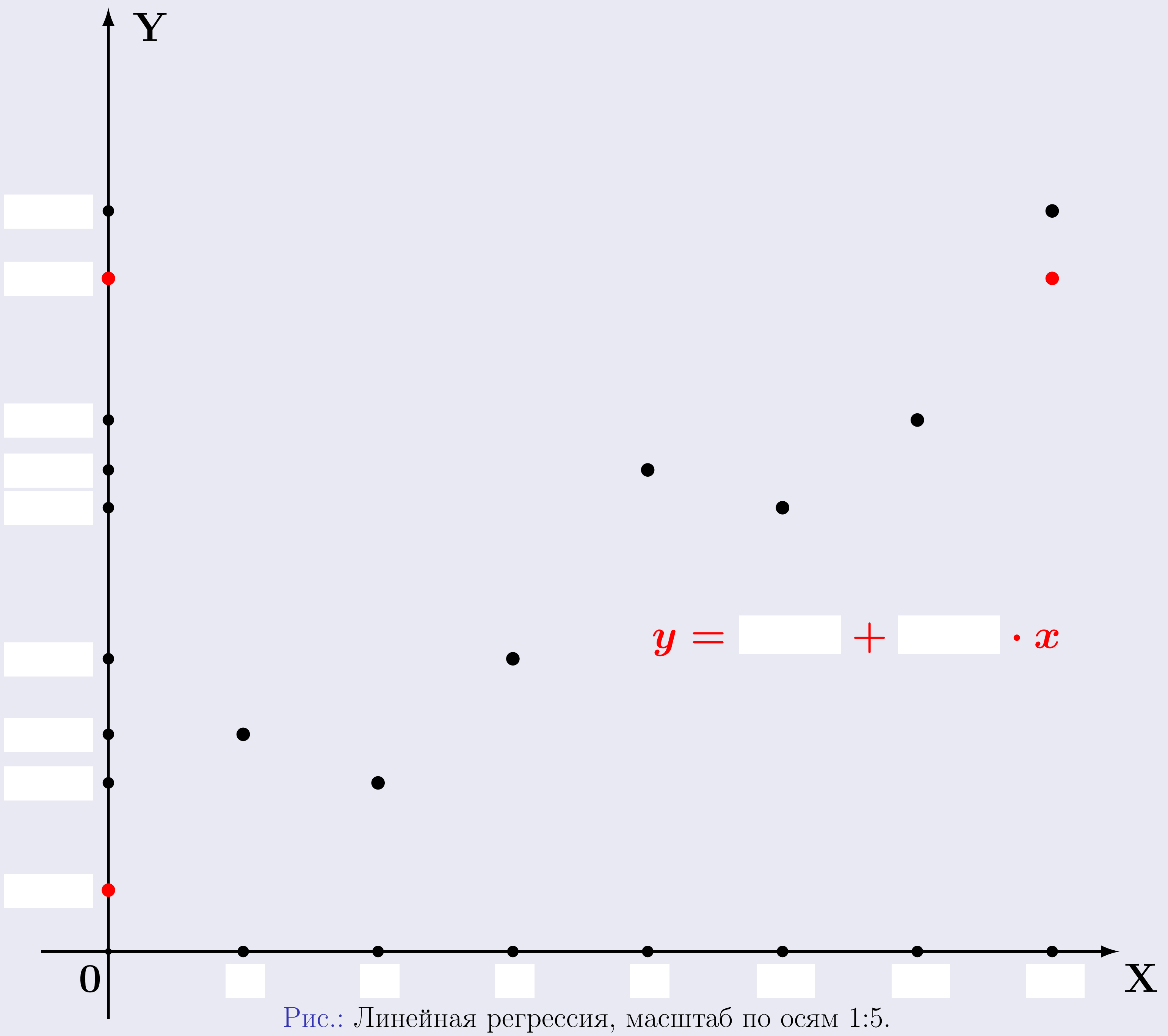

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 14 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05: \ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05: \ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0: \ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 15

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \boxed{}, \quad w_2 = \boxed{}, \quad w_3 = \boxed{}, \quad w_4 = \boxed{}.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 10, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**7**	**10**	∞
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 3 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \boxed{}, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \boxed{}, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \boxed{}, & \text{если } 7 < x \le 10 \\ \boxed{}, & \text{если } x > 10 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

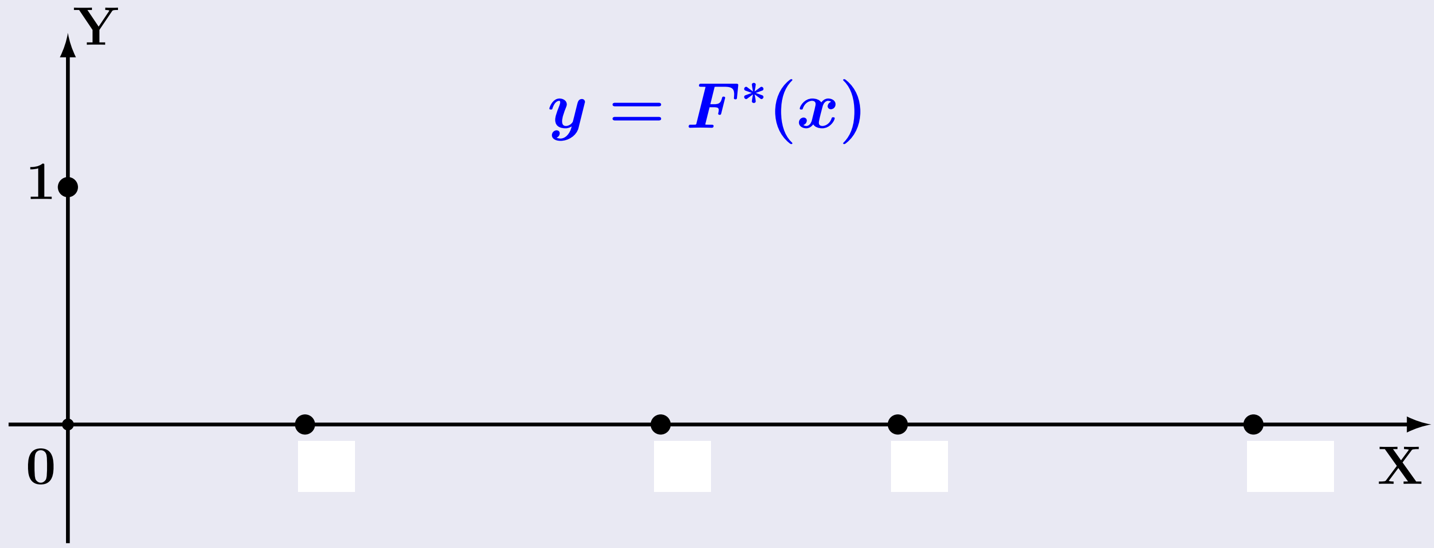

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad), \quad (10, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

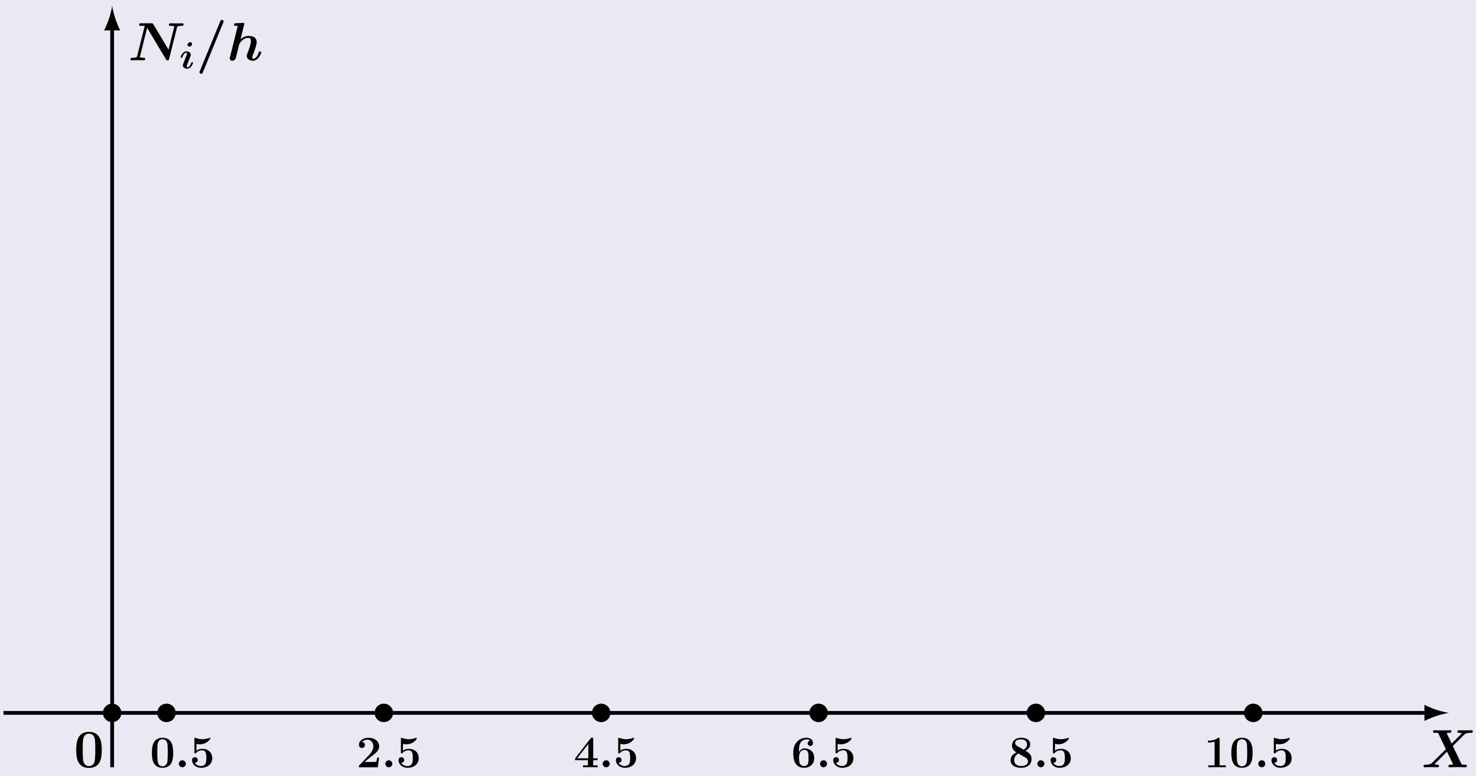

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 15 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 3 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.70^k \cdot e^{-5.70}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.70^0 \cdot e^{-5.70}}{0!} = e^{-5.70} =$

$p_1 = \frac{5.70^1 \cdot e^{-5.70}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.70^2 \cdot e^{-5.70}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.70^3 \cdot e^{-5.70}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.70^4 \cdot e^{-5.70}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.70^5 \cdot e^{-5.70}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.70^6 \cdot e^{-5.70}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.70^7 \cdot e^{-5.70}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.70^8 \cdot e^{-5.70}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 15 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	5	7	10
частоты n_i	3	2	3	2

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.344\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.70 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 9.344 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a &= \\ b - a &= \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,

$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при } \le x \le \\ 0 & \text{при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 63 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 63$, $m = 15$, $w = \frac{15}{63} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.24 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$(\square; \square)$, или $\square < p < \square$.

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$(\square; \square)$, или $\square < p < \square$.

Выборочная проверка вариант 15 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 412 испытаниях событие A появилось 164 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 412$, $m = 164$, $w = \frac{164}{412} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 15 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 16 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

Выборочная проверка вариант 15 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad\quad}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad\quad}$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 15 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально.*
Сделана выборка объема $n_X = 20$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (20-1)}{6.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 15 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X) = 15.603$ известна. Сделана выборка объема $n_X = 108$, и по ней найдена выборочная средняя $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -27)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
 ается.

Выборочная проверка вариант 15 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 412$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 229$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 412$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{229}{412} - 0.60\right) \cdot \sqrt{412}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \;\_\_\; U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_, \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_,$$

Доверительный интервал (____; ____), или ____ $< m <$ ____.

Выборочная проверка вариант 15 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 15 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 243$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 812$ *элементов, и* $m_2 = 254$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1012$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{243}{812} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{254}{1012} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{243}{812} - \frac{254}{1012}\right)}{\sqrt{\frac{243+254}{812+1012} \cdot \left(1 - \frac{243+254}{812+1012}\right) \cdot \left(\frac{1}{812} + \frac{1}{1012}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0: p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 15 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-136|}{\sqrt{83/27 + 106/39}} = \qquad .$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \qquad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \qquad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 15 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 18 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.95}{\sqrt{10\cdot 1.44 + 17\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 18\cdot 27}{29}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 15 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.6),\ (4, 15.0),\ (6, 25.2),\ (8, 40.2),\ (10, 38.4),\ (12, 45.9),\ (14, 62.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

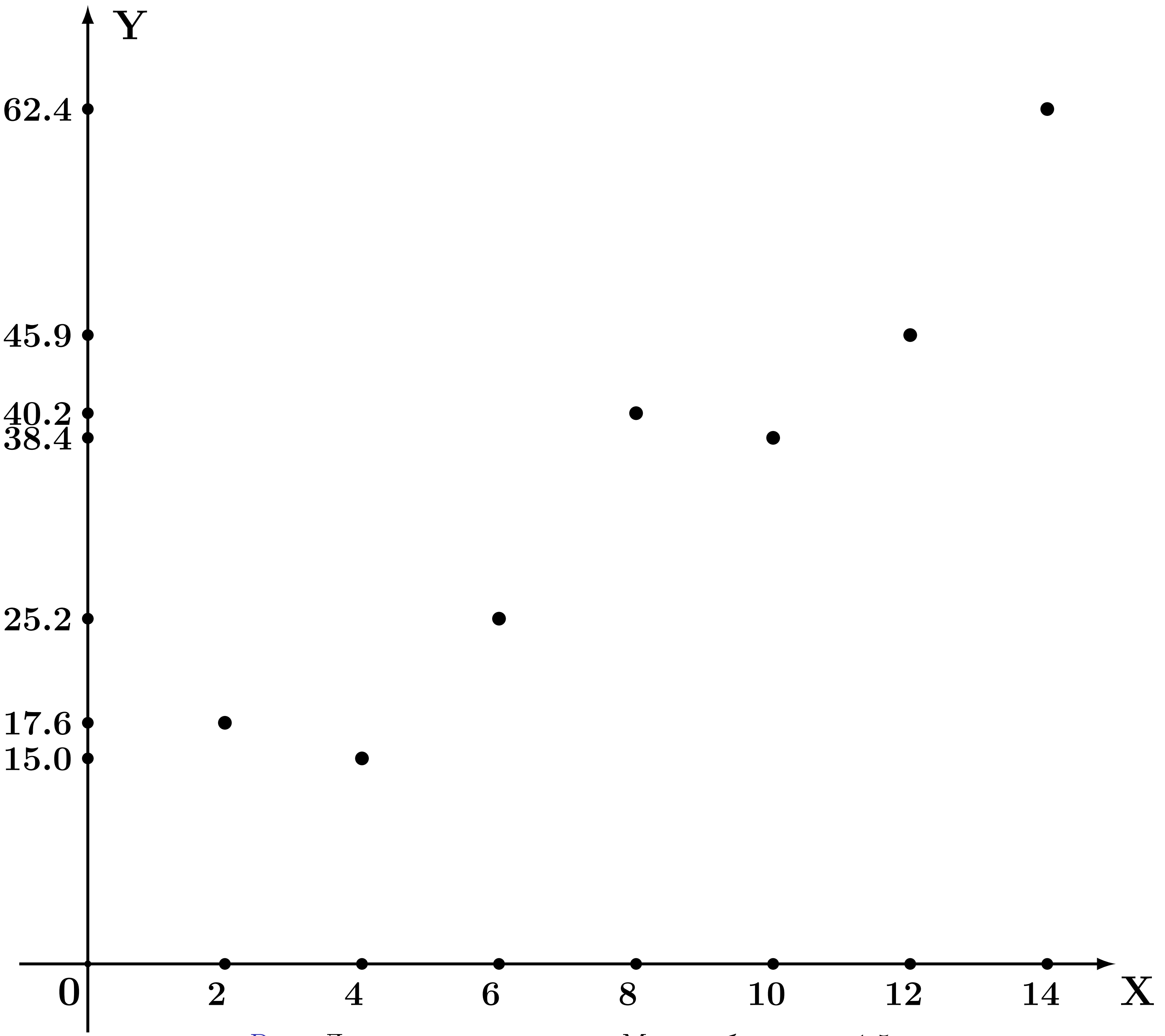

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**17.6**	**15.0**	**25.2**	**40.2**	**38.4**	**45.9**	**62.4**	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.
Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

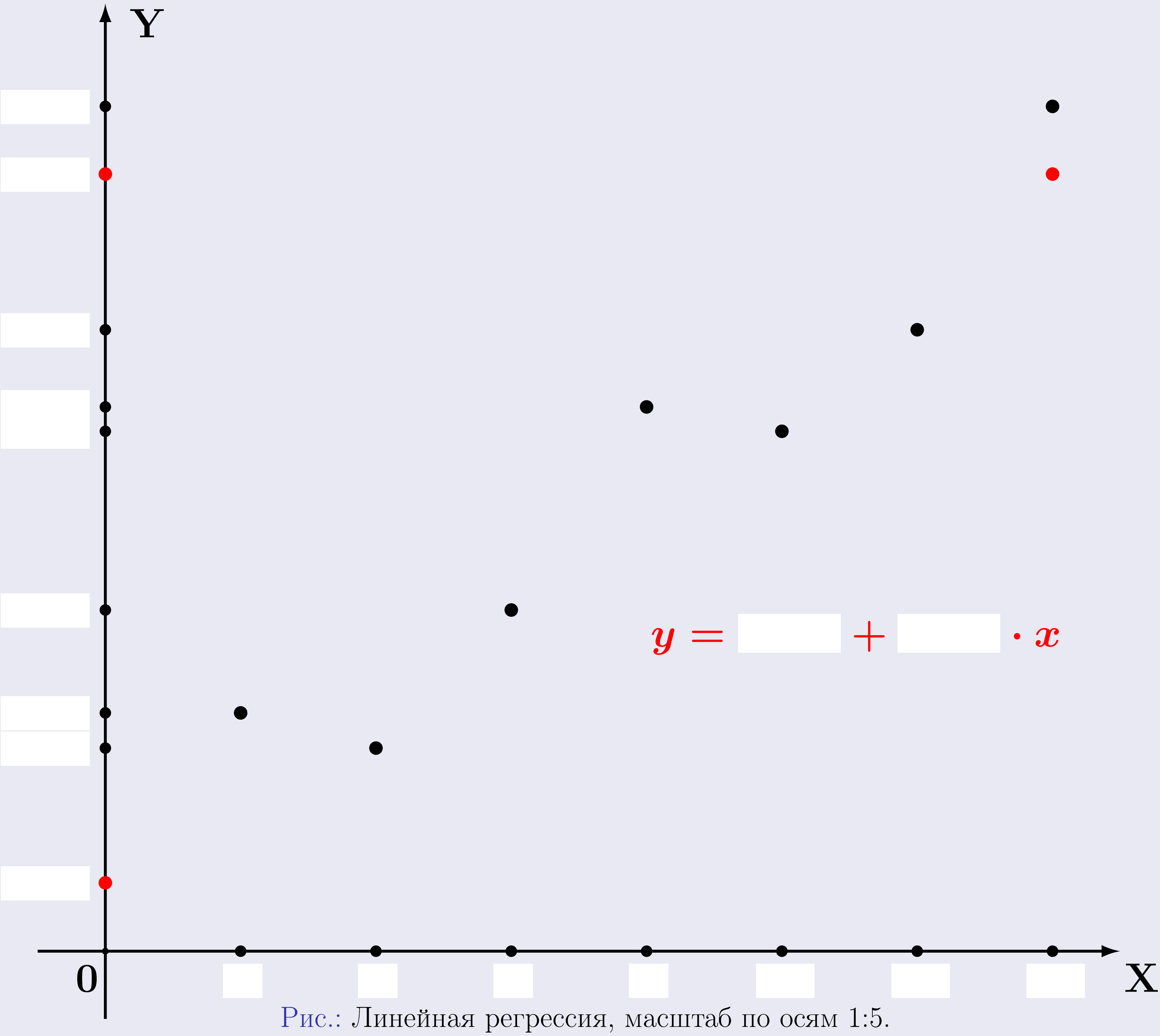

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 15 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.
гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 16

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	4	6
частоты n_i	2	1	4	3

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 6, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	1	3	4	6	∞
частоты n_i	2	1	4	3	0
частоты $n(< x_i)$	0				
относительные частоты $w(< x_i)$	0				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\quad = 2 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad , & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } 3 < x \le 4 \\ \quad , & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \quad , & \text{если } x > 6 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

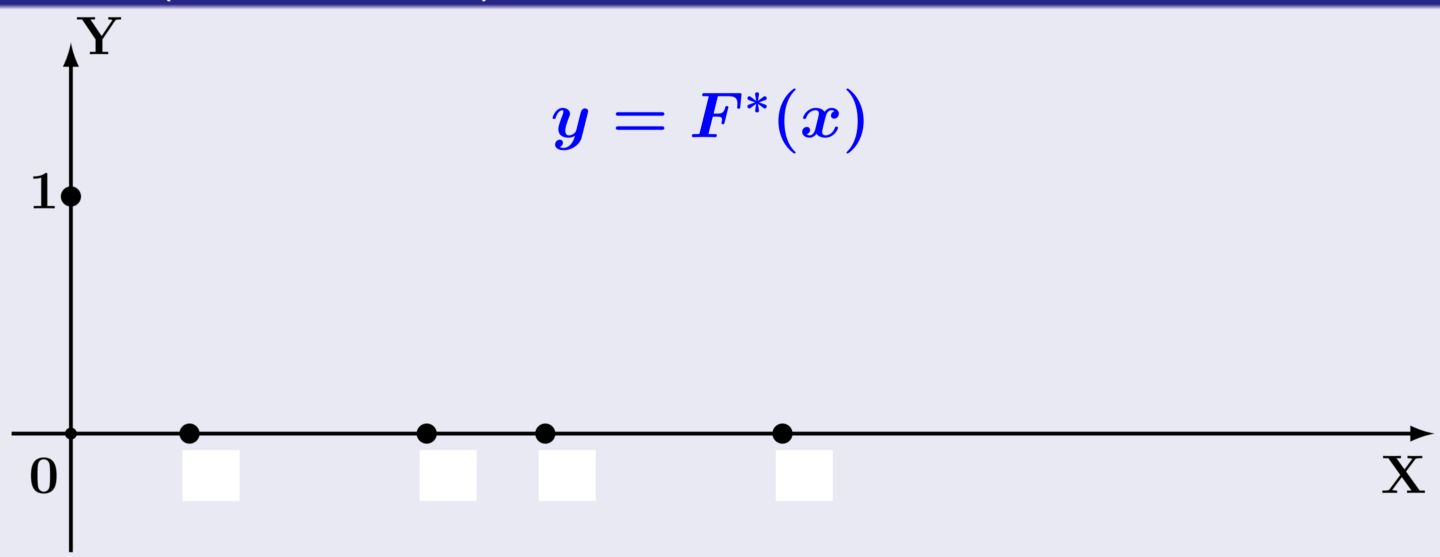

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (3, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

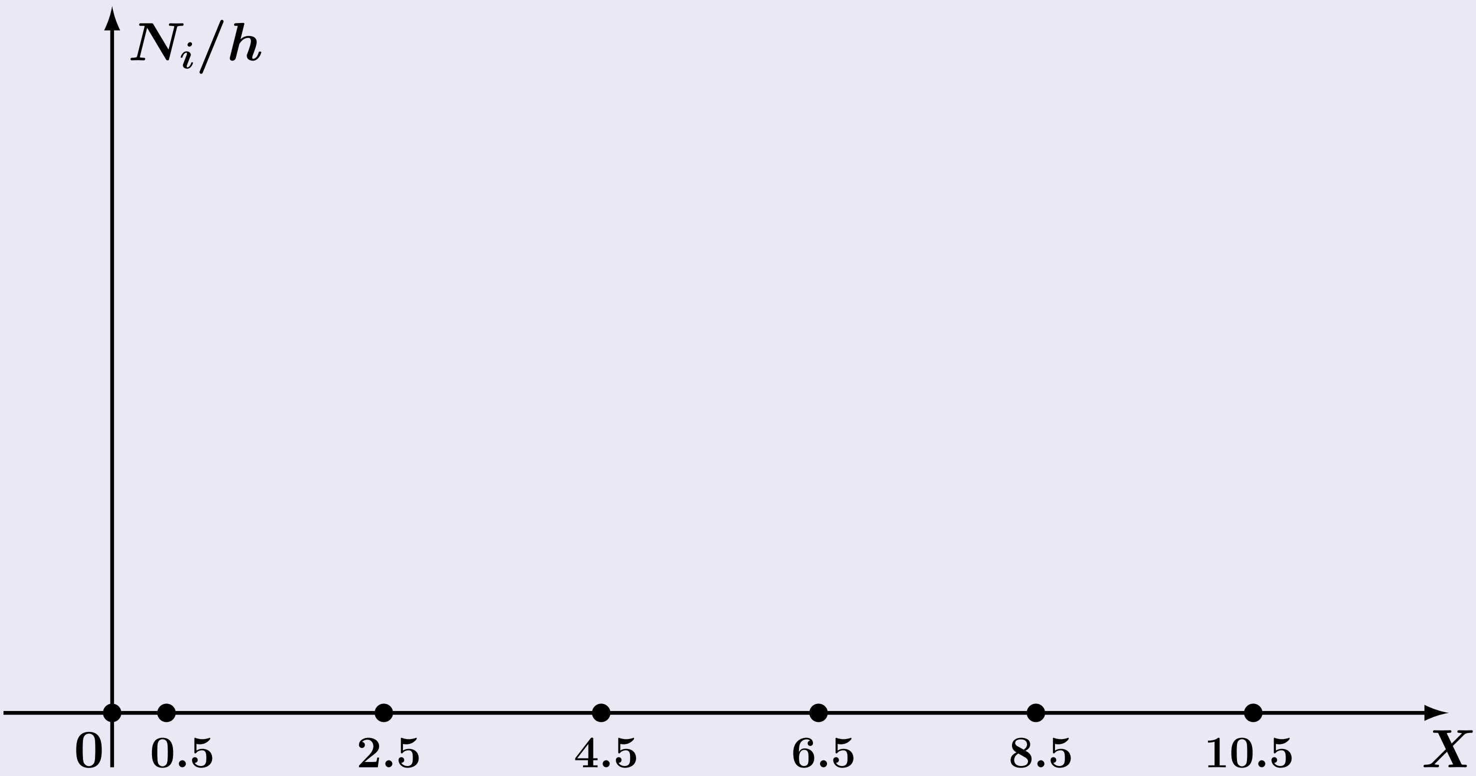

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 16 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	4	6
частоты n_i	2	1	4	3

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 4 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{3.90^k \cdot e^{-3.90}}{k!}$.

$p_0 = \frac{3.90^0 \cdot e^{-3.90}}{0!} = e^{-3.90} =$

$p_1 = \frac{3.90^1 \cdot e^{-3.90}}{1!} =$

$p_2 = \frac{3.90^2 \cdot e^{-3.90}}{2!} =$

$p_3 = \frac{3.90^3 \cdot e^{-3.90}}{3!} =$

$p_4 = \frac{3.90^4 \cdot e^{-3.90}}{4!} =$

$p_5 = \frac{3.90^5 \cdot e^{-3.90}}{5!} =$

$p_6 = \frac{3.90^6 \cdot e^{-3.90}}{6!} =$

$p_7 = \frac{3.90^7 \cdot e^{-3.90}}{7!} =$

$p_8 = \frac{3.90^8 \cdot e^{-3.90}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 16 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}} .$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**6**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 3.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 3.433\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 3.90 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 3.433 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{\quad} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \text{ при } x < \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = & \text{при } \quad \le x \le \\ & 0 \text{ при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик ______

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик ______

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 60 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 60$, $m = 15$, $w = \frac{15}{60} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.25 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square.$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square.$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 391 испытаниях событие A появилось 155 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 391$, $m = 155$, $w = \frac{155}{391} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 16 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 14 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 16 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 16 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 18$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0:\ \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1:\ \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}\cdot(n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2\cdot(18-1)}{5.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05;\quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{D}(X) = 5.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 16 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0:\ \mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 18.063$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 110$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -26)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
ается.

Выборочная проверка вариант 16 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 392$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 169$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 392$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{169}{392} - 0.50\right) \cdot \sqrt{392}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 16 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 16 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 238$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 792$ *элементов, и* $m_2 = 248$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 992$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{238}{792} = 0.301\,, \quad w_2 = \frac{248}{992} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{238}{792} - \frac{248}{992}\right)}{\sqrt{\frac{238+248}{792+992}\cdot\left(1-\frac{238+248}{792+992}\right)\cdot\left(\frac{1}{792}+\frac{1}{992}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\textbf{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 16 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130 - 136|}{\sqrt{83/27 + 100/35}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$ ____.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ ____ и $Z_{\text{кр}} =$ ____:

$$|Z_{\text{набл}}| \;\square\; Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних ____**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$ ____.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ ____ и $Z_{\text{кр}} =$ ____:

$$|Z_{\text{набл}}| \;\square\; Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних ____**ается**

Выборочная проверка вариант 16 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.55}{\sqrt{10 \cdot 0.84 + 15 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 16 \cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|\boldsymbol{T}_{\text{набл}}| \boldsymbol{T}_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 16 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 15.5), (4, 11.5), (6, 20.3), (8, 33.9), (10, 30.7), (12, 36.8), (14, 51.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

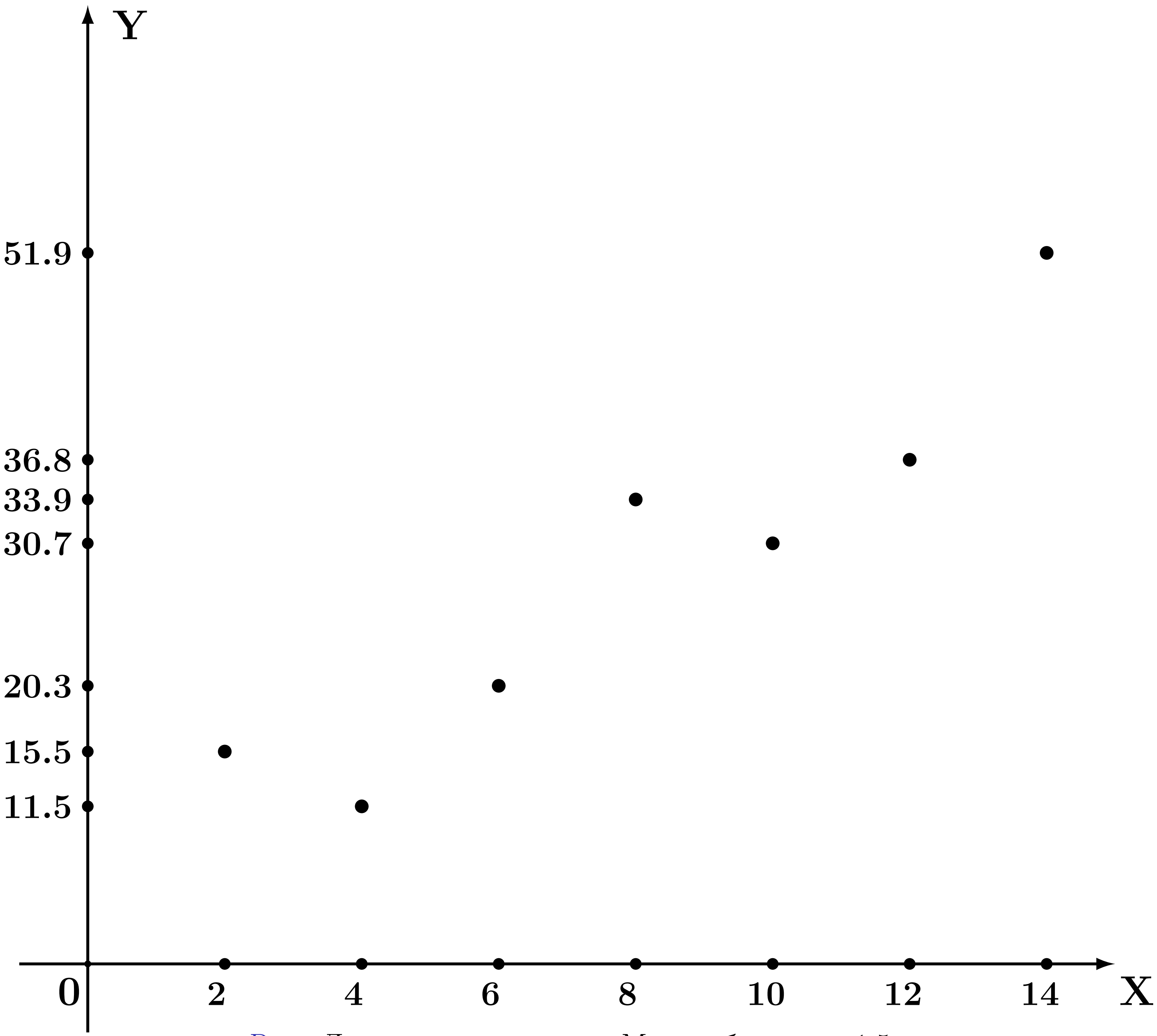

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	15.5	11.5	20.3	33.9	30.7	36.8	51.9	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

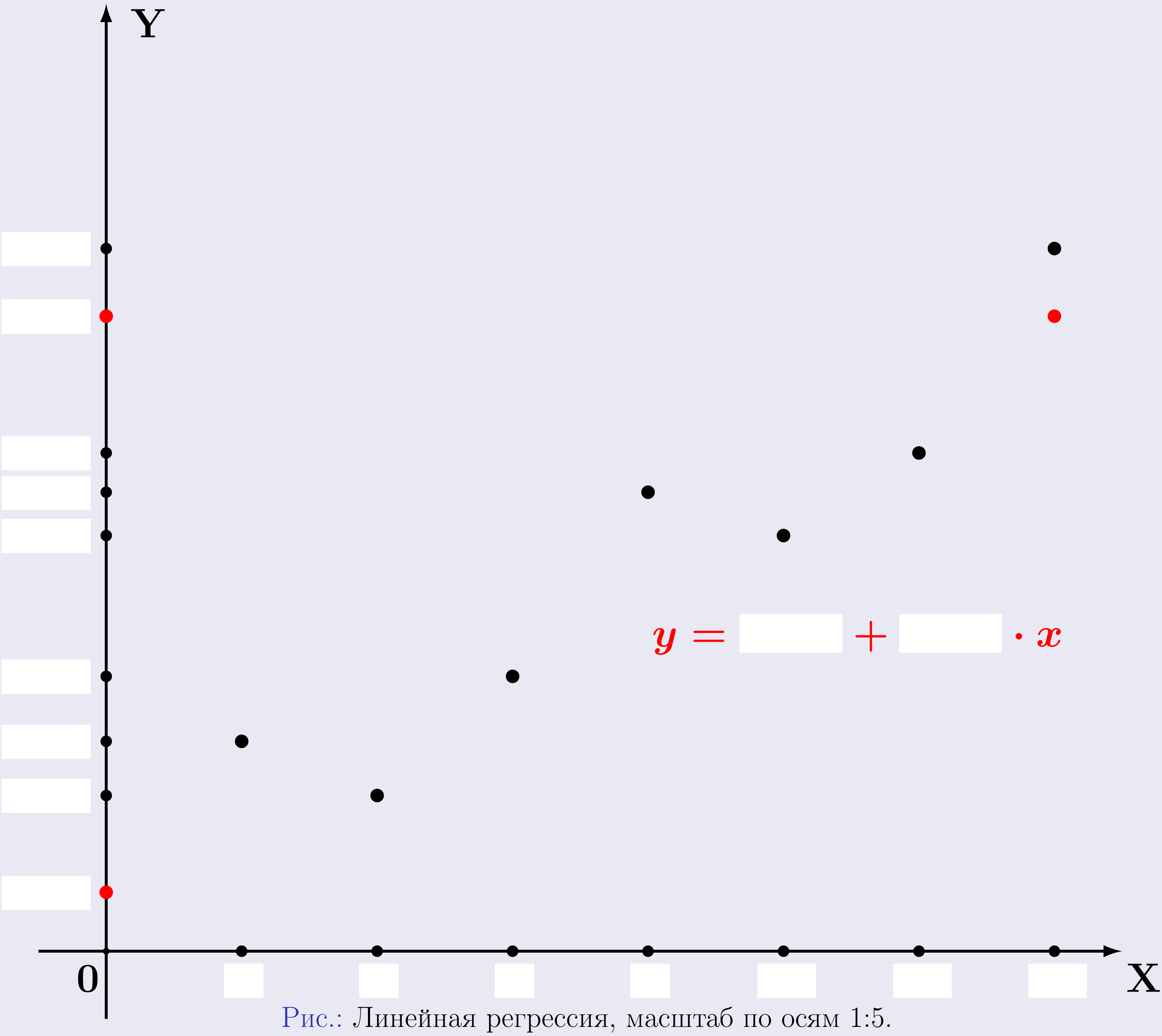

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 16 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\texttt{набл}} =$, $\chi^2_{\texttt{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.
гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 17

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 4, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**3**	**4**	**7**	∞
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\quad = 2 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ \quad, & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad, & \text{если } 3 < x \le 4 \\ \quad, & \text{если } 4 < x \le 7 \\ \quad, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

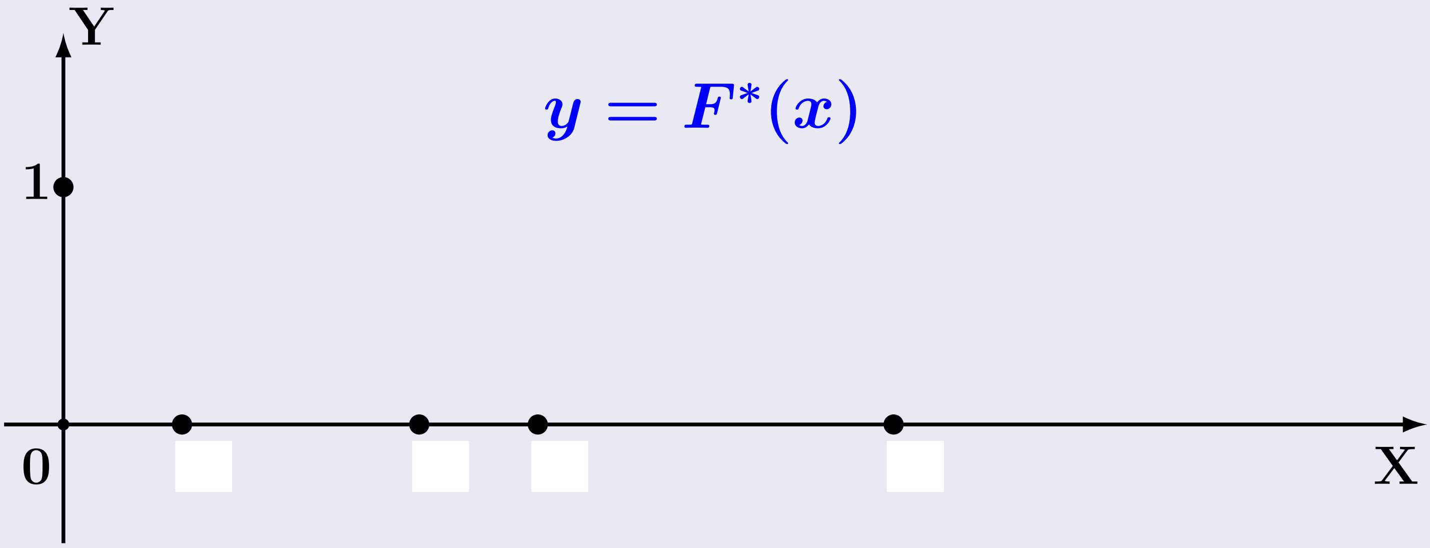

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (3, \quad), \quad (4, \quad), \quad (7, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

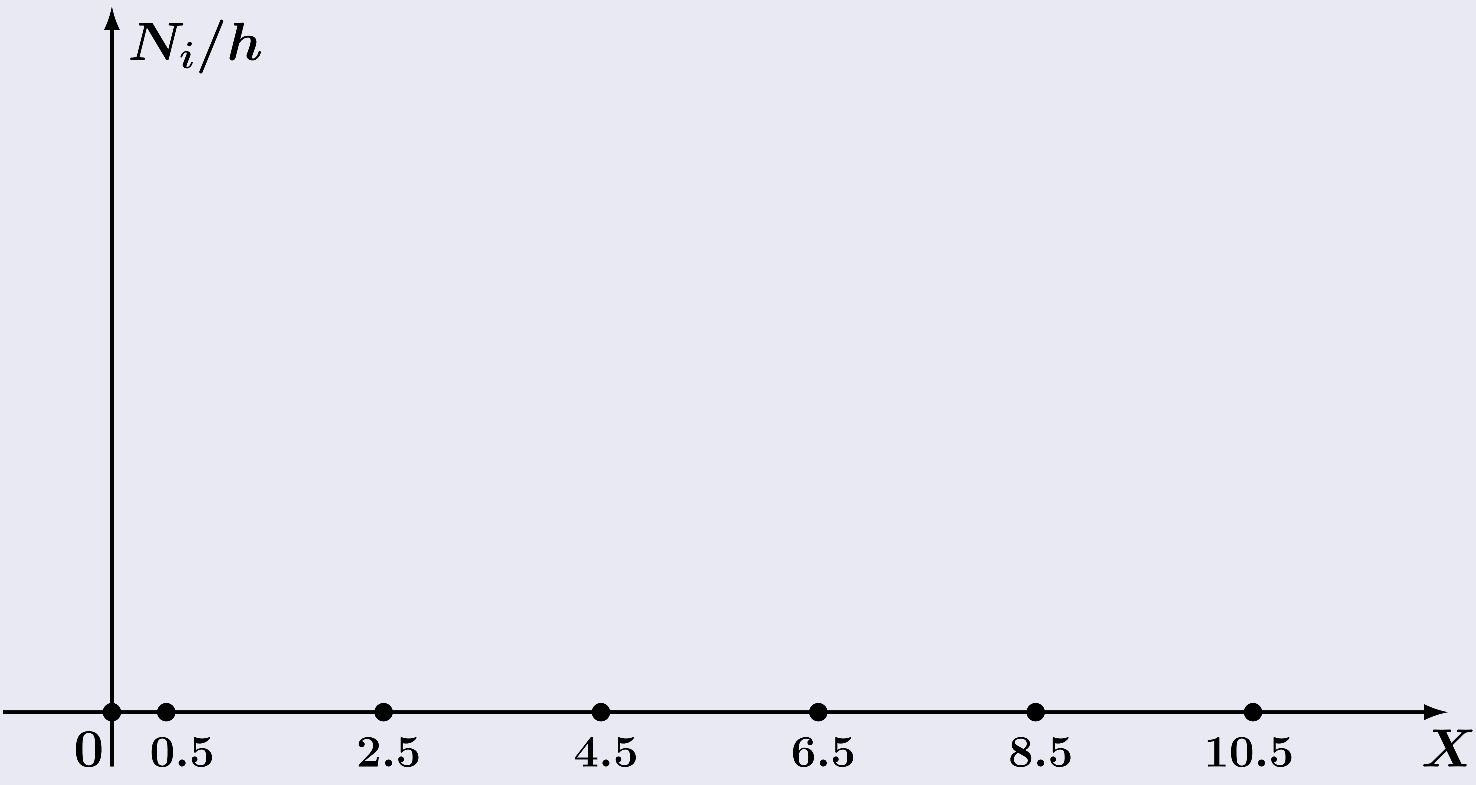

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 17 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_2 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_3 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_4 =$ введи | Клик |

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	4	7
частоты n_i	2	1	3	4

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.50^k \cdot e^{-4.50}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.50^0 \cdot e^{-4.50}}{0!} = e^{-4.50} =$

$p_1 = \frac{4.50^1 \cdot e^{-4.50}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.50^2 \cdot e^{-4.50}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.50^3 \cdot e^{-4.50}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.50^4 \cdot e^{-4.50}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.50^5 \cdot e^{-4.50}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.50^6 \cdot e^{-4.50}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.50^7 \cdot e^{-4.50}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.50^8 \cdot e^{-4.50}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 17 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**4**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	1	3	4	7
частоты n_i	2	1	3	4

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & при \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & при \;\; a \le x \le b \\ 0 & при \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.833\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.50 =$ ___ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.833 =$ ___,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ___, $b =$ ___,
$a =$ ___ $-$ ___ $=$ ___. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при} \;\; \le x \le \\ 0 & \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ___ Клик ___

формат 1.23, $b =$ введи ___ Клик ___

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 64 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 64$, $m = 14$, $w = \frac{14}{64} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2\cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2\cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.22 + \frac{\quad^2}{2\cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2\cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $\quad < p < \quad$.

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2\cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2\cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2\cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2\cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $\quad < p < \quad$.

Выборочная проверка вариант 17 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 398 испытаниях событие A появилось 152 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 398$, $m = 152$, $w = \frac{152}{398} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 17 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 15 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\alpha = 0.05}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

$\boxed{\alpha = 0.01}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 17 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 17 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально.
Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (19-1)}{7.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 17 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X) = 18.063$ известна. Сделана выборка объема $n_X = 112$, и по ней найдена выборочная средняя $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad -28)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
_____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 17 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи [ ] Клик [ ]

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 209$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{209}{398} - 0.60\right) \cdot \sqrt{398}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{}{} = \boxed{} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = $ и $U_{\text{кр}} = $:

$$|U_{\text{набл}}| U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ $\boxed{}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \cdot \sqrt{ \cdot \cdot (1 -)} = $$

$$M = * - = , \quad M' = * + = ,$$

Доверительный интервал (;), или $ < m < $.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|U_{\text{набл}}| \ \_\_\_ \ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_ \cdot \_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_)} = \_\_\_$$

$$M = \_\_\_ * \_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_ , \quad M' = \_\_\_ * \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 17 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 17 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 239$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{239}{798} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{251}{998} = 0.252\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{239}{798} - \frac{251}{998}\right)}{\sqrt{\frac{239+251}{798+998}\cdot\left(1-\frac{239+251}{798+998}\right)\cdot\left(\frac{1}{798}+\frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U_{\text{набл}}}| \quad \boldsymbol{U_{\text{кр}}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза H_0 : $p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 17 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$*. Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-136|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 17 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 0.84 + 16\cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 17 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.0),\ (4, 14.0),\ (6, 23.8),\ (8, 38.4),\ (10, 36.2),\ (12, 43.3),\ (14, 59.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

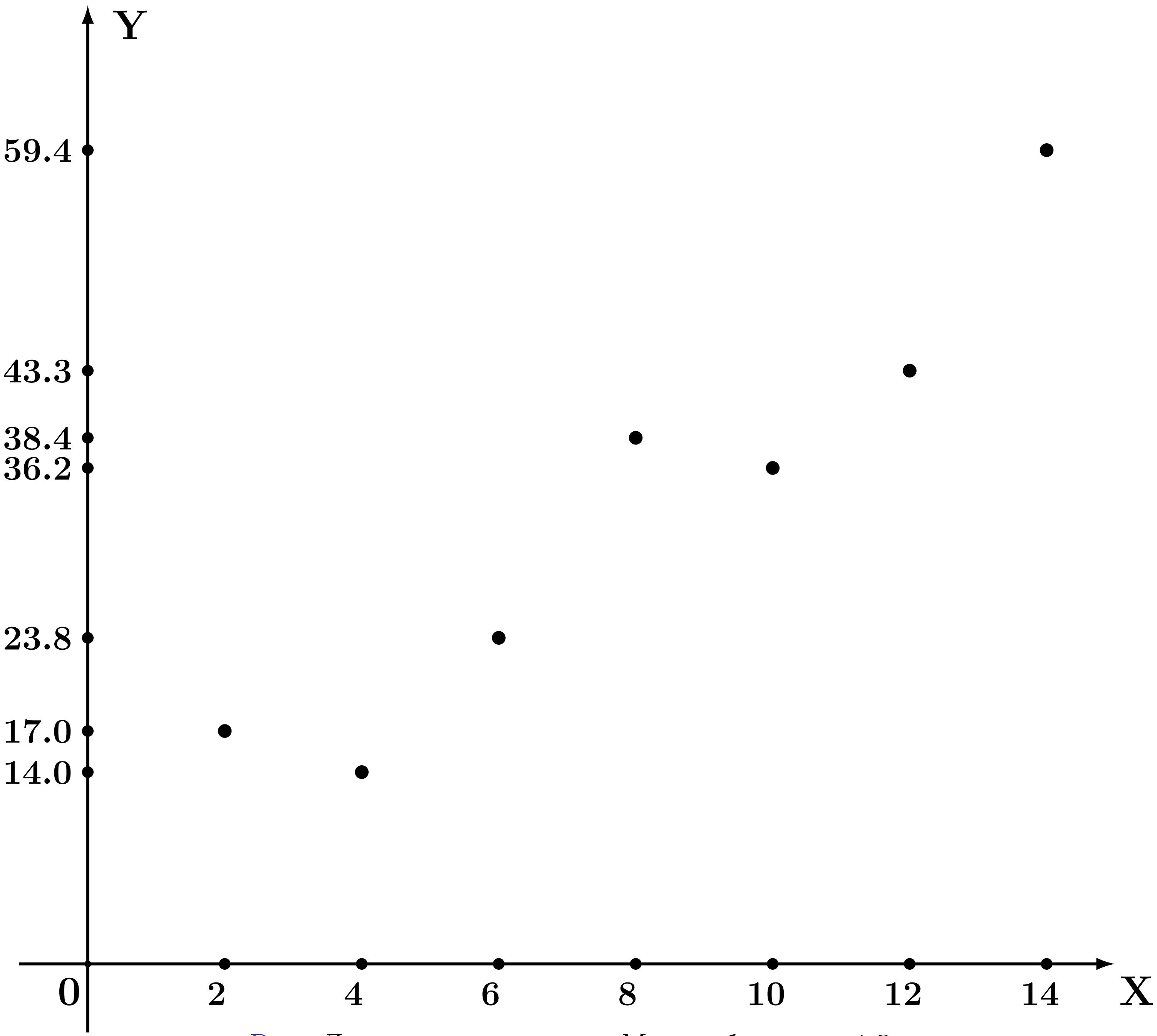

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	17.0	14.0	23.8	38.4	36.2	43.3	59.4	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

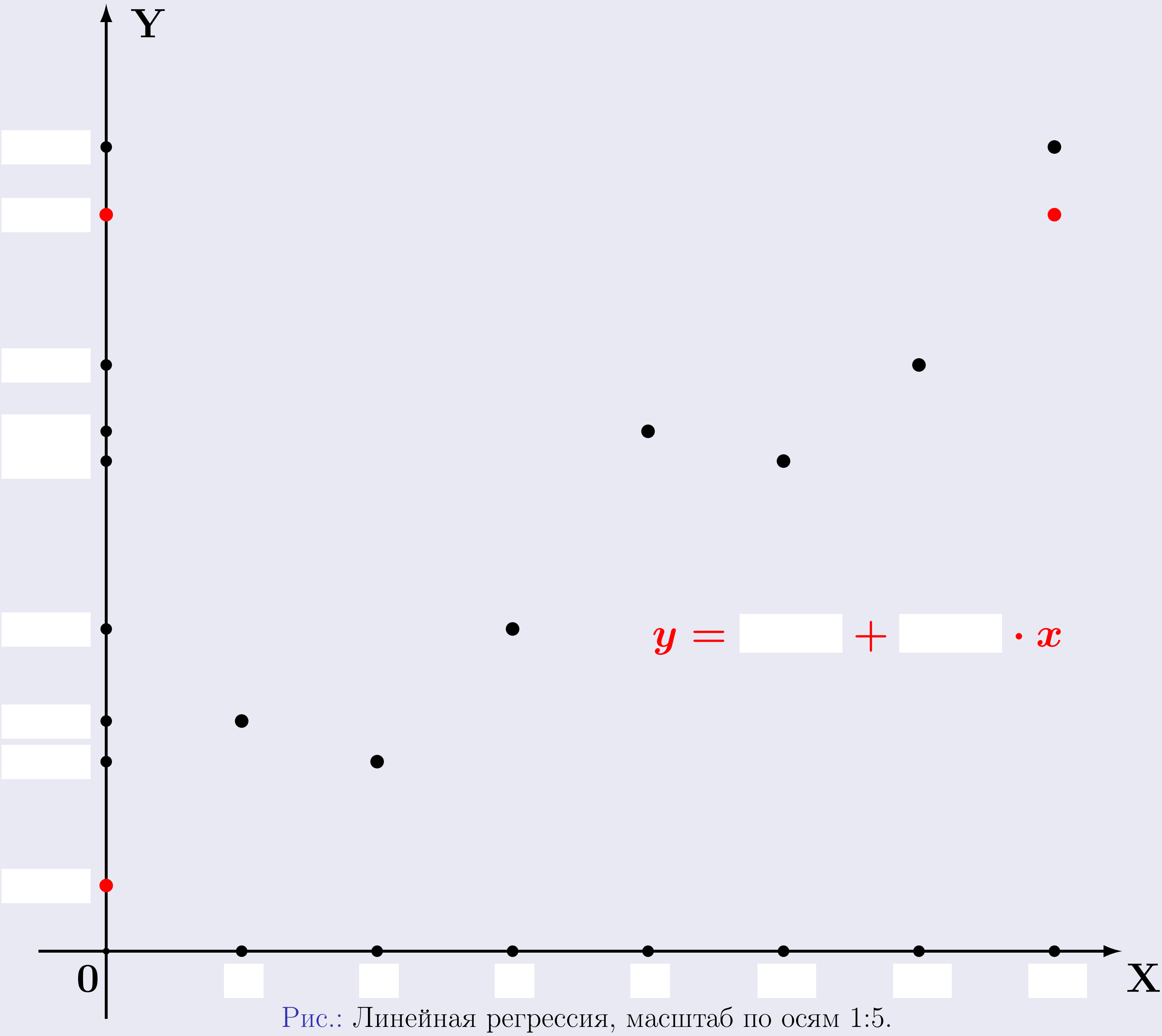

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 17 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$**ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 18

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	3	5	7
частоты n_i	2	1	4	3

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	1	3	5	7	∞
частоты n_i	2	1	4	3	0
частоты $n(< x_i)$	0				
относительные частоты $w(< x_i)$	0				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 2 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \square, & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \square, & \text{если } 3 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \square, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

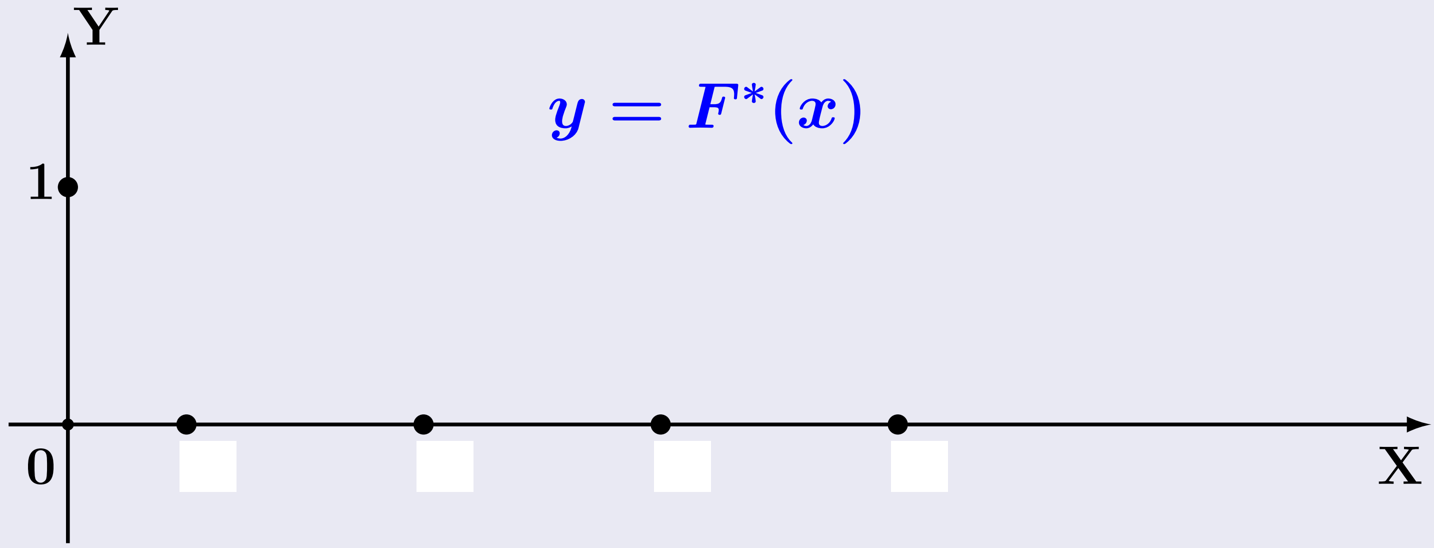

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (3, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

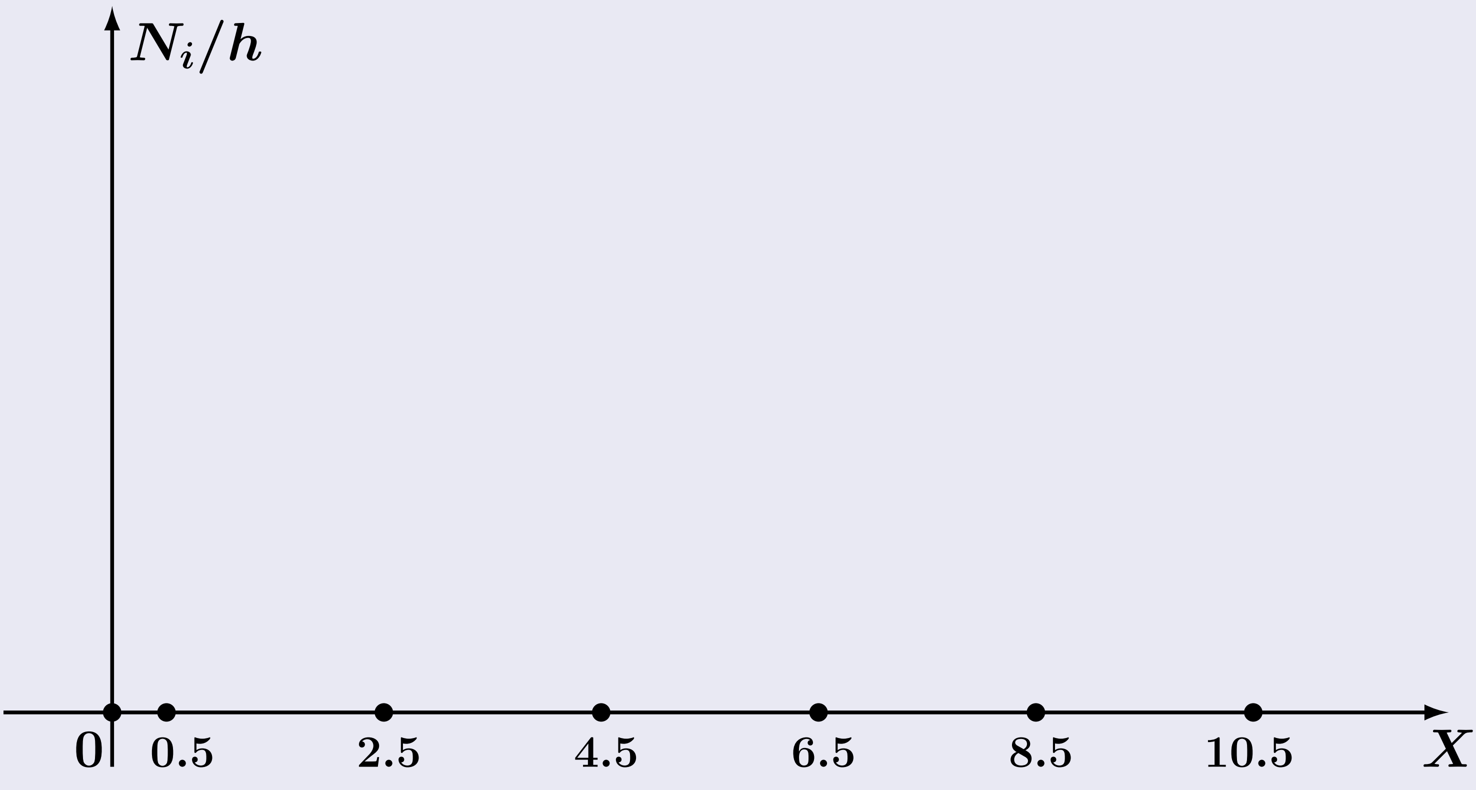

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 18 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 4 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.60$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.60^k \cdot e^{-4.60}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.60^0 \cdot e^{-4.60}}{0!} = e^{-4.60} =$$

$$p_1 = \frac{4.60^1 \cdot e^{-4.60}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.60^2 \cdot e^{-4.60}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.60^3 \cdot e^{-4.60}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.60^4 \cdot e^{-4.60}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.60^5 \cdot e^{-4.60}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.60^6 \cdot e^{-4.60}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.60^7 \cdot e^{-4.60}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.60^8 \cdot e^{-4.60}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 18 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**1**	**4**	**3**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < a \\ \frac{1}{b-a} \ \text{при} \ a \le x \le b \\ 0 \ \text{при} \ x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.60 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 5.156\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.60 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 5.156 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a \ = \\ b - a \ = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = \ \text{при} \ \le x \le \\ 0 \ \text{при} \ x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad;\qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad;\qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.40}{\sqrt{18}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.40}{\sqrt{18}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 61 испытаниях событие A появилось 17 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 61$, $m = 17$, $w = \frac{17}{61} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 +} \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2 \cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2 \cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 +} \cdot \left[0.28 + \frac{{}^2}{2 \cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2 \cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $< p <$.

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 +} \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2 \cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2 \cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 +} \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2 \cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2 \cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $< p <$.

Выборочная проверка вариант 18 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 396 испытаниях событие A появилось 162 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 396$, $m = 162$, $w = \frac{162}{396} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 18 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 14 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 18 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 14 - 1 = $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\alpha = 0.1}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\alpha = 0.02}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 18 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 18$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2 \cdot (18-1)}{5.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 18 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X) = 17.223$ известна. Сделана выборка объема $n_X = 110$, и по ней найдена выборочная средняя $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad -26)\cdot\sqrt{\qquad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
 ается.

Выборочная проверка вариант 18 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 159$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.45$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{159}{398} - 0.45\right) \cdot \sqrt{398}}{\sqrt{0.45(1-0.45)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______:

$$|U_{\text{набл}}| \;\_\_\_\; U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta \,, \quad M' = np_0 + \delta \,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 18 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 18 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 249$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{798} = 0.301 , \quad w_2 = \frac{249}{998} = 0.249 .$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{798} - \frac{249}{998}\right)}{\sqrt{\frac{240+249}{798+998} \cdot \left(1 - \frac{240+249}{798+998}\right) \cdot \left(\frac{1}{798} + \frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot \qquad}} = \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495 .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 18 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-137|}{\sqrt{83/27 + 103/35}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.

Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.

Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 18 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.55}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 15\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 16\cdot 25}{27}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 18 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 14.6),\ (4, 10.0),\ (6, 18.2),\ (8, 31.2),\ (10, 27.4),\ (12, 32.9),\ (14, 47.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a,b) \to \boldsymbol{min}$.

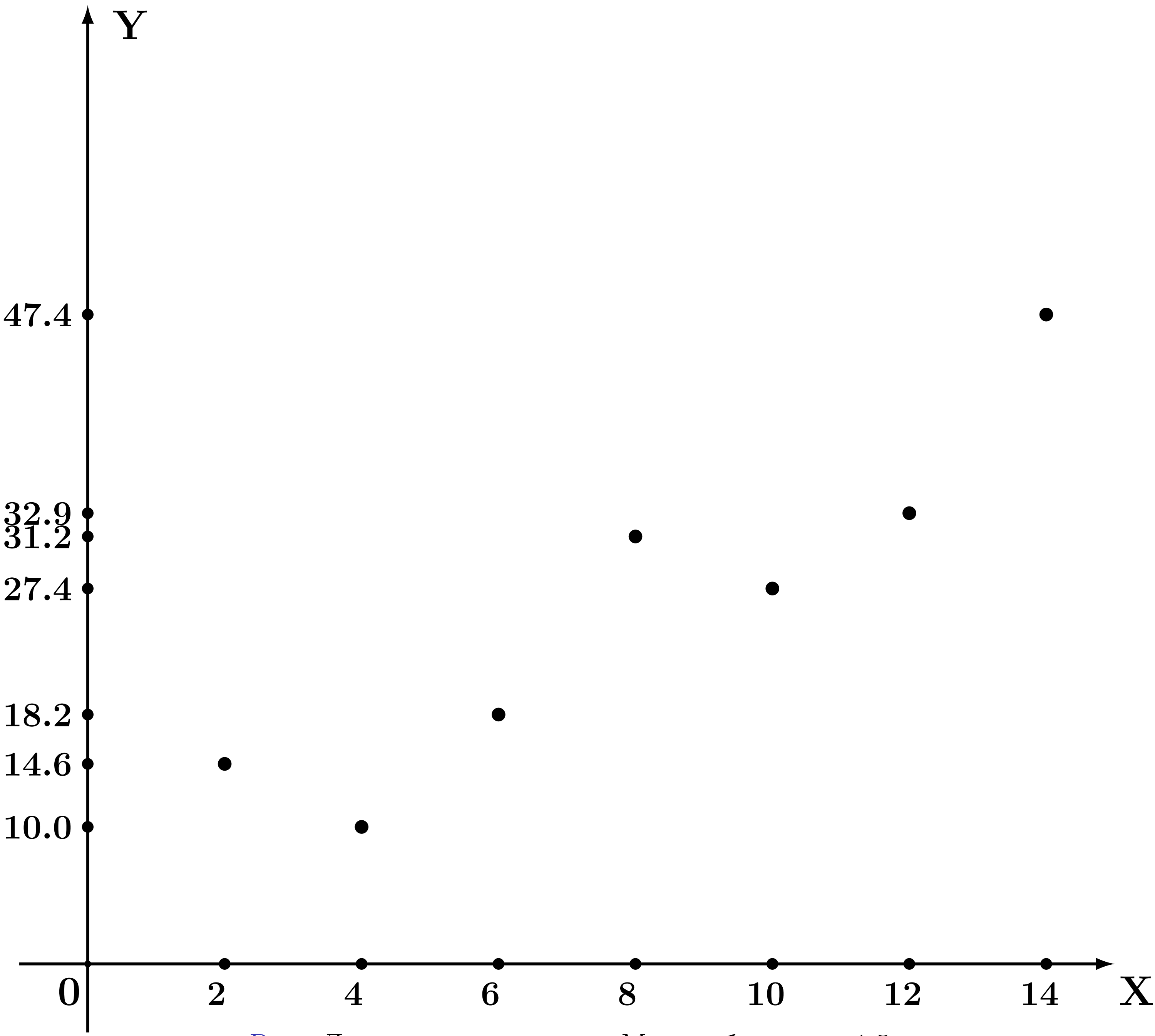

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	14.6	10.0	18.2	31.2	27.4	32.9	47.4	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

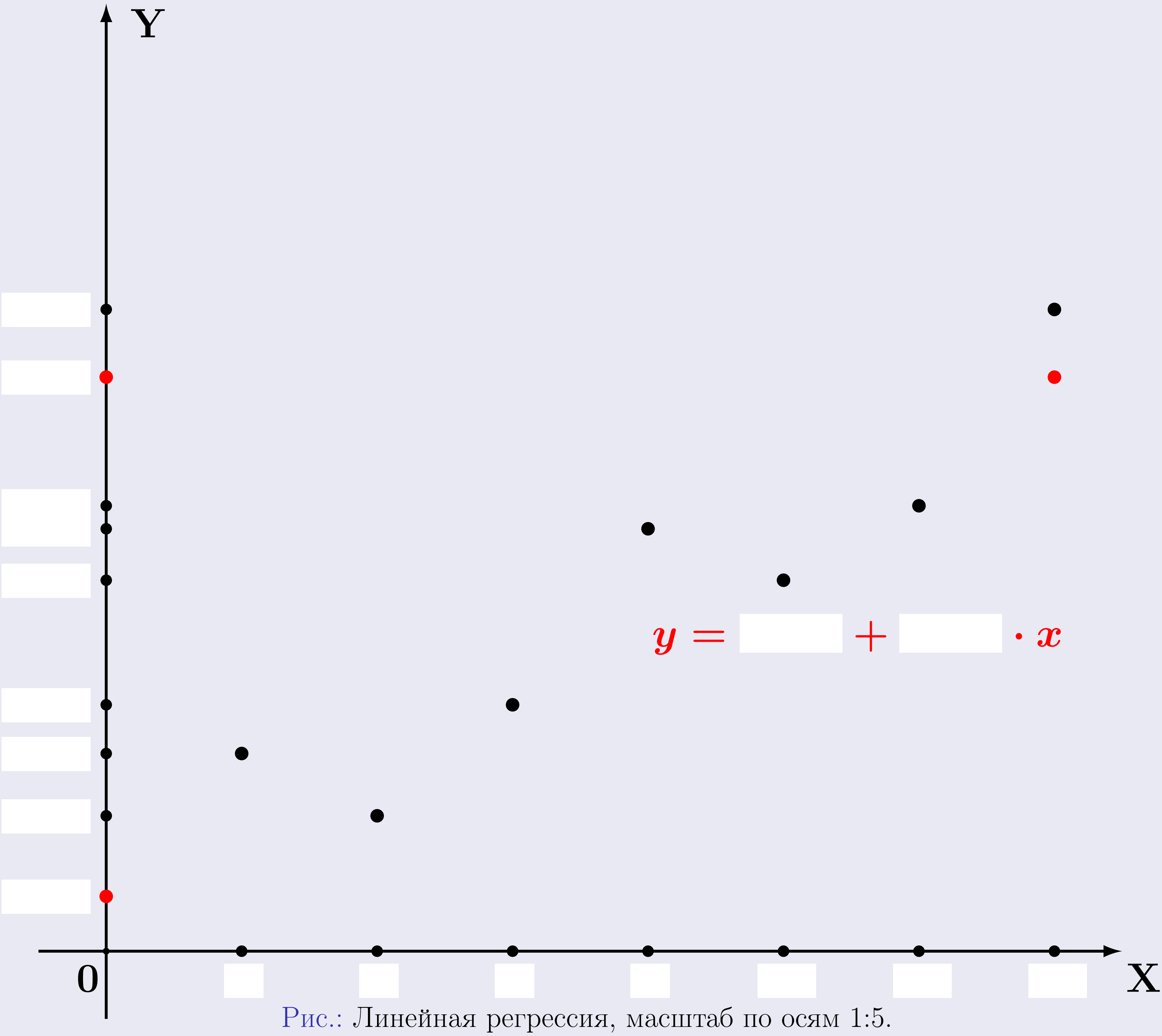

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 18 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$**ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 19

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad , \quad w_2 = \quad , \quad w_3 = \quad , \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 3, 5, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**3**	**5**	**8**	∞
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\quad = 2 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad , & \text{если } 1 < x \le 3 \\ \quad , & \text{если } 3 < x \le 5 \\ \quad , & \text{если } 5 < x \le 8 \\ \quad , & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

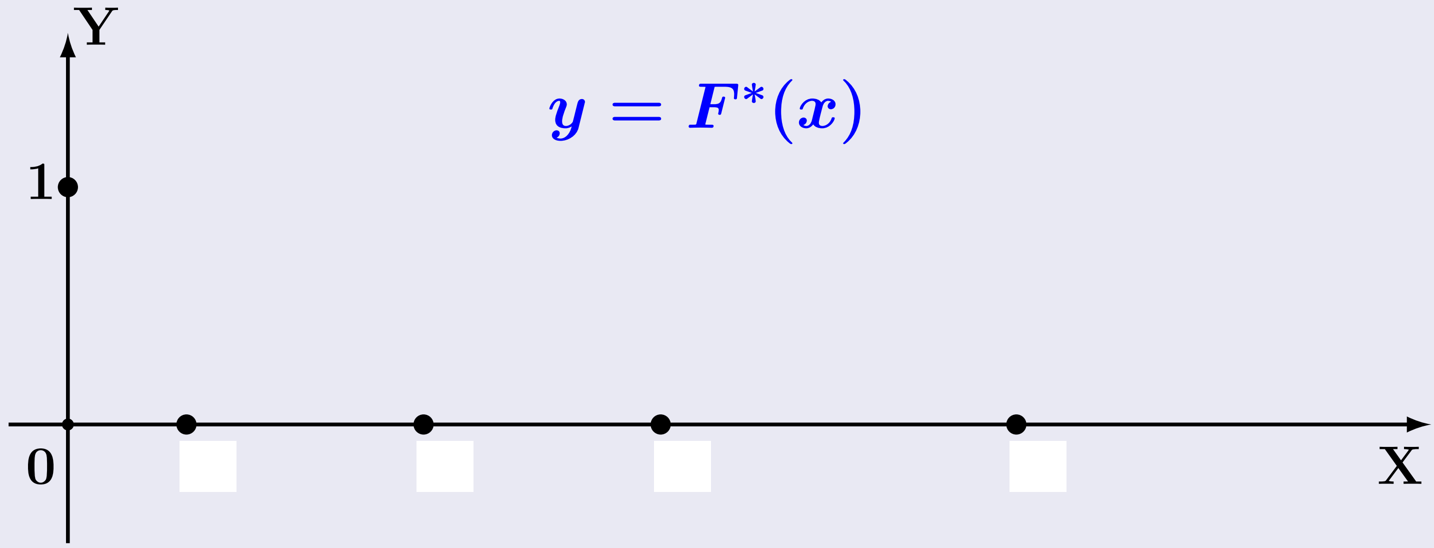

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (3, \quad), \quad (5, \quad), \quad (8, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

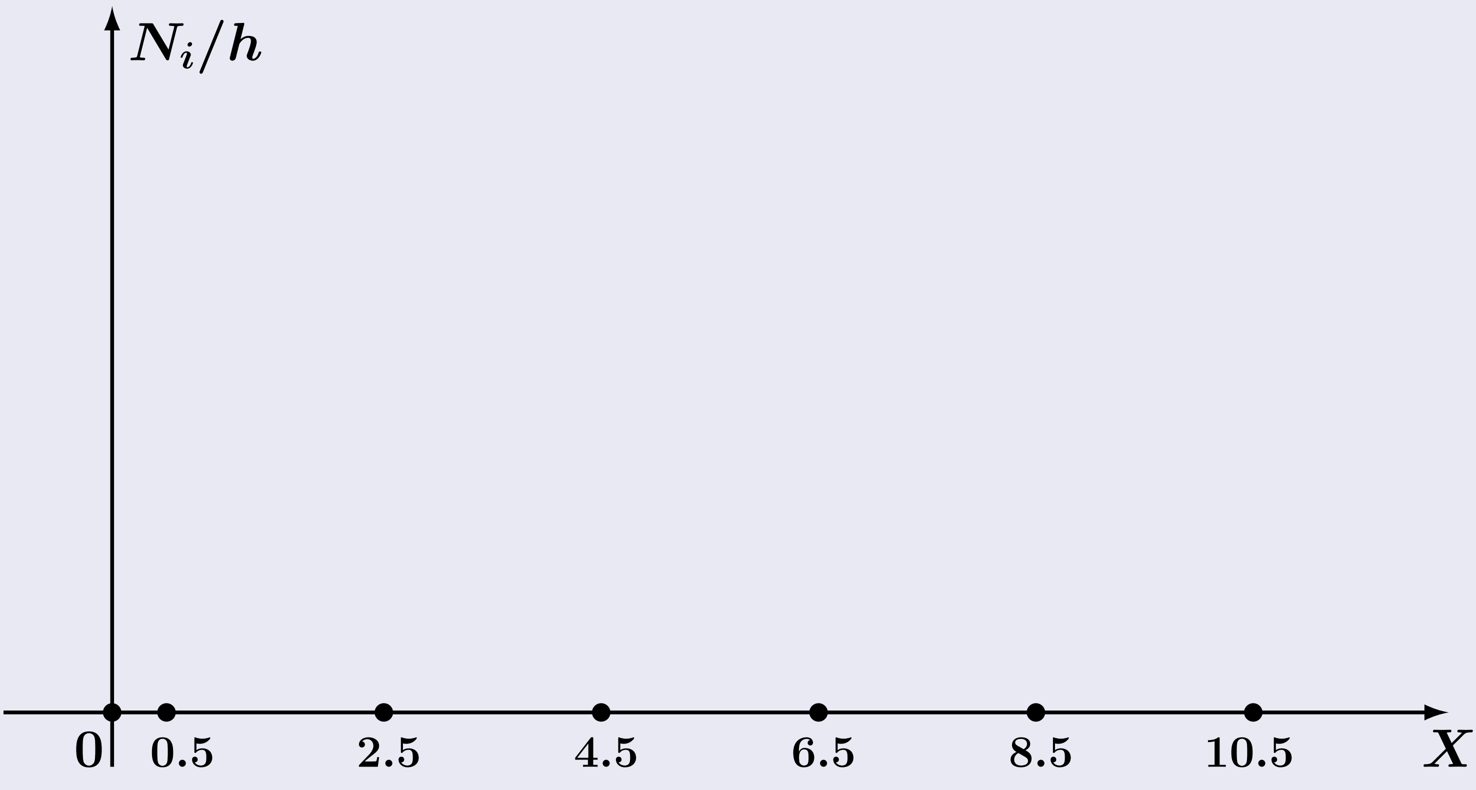

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 19 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_2 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_3 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_4 =$ введи | Клик |

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 1 + 3 + 4 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	1	3	5	8
частоты n_i	2	1	3	4

задачи 2.
Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.
Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.
Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.
Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$

$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 19 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик |

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик |

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик |

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	1	3	5	8
частоты n_i	2	1	3	4

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \quad$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \quad = \quad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x- \quad)^2}{2\cdot \quad}} .$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**3**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**1**	**3**	**4**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \text{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 7.956\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.20 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 7.956 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{\quad\quad} = \quad\quad.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____, $a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \;\; x < \quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad & \text{при} \quad \le x \le \quad \\ 0 & \text{при} \;\; x > \quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик ______

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик ______

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ .

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____ .
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \dfrac{t_\gamma\,\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_ ; \_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____ .
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \dfrac{t_\gamma\,\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\_\_\_\cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_ ; \_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.10$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 65 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 65$, $m = 16$, $w = \frac{16}{65} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.25 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square.$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square.$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи $\square$ Клик $\square$

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи $\square$ Клик $\square$

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 403 испытаниях событие A появилось 159 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 403$, $m = 159$, $w = \frac{159}{403} = $)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 19 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 19 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 14 - 1 = $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = $.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий ______ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = $ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий ______ **ается**.

Выборочная проверка вариант 19 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально.
Сделана выборка объема $n_X = 19$, *и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (19-1)}{7.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 19 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X) = 17.223$ известна. Сделана выборка объема $n_X = 112$, и по ней найдена выборочная средняя $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad - 28) \cdot \sqrt{\qquad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1 - \alpha}{2} = \frac{1 - 0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
аетcя.

Выборочная проверка вариант 19 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 404$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 199$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 404$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{199}{404} - 0.55\right) \cdot \sqrt{404}}{\sqrt{0.55(1-0.55)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad , \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|U_{\text{набл}}| \; \_\_ \; U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 19 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 19 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 804$ *элементов, и* $m_2 = 252$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1004$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{804} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{252}{1004} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{804} - \frac{252}{1004}\right)}{\sqrt{\frac{241+252}{804+1004} \cdot \left(1 - \frac{241+252}{804+1004}\right) \cdot \left(\frac{1}{804} + \frac{1}{1004}\right)}} =$$

$$= \frac{}{\sqrt{ \cdot \cdot }} = \frac{}{\sqrt{}} = \frac{}{} = \boxed{}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 19 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 137|}{\sqrt{83/27 + 106/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 19 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET)**:

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET)**:

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).

Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.

По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.

Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.

Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 19 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.1),\ (4, 12.5),\ (6, 21.7),\ (8, 35.7),\ (10, 32.9),\ (12, 39.4),\ (14, 54.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a,b) \to \boldsymbol{min}$.

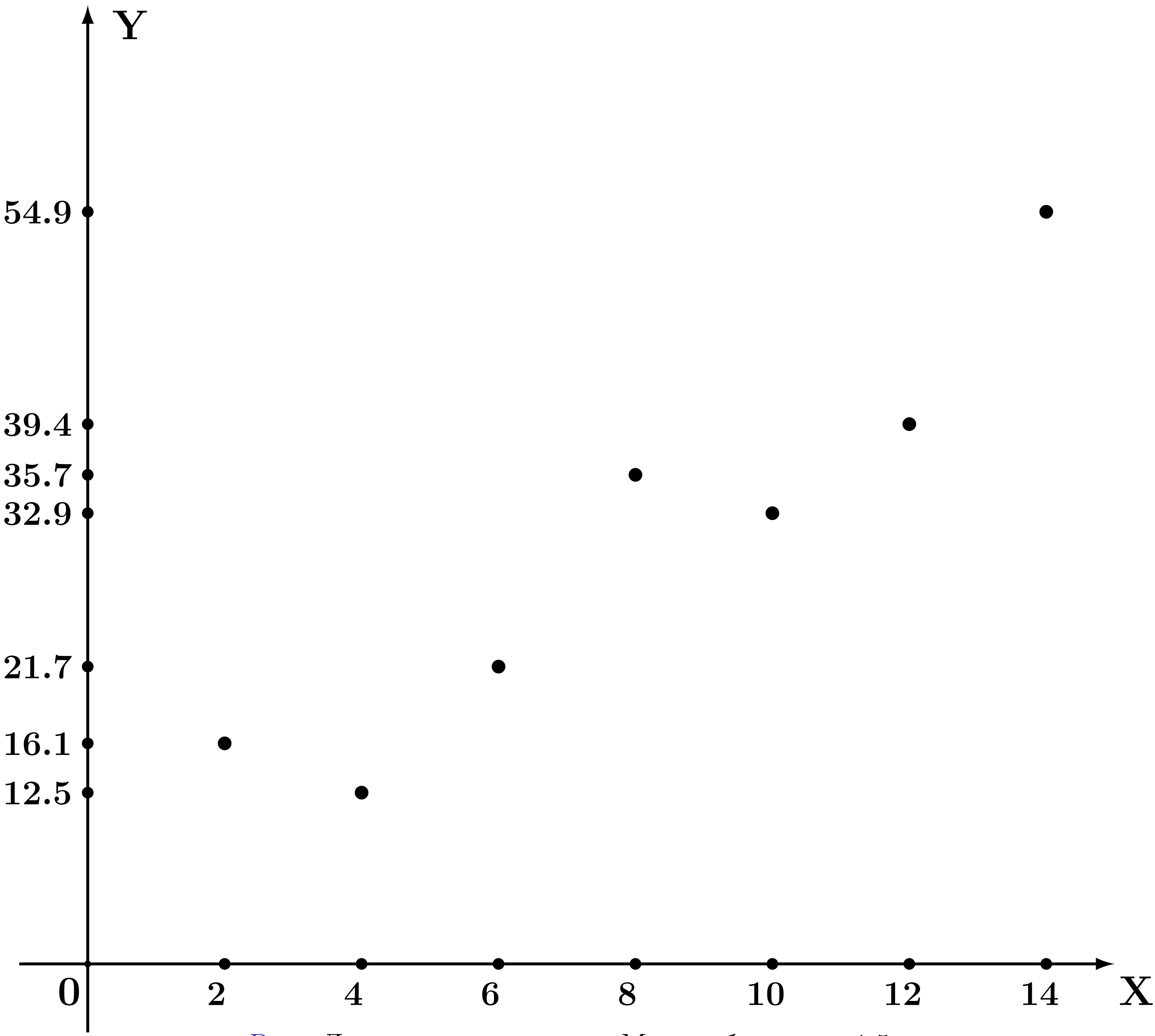

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.1	12.5	21.7	35.7	32.9	39.4	54.9	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 =$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

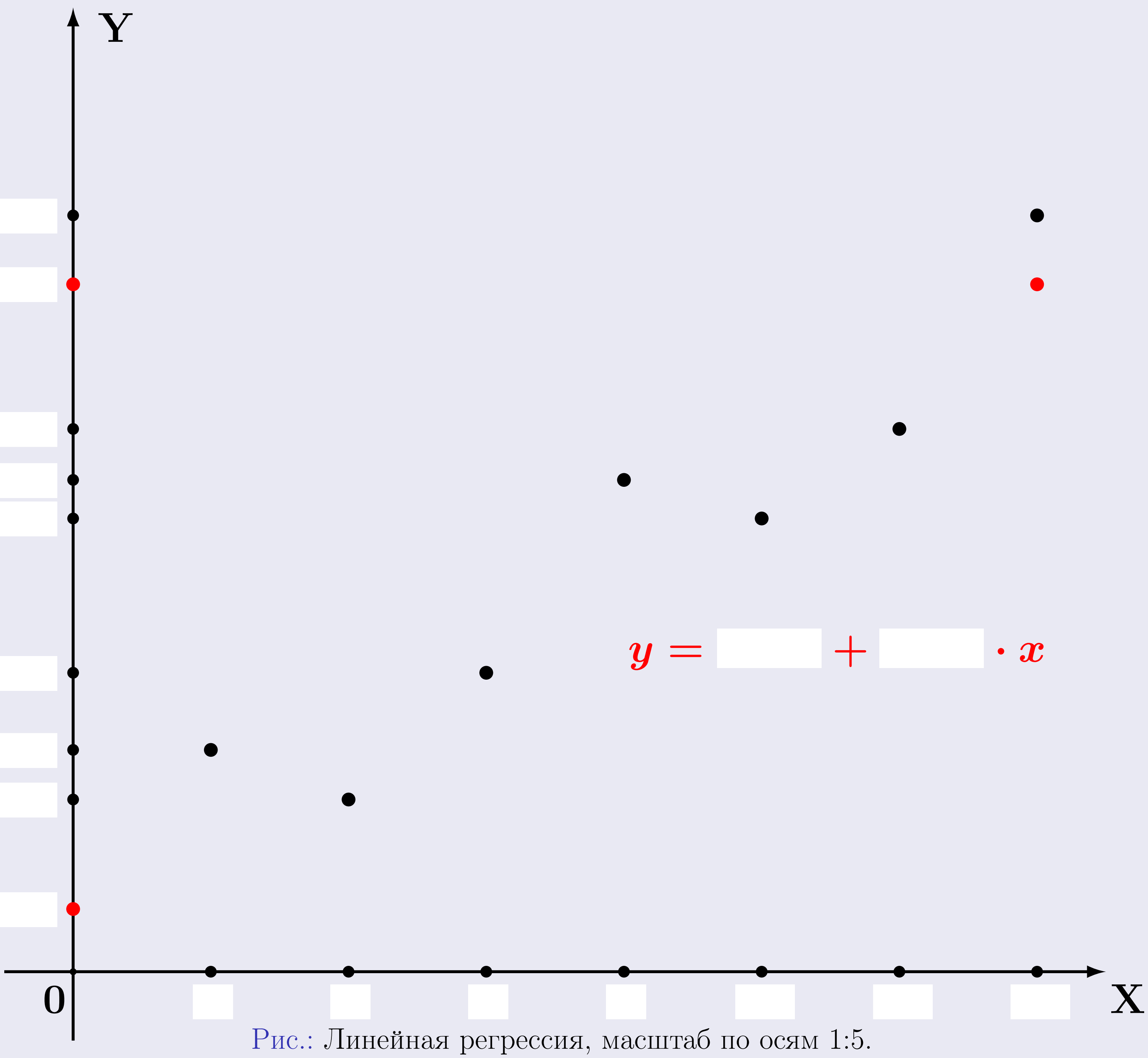

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 19 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 20

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**4**	**5**	**7**	∞
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 2 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ \square, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \square, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

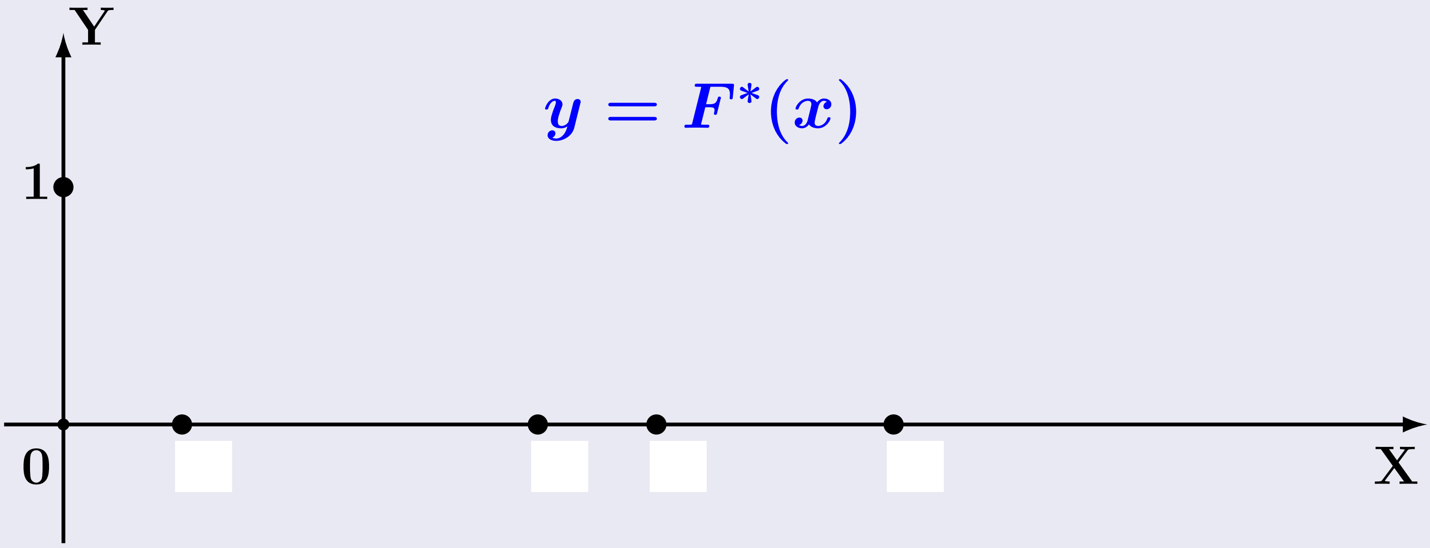

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad),$$

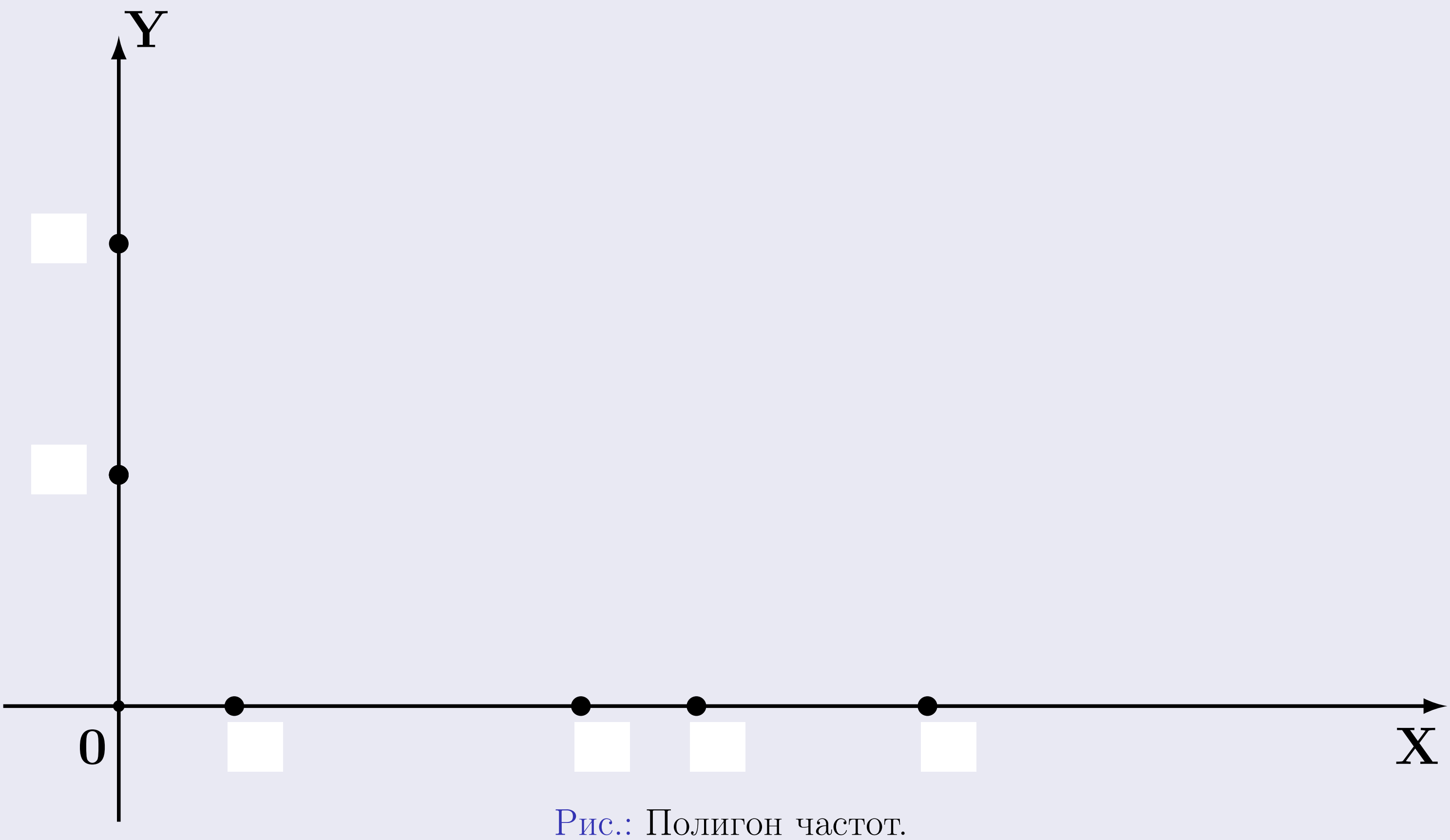

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

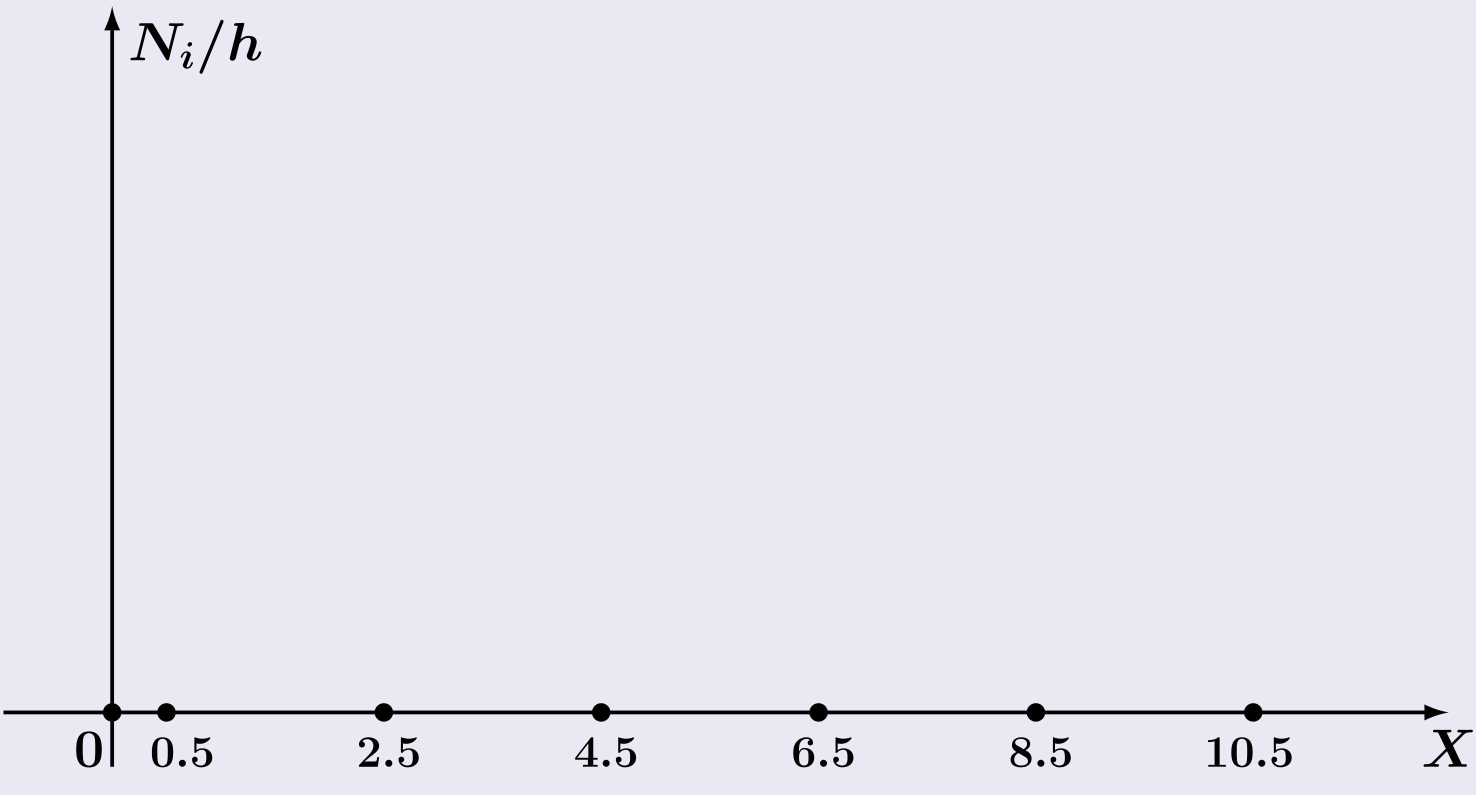

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 20 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$$

$$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 20 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	1	4	5	7
частоты n_i	2	2	4	2

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \ \ x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \ \ a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \ \ x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 4.267\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.40 =$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 4.267 =$,

$$b - a = \sqrt{} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$, $b =$,
$a =$ $-$ $=$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \ \ \text{при} \ \ x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при} \ \ \le x \le \\ & 0 \ \ \text{при} \ \ x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \; , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 58 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 58$, $m = 14$, $w = \frac{14}{58} = \quad$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.24 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 391 испытаниях событие A появилось 155 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 391$, $m = 155$, $w = \frac{155}{391} = \_\_\_$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \_\_\_$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \_\_\_$. По Правилу 17

$$p_1 = \_\_\_ - \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

$$p_2 = \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < p < \_\_\_ . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \_\_\_$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \_\_\_$. По Правилу 17

$$p_1 = \_\_\_ - \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

$$p_2 = \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \sqrt{\frac{\_\_\_(1-\_\_\_)}{\_\_\_}} = \_\_\_$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < p < \_\_\_ . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 20 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ___ Клик ___

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ___ Клик ___

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{1.000} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \_\_$, $k_{\min} = 14 - 1 = \_\_$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \_\_$, $k_{\min} = \_\_$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \_\_, \_\_) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \_\_$ и $F_{\text{кр}} = \_\_$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \;\_\_\; \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий __ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \_\_, \_\_) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \_\_$ и $F_{\text{кр}} = \_\_$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \;\_\_\; \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий __ **ается**.

Выборочная проверка вариант 20 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1: \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 20 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2 \cdot (19-1)}{5.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 20 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 18.063$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 106$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -26) \cdot \sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
ается.

Выборочная проверка вариант 20 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 392$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 189$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 392$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{189}{392} - 0.55\right) \cdot \sqrt{392}}{\sqrt{0.55(1-0.55)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad, \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1-p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 20 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Выборочная проверка вариант 20 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 238$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 792$ *элементов, и* $m_2 = 248$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 992$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{238}{792} = 0.301\,, \quad w_2 = \frac{248}{992} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{238}{792} - \frac{248}{992}\right)}{\sqrt{\frac{238+248}{792+992} \cdot \left(1 - \frac{238+248}{792+992}\right) \cdot \left(\frac{1}{792} + \frac{1}{992}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 20 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130 - 136|}{\sqrt{86/29 + 100/35}} = \quad .$$

$\boxed{\alpha = 0.01}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\alpha = 0.05}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 20 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \quad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).

Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 16 - 1 = \quad$.

По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.

Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.55}{\sqrt{11 \cdot 0.84 + 15 \cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 16 \cdot 26}{28}} = \quad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \quad$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.

Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = \quad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \quad$:

$$|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Выборочная проверка вариант 20 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.0),\ (4, 12.0),\ (6, 20.8),\ (8, 34.4),\ (10, 31.2),\ (12, 37.3),\ (14, 52.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

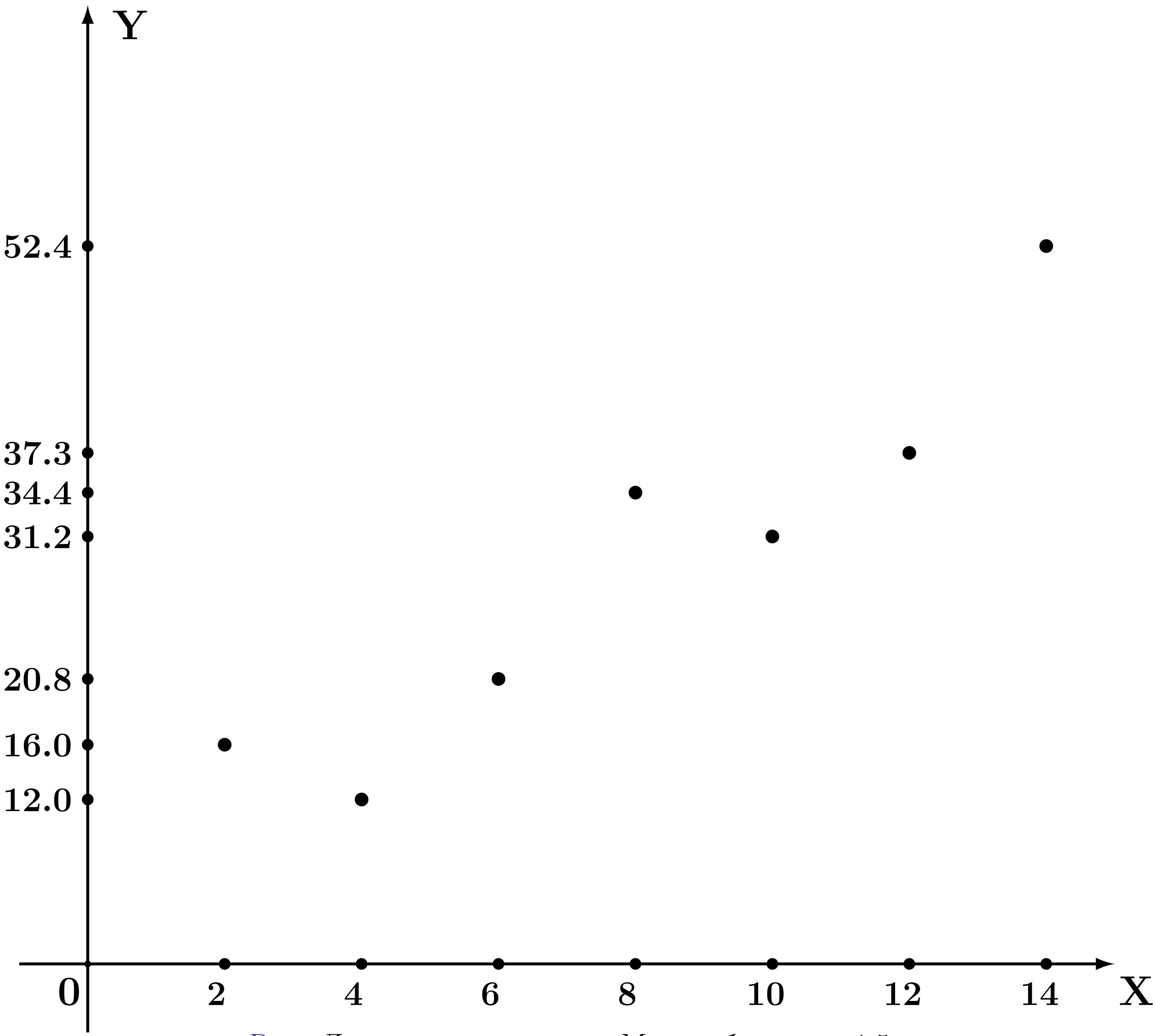

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.0	12.0	20.8	34.4	31.2	37.3	52.4	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad , \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

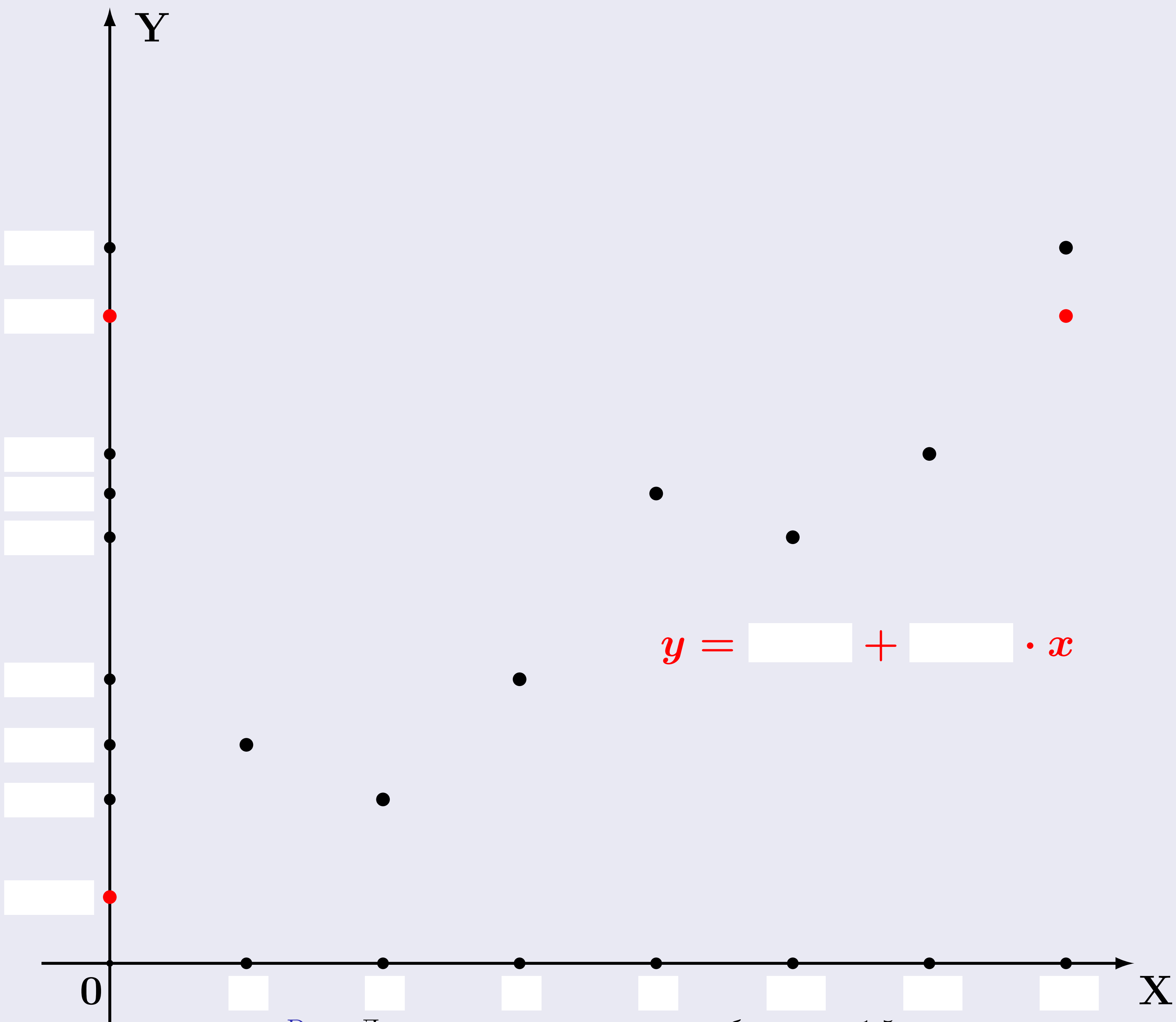

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 20 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05:\ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01:\ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.
гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 21

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 5, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**1**	**4**	**5**	**8**	∞
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 2 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ \square, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 8 \\ \square, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

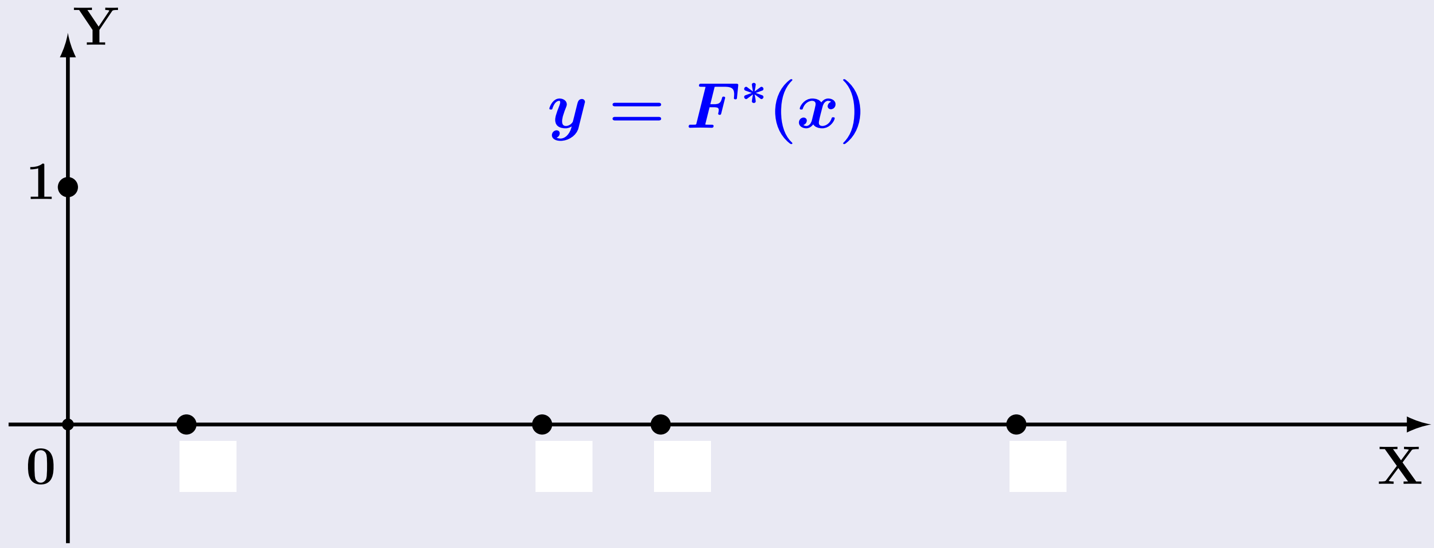

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (5, \quad), \quad (8, \quad),$$

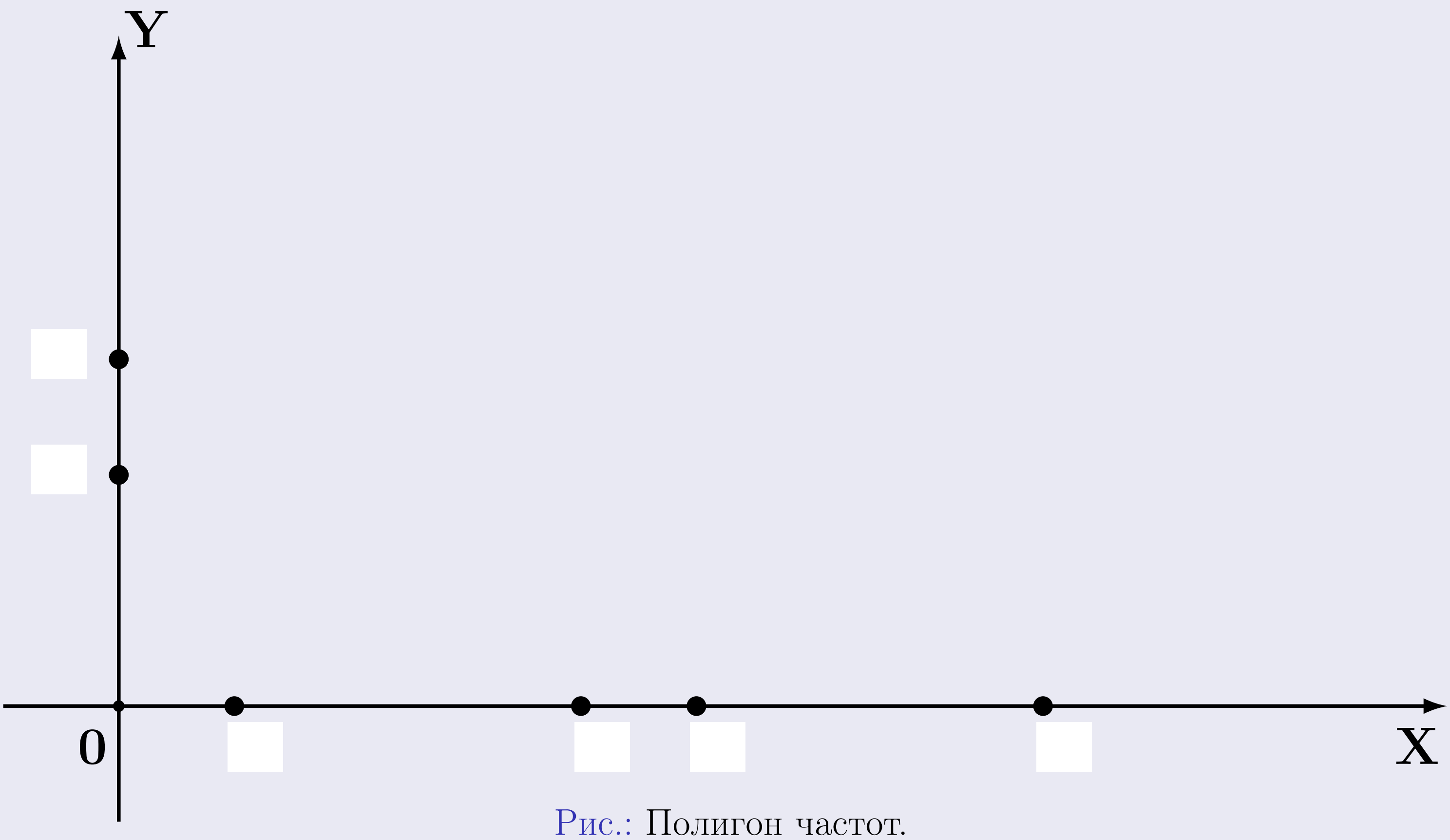

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

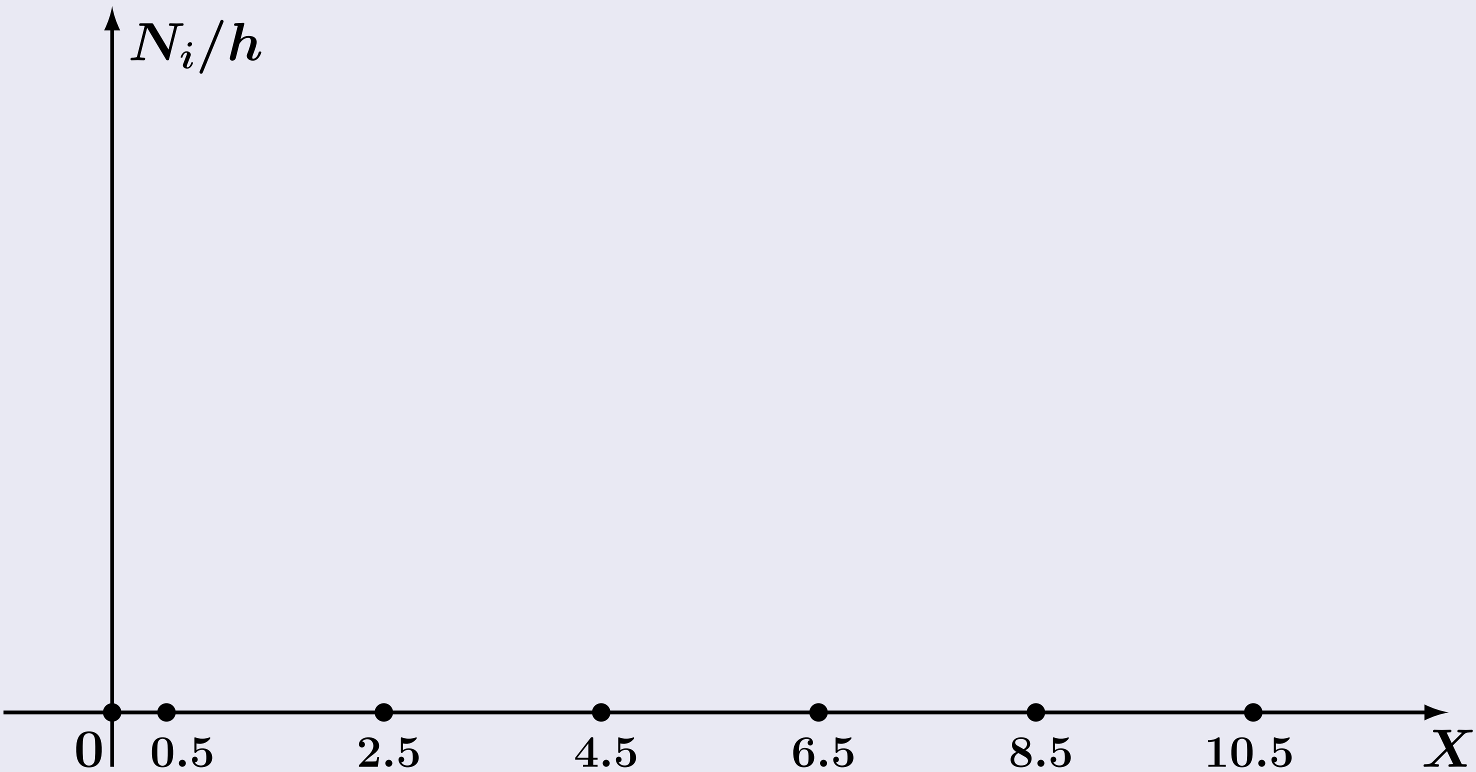

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 21 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	5	8
частоты n_i	2	2	3	3

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	1	4	5	8
частоты n_i	2	2	3	3

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} =$

$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 21 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X *генеральной совокупности задана таблицей*

варианты x_i	**1**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2. *Признак* X *распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при} \;\; x < a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при} \;\; a \le x \le b \\ 0 & \textit{при} \;\; x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a *и* b. *Дать точечную оценку параметров* a *и* b *по результатам выборки.*

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.767\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.90 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.767 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \;\; \text{при} \;\; x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при} \;\; \le x \le \\ & 0 \;\; \text{при} \;\; x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 14$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \; , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 62 испытаниях событие A появилось 13 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 62$, $m = 13$, $w = \frac{13}{62} = \Box$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \Box$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \Box$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\Box}{\Box^2 + \Box} \cdot \left[\Box + \frac{\Box^2}{2 \cdot \Box} - \Box \cdot \sqrt{\frac{\Box(1-\Box)}{\Box} + \left(\frac{\Box}{2 \cdot \Box}\right)^2} \right] = \Box$$

$$p_2 = \frac{\Box}{\Box^2 + \Box} \cdot \left[0.21 + \frac{\Box^2}{2 \cdot \Box} + \Box \cdot \sqrt{\frac{\Box(1-\Box)}{\Box} + \left(\frac{\Box}{2 \cdot \Box}\right)^2} \right] = \Box$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\Box; \Box), \quad \text{или} \quad \Box < p < \Box.$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \Box$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \Box$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\Box}{\Box^2 + \Box} \cdot \left[\Box + \frac{\Box^2}{2 \cdot \Box} - \Box \cdot \sqrt{\frac{\Box(1-\Box)}{\Box} + \left(\frac{\Box}{2 \cdot \Box}\right)^2} \right] = \Box$$

$$p_2 = \frac{\Box}{\Box^2 + \Box} \cdot \left[\Box + \frac{\Box^2}{2 \cdot \Box} + \Box \cdot \sqrt{\frac{\Box(1-\Box)}{\Box} + \left(\frac{\Box}{2 \cdot \Box}\right)^2} \right] = \Box$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\Box; \Box), \quad \text{или} \quad \Box < p < \Box.$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи $\Box$ Клик $\Box$

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи $\Box$ Клик $\Box$

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p *появления события* A *в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности* p *события* A, *если в* 398 *испытаниях событие* A *появилось* 152 *раз. Значения надежности* $\gamma = 0,99$ *и* $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 398$, $m = 152$, $w = \frac{152}{398} = \square$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 21 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1: \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.210}{1.000} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \square$, $k_{\min} = 15 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.210$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

Выборочная проверка вариант 21 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.830$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

Проверить нулевую гипотезу

$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе

$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.470$.

$\boldsymbol{\alpha = 0.1}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = $.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий ______ **ается**.

$\boldsymbol{\alpha = 0.02}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = $ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий ______ **ается**.

Выборочная проверка вариант 21 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 20$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (20-1)}{7.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 21 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 18.063$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 108$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad - 28) \cdot \sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1 - \alpha}{2} = \frac{1 - 0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
ается.

Выборочная проверка вариант 21 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 229$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.65$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{229}{398} - 0.65\right) \cdot \sqrt{398}}{\sqrt{0.65(1-0.65)}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \;\_\_\; U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_, \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 21 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 21 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 239$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{239}{798} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{251}{998} = 0.252\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{239}{798} - \frac{251}{998}\right)}{\sqrt{\frac{239+251}{798+998} \cdot \left(1 - \frac{239+251}{798+998}\right) \cdot \left(\frac{1}{798} + \frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\textbf{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 21 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132 - 136|}{\sqrt{86/29 + 103/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 21 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 0.84$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.40$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{0.84}{0.40} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11\cdot 0.84 + 16\cdot 0.40}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 17\cdot 27}{29}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 21 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.5),\ (4, 14.5),\ (6, 24.3),\ (8, 38.9),\ (10, 36.7),\ (12, 43.8),\ (14, 59.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a,b) \to \boldsymbol{min}$.

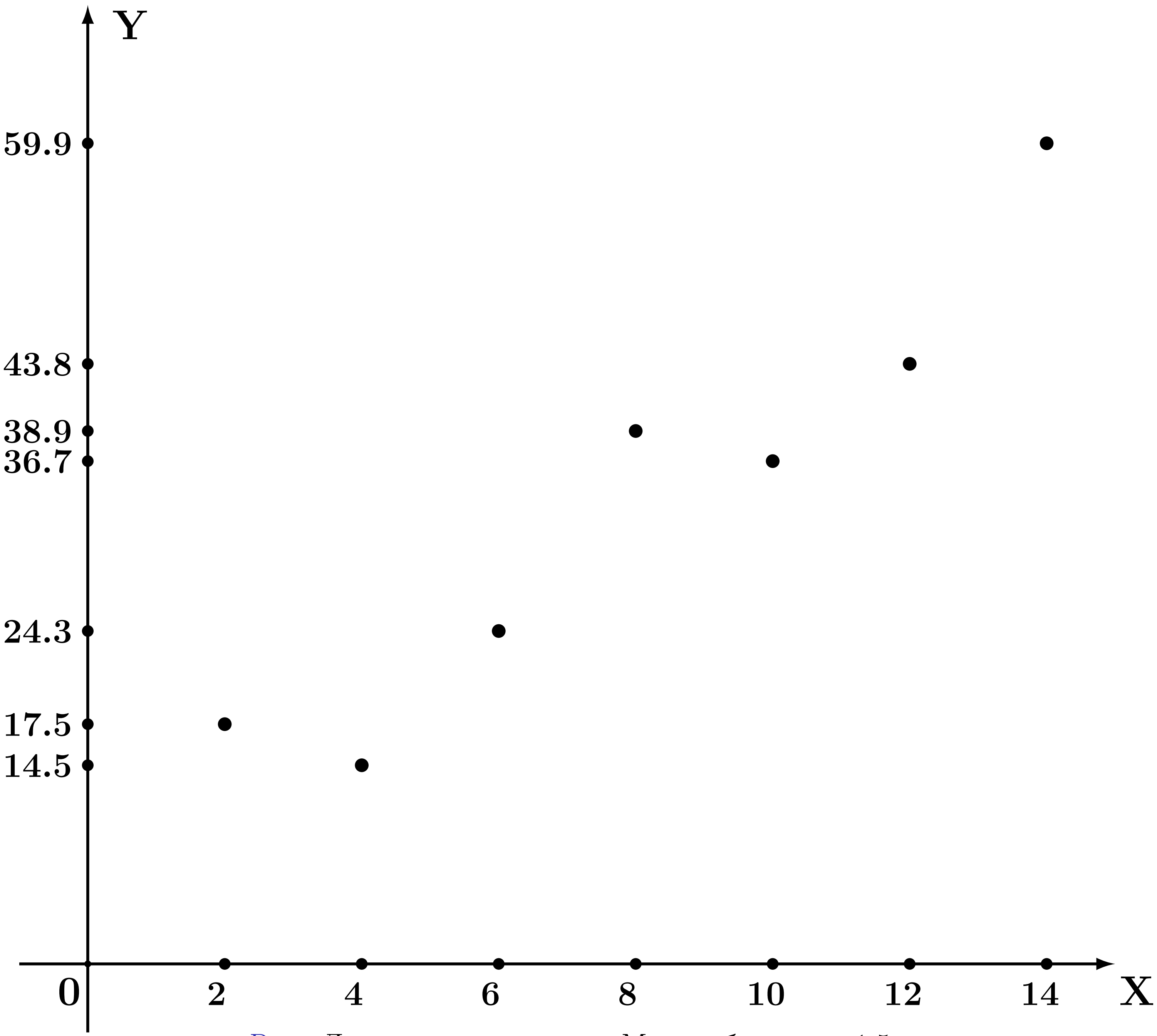

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	17.5	14.5	24.3	38.9	36.7	43.8	59.9	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

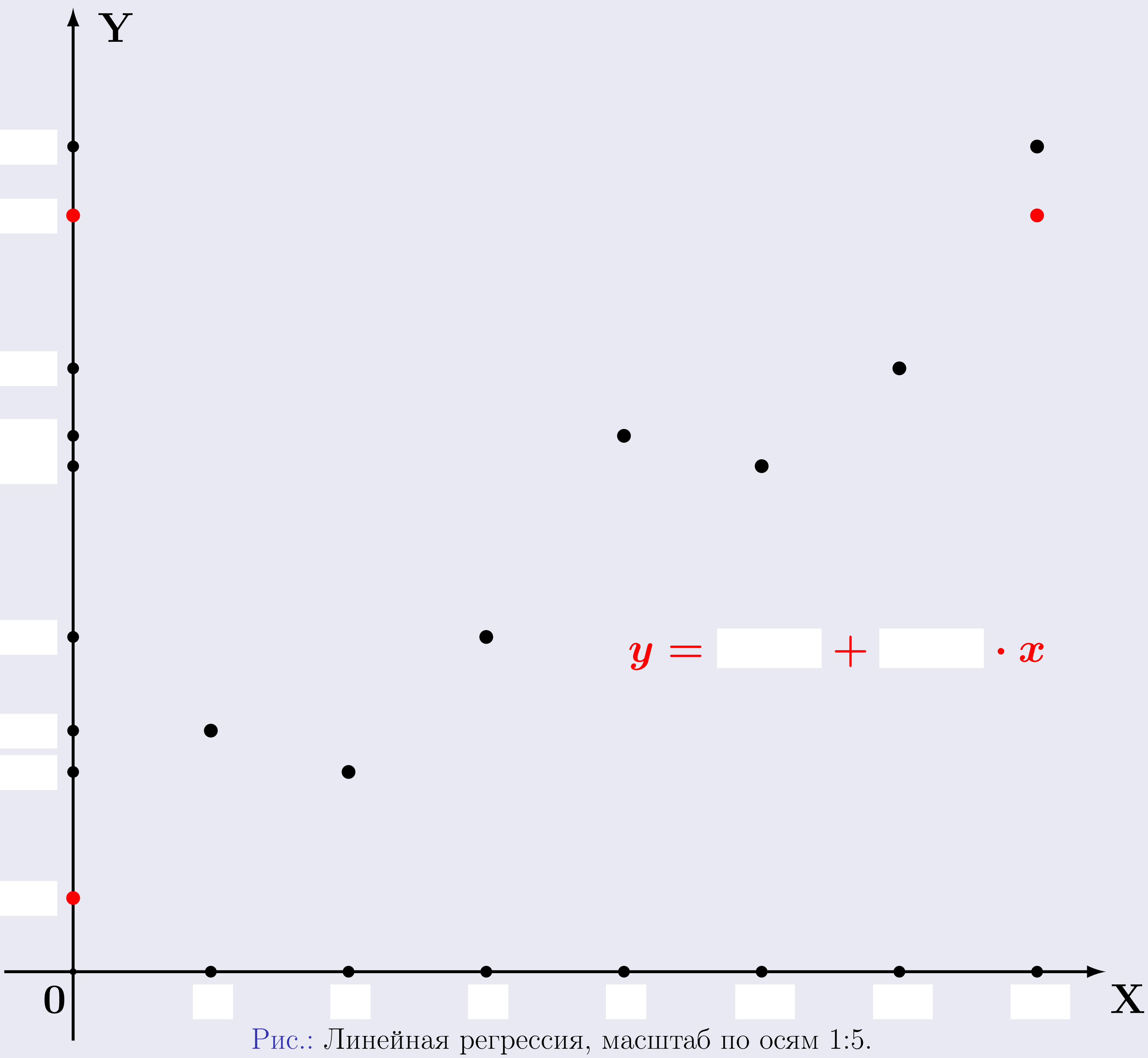

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 21 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\texttt{набл}} =$, $\chi^2_{\texttt{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 22

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	6	8
частоты n_i	2	2	4	2

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \quad, \quad w_2 = \quad, \quad w_3 = \quad, \quad w_4 = \quad .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	1	4	6	8	∞
частоты n_i	2	2	4	2	0
частоты $n(< x_i)$	0				
относительные частоты $w(< x_i)$	0				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\quad = 2 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 1, \\ \quad, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \quad, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \quad, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \quad, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

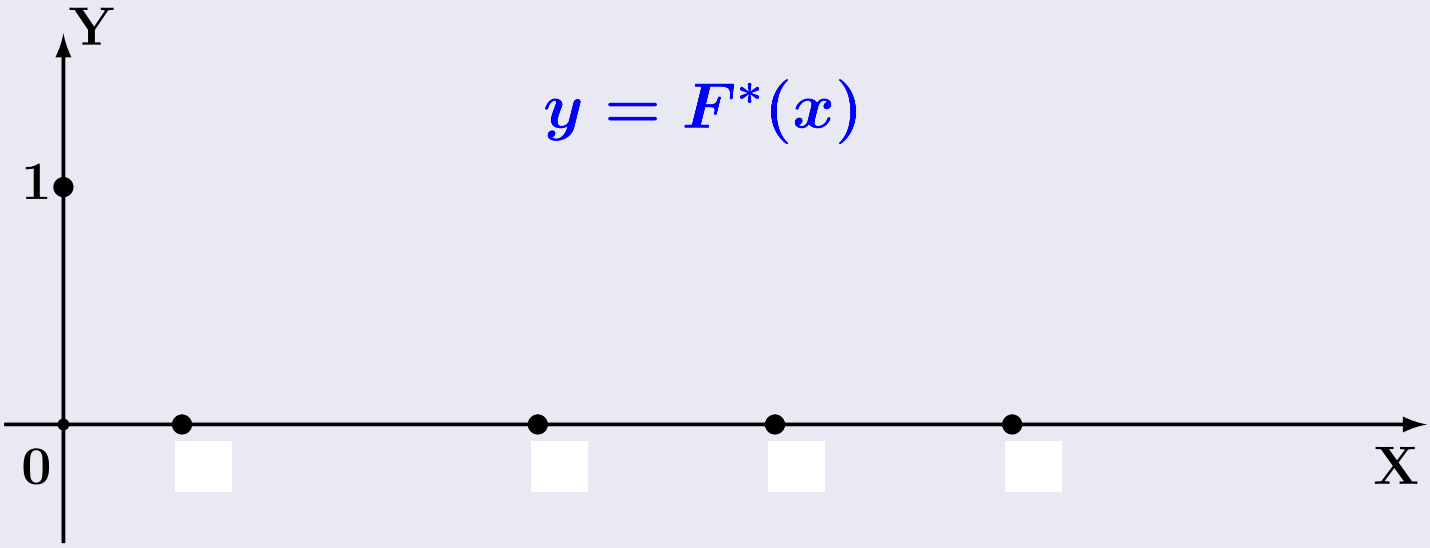

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (8, \quad),$$

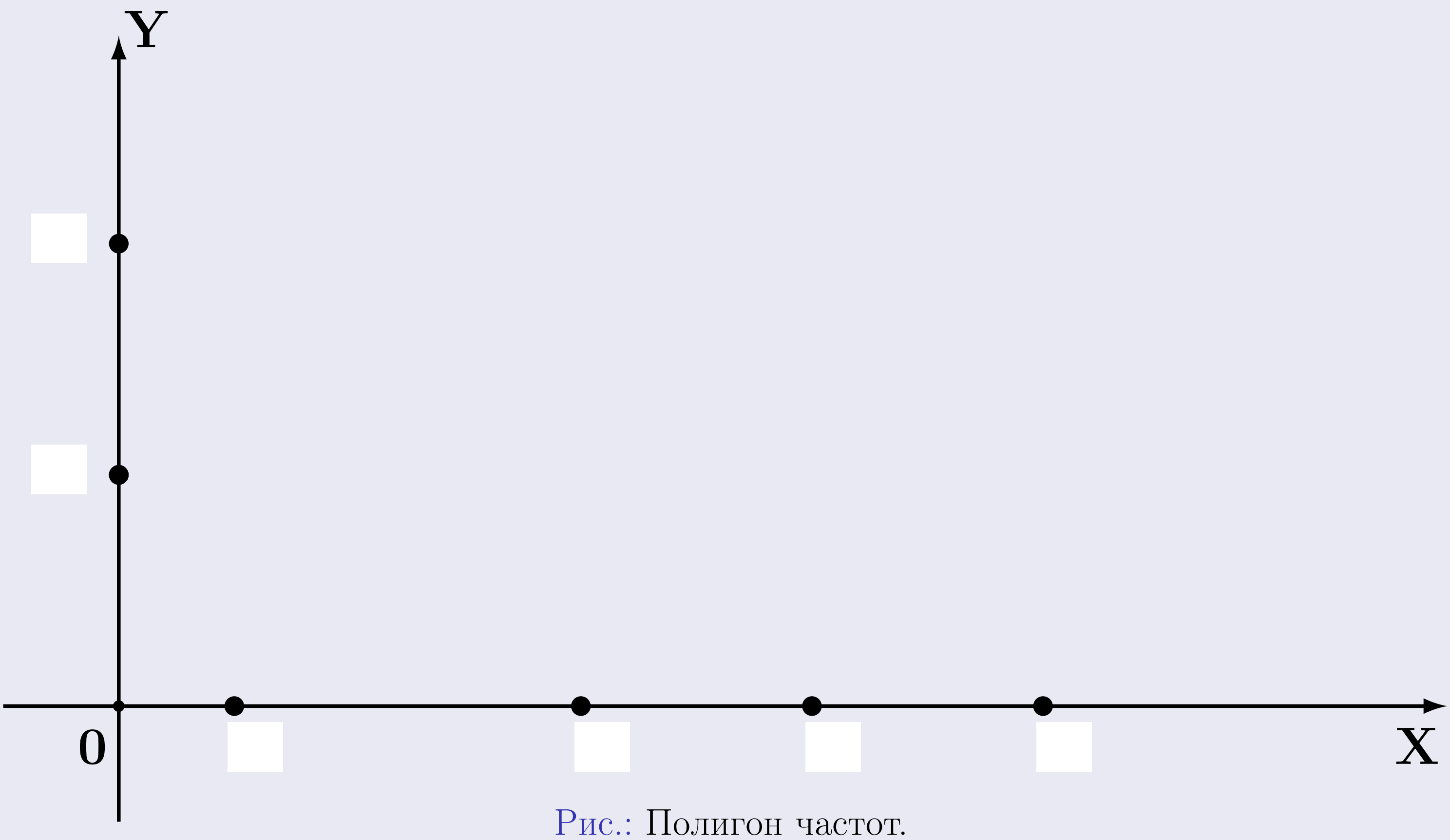

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

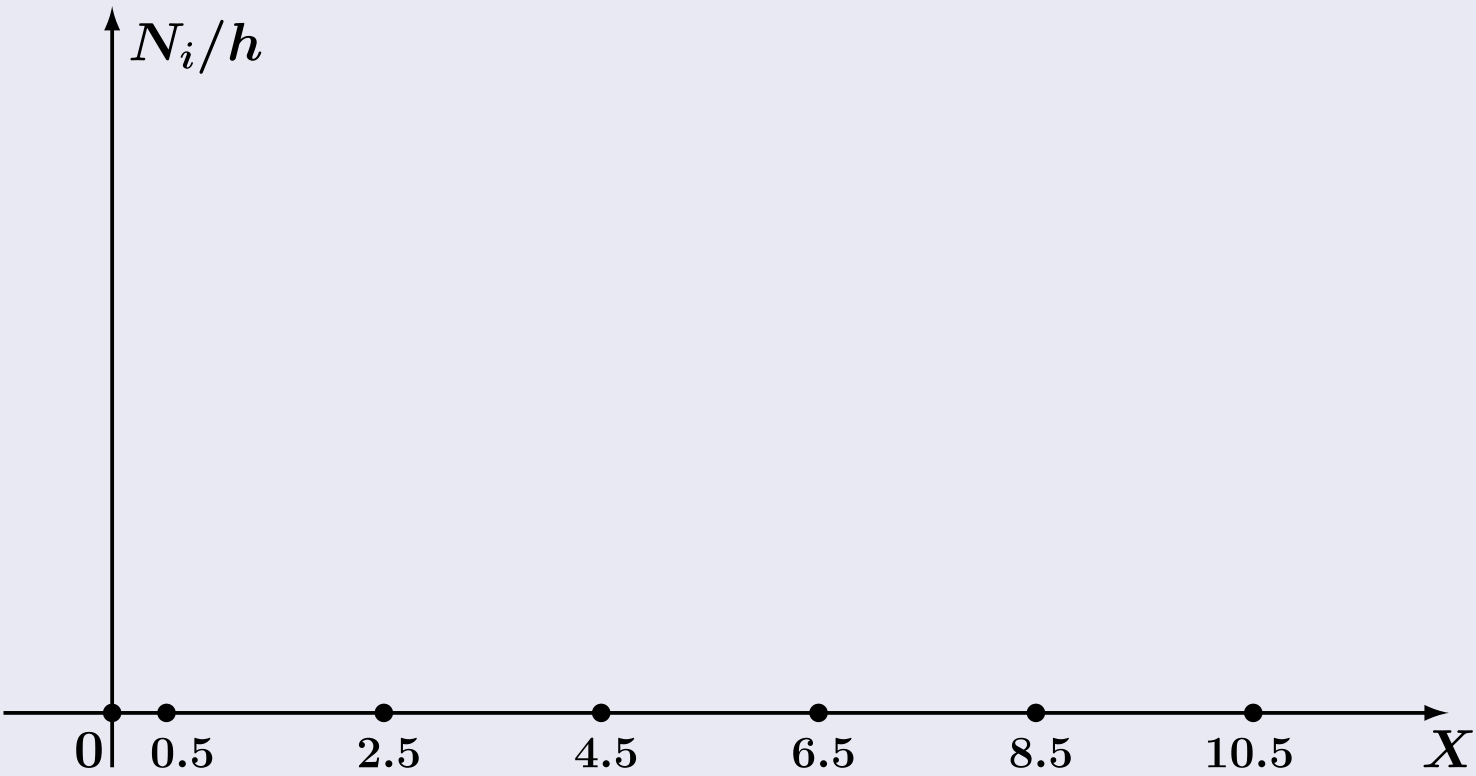

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 22 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	6	8
частоты n_i	2	2	4	2

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$

$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 22 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**2**	**2**	**4**	**2**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \textit{при } x<a \\ \frac{1}{b-a} & \textit{при } a\le x\le b \\ 0 & \textit{при } x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.222\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 5.00=$ и $(b-a)^2=12\cdot 6.222=$,

$$b-a=\sqrt{}=.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=$ $-$ $=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x< \\ \frac{1}{-}=\frac{1}{}= & \text{при } \le x\le \\ 0 & \text{при } x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи Клик

формат 1.23, $b=$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если:
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ___ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ___ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$ ___ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ \,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ___ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ___ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_ \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$ ___ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_;\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_ < a < \_\_\_ \,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ___ Клик ___

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ___ Клик ___

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ___ Клик ___

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ___ Клик ___

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \dfrac{t_\gamma\,\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad\cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \dfrac{t_\gamma\,\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad\cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 59 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 59$, $m = 16$, $w = \frac{16}{59} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[0.27 + \frac{{}^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$(\; ; \;)$, или $< p <$.

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{{}^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$(\; ; \;)$, или $< p <$.

Выборочная проверка вариант 22 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p *появления события* A *в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности* p *события* A, *если в* 396 *испытаниях событие* A *появилось* 162 *раз. Значения надежности* $\gamma = 0,99$ *и* $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 396$, $m = 162$, $w = \frac{162}{396} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 22 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 14$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \square$, $k_{\min} = 14 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 22 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 10$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 15 - 1 = \square$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\alpha = 0.1}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

$\boxed{\alpha = 0.02}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$F_{\text{набл}} \square F_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 22 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 9.2$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 5.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 5.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 5.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 5.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{9.2 \cdot (19-1)}{5.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 5.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 22 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза H_0 : $\mathbb{D}(X) = 5.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 17.223$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 106$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 26.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{M}(X) \neq 26$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 26$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 26 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -26)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = a_0 = 26$
ается.

Выборочная проверка вариант 22 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 26$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 179$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{179}{398} - 0.50\right) \cdot \sqrt{398}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 22 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 22 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 249$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{798} = 0.301\,, \quad w_2 = \frac{249}{998} = 0.249\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{798} - \frac{249}{998}\right)}{\sqrt{\frac{240+249}{798+998}\cdot\left(1-\frac{240+249}{798+998}\right)\cdot\left(\frac{1}{798}+\frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0: p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 22 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 35$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 130$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|130-137|}{\sqrt{86/29 + 103/35}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 22 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.55$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \square .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \square$, $k_{\min} = 16 - 1 = \square$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \square$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.55}{\sqrt{11\cdot 1.14 + 15\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 16\cdot 26}{28}} = \square .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \square) = \square$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \square$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = \square$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \square$:

$$|T_{\text{набл}}| \ \square \ T_{\text{двуст,кр}} .$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\square$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 22 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 15.1),\ (4, 10.5),\ (6, 18.7),\ (8, 31.7),\ (10, 27.9),\ (12, 33.4),\ (14, 47.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

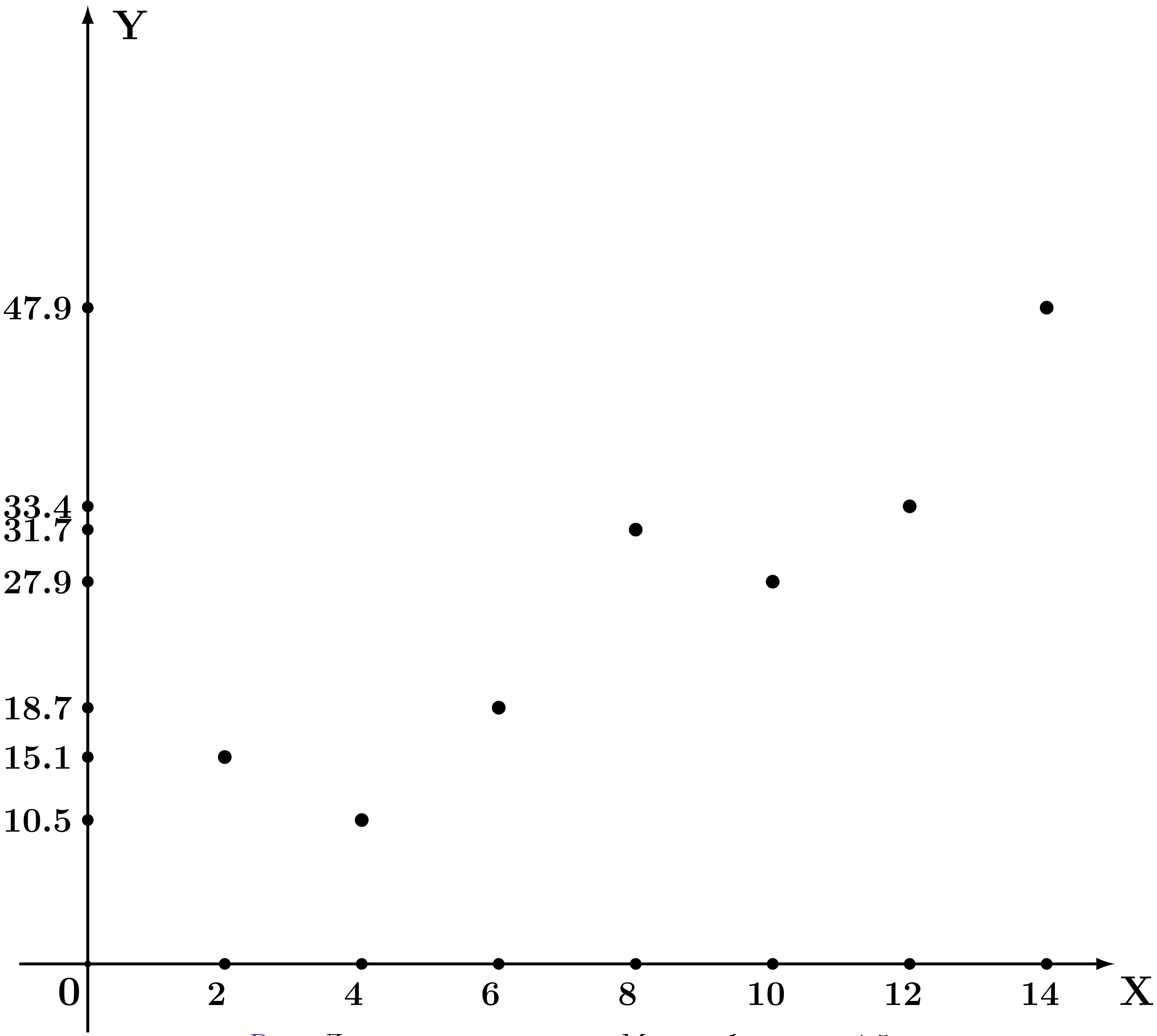

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**15.1**	**10.5**	**18.7**	**31.7**	**27.9**	**33.4**	**47.9**	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad =$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad =$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad =$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad , \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 =$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

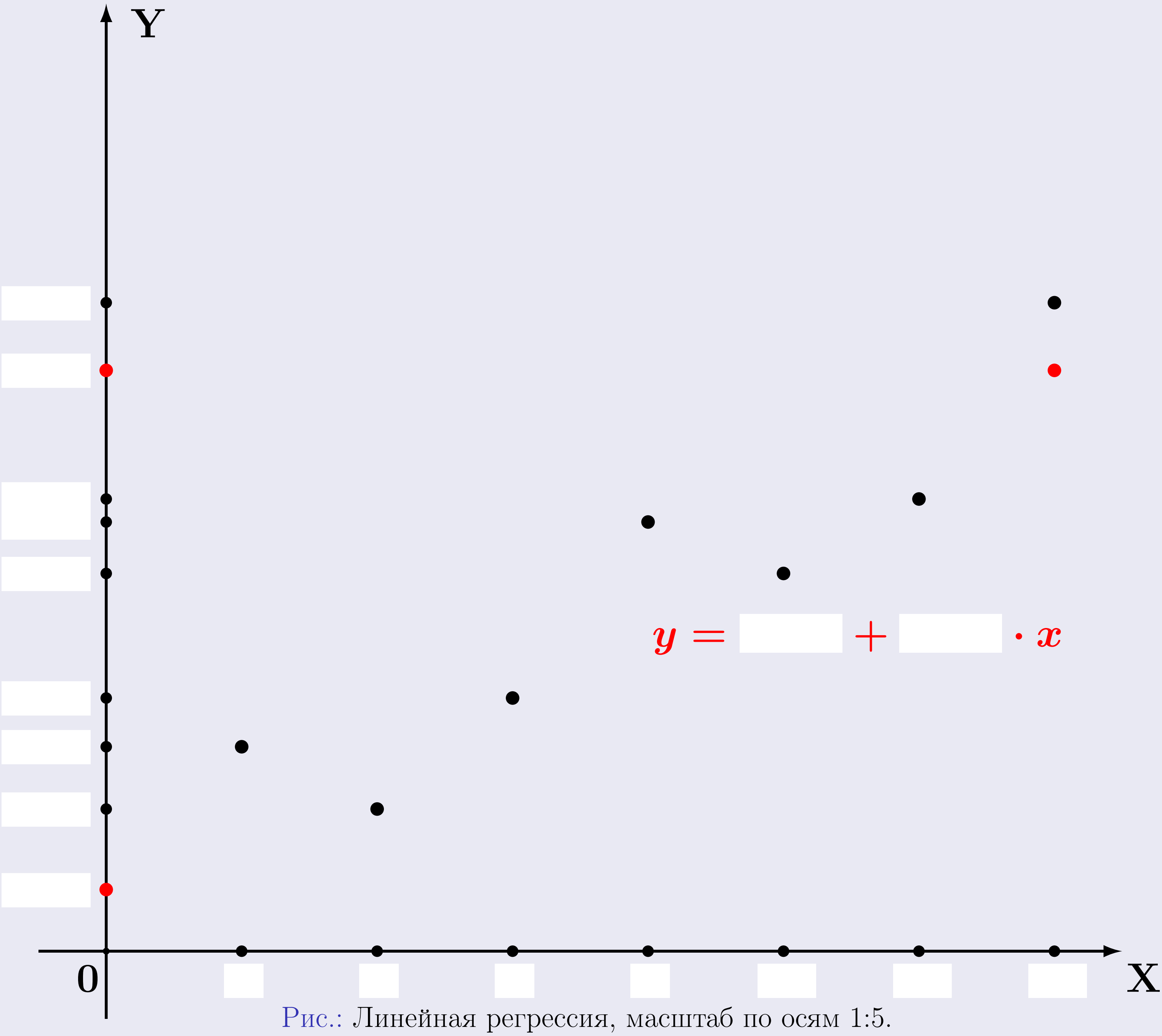

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 22 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 23

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	1	4	6	9
частоты n_i	2	2	3	3

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{2}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 1, 4, 6, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	1	4	6	9	∞
частоты n_i	2	2	3	3	0
частоты $n(< x_i)$	0				
относительные частоты $w(< x_i)$	0				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 2 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ \square, & \text{если } 1 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \square, & \text{если } 6 < x \le 9 \\ \square, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

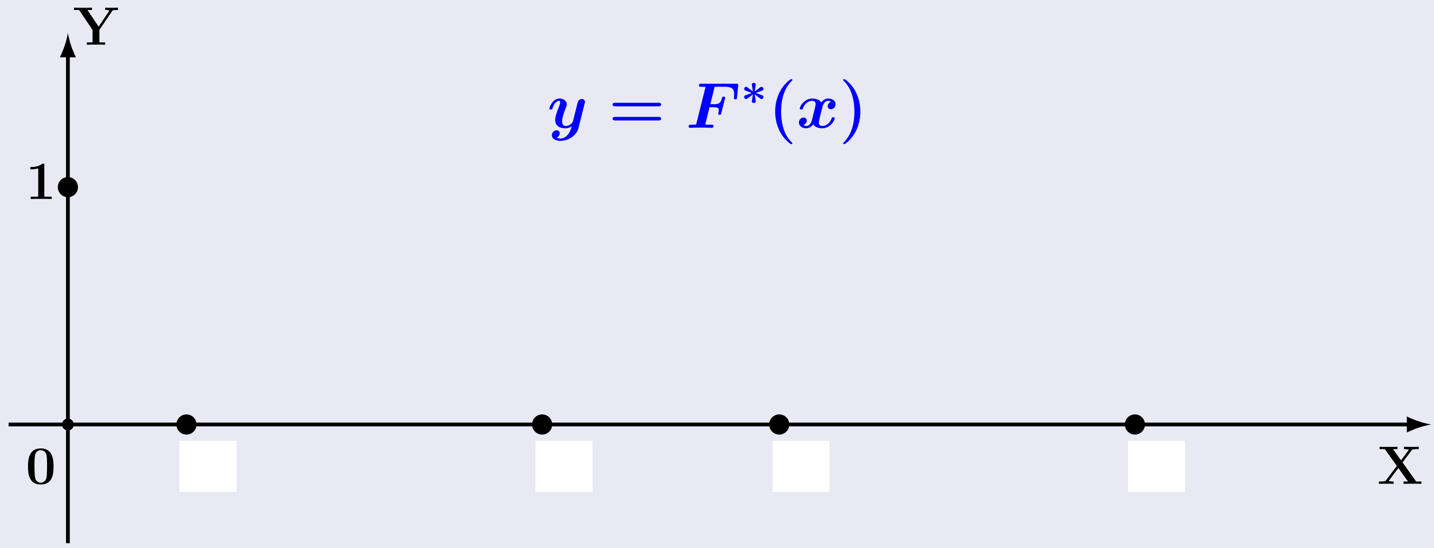

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(1, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (9, \quad),$$

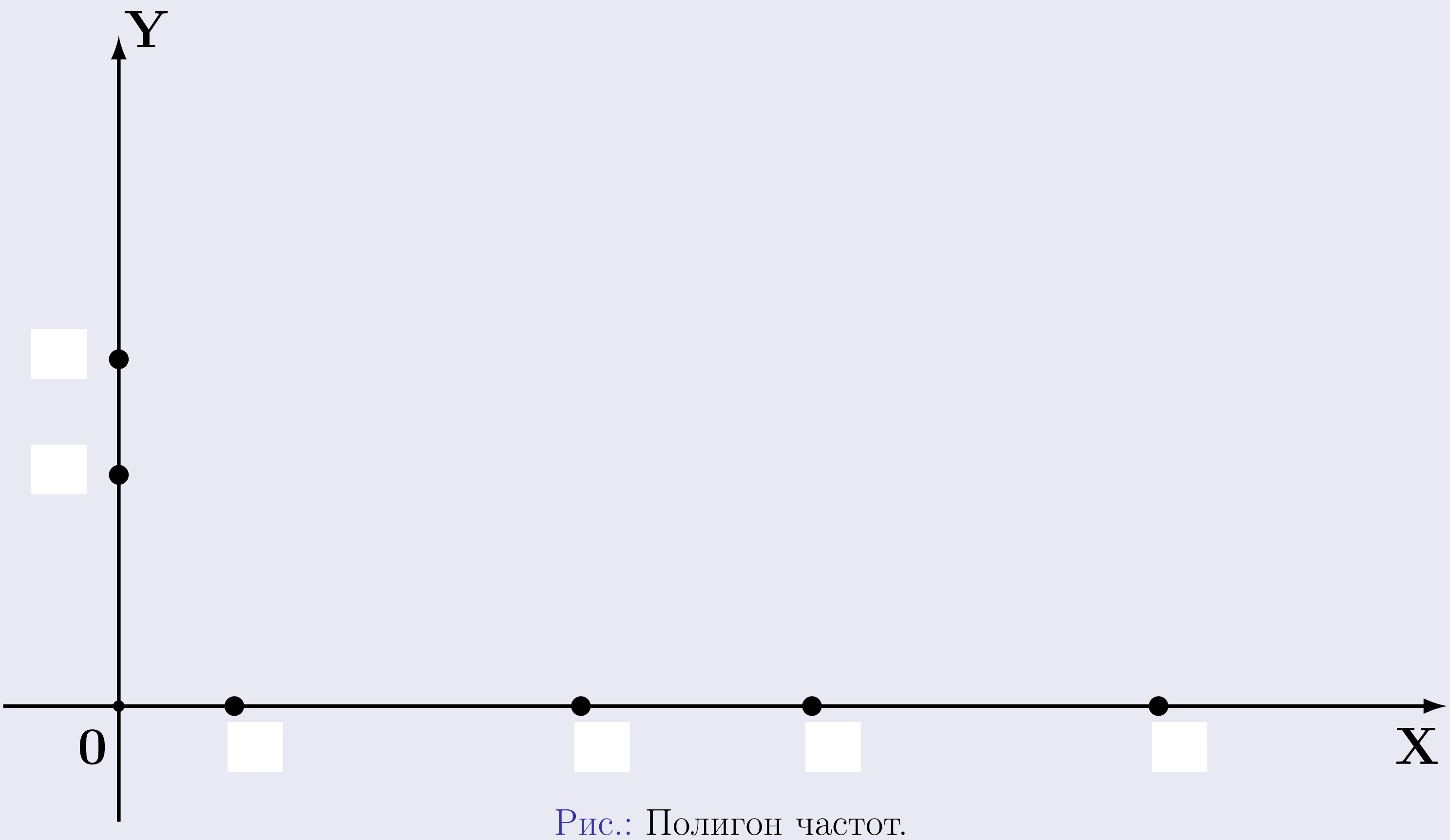

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2} =$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

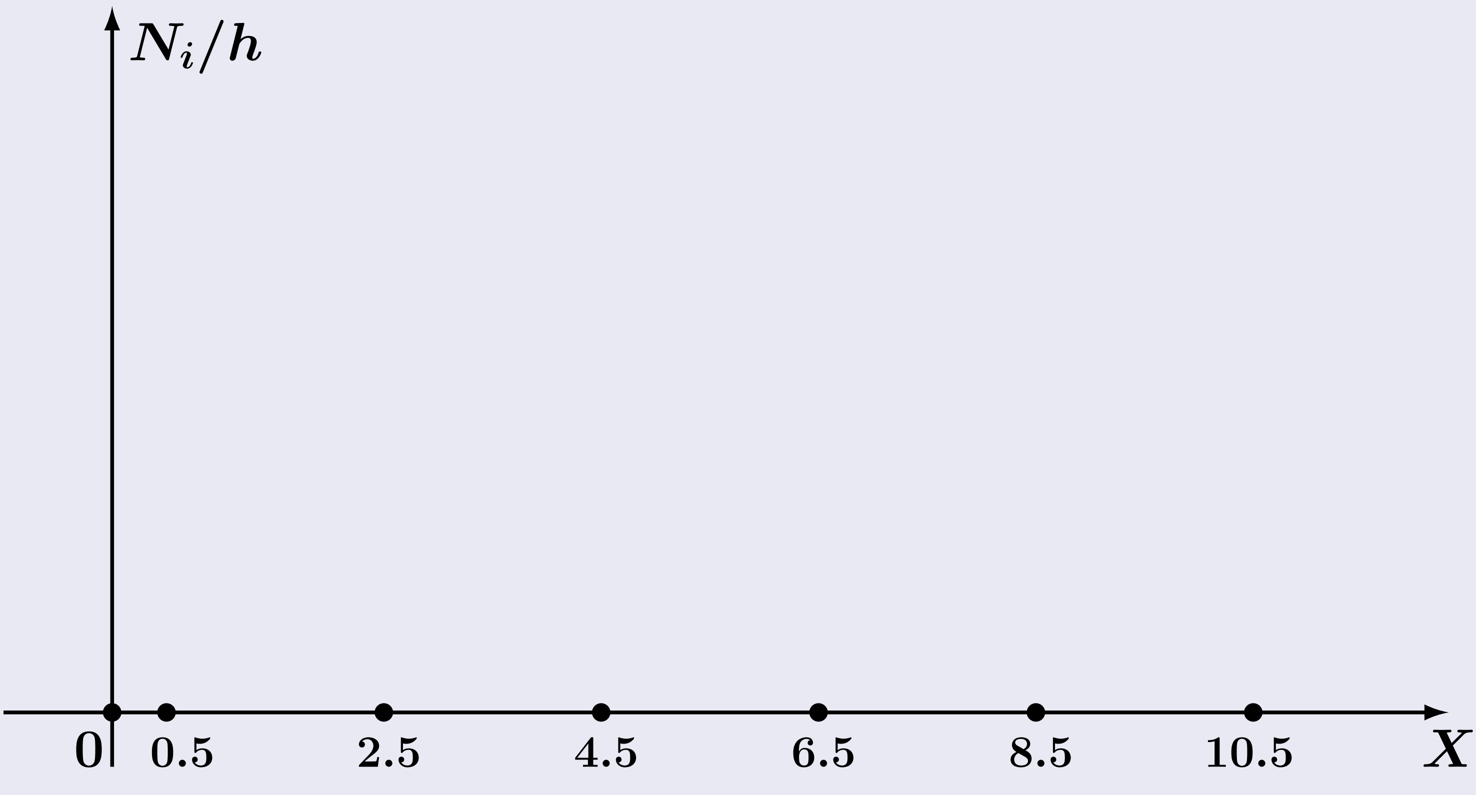

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 23 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 2 + 2 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$$

$$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 23 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**1**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**2**	**2**	**3**	**3**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.167\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.50 =$ ___ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 9.167 =$ ___,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ___, $b =$ ___,

$a =$ ___ $-$ ___ $=$ ___. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \text{ при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при } \le x \le \\ & 0 \text{ при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ___ Клик ___

формат 1.23, $b =$ введи ___ Клик ___

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad;\qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad\cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\qquad;\qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < a < \qquad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{20}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) =$ ____.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{20}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ и объем выборки $n = 18$. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ ___ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ ___ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 63 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 63$, $m = 15$, $w = \frac{15}{63} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square} \right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.24 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square} \right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square} \right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1 - \square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square} \right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square; \square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи $\square$ Клик $\square$

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи $\square$ Клик $\square$

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 403 испытаниях событие A появилось 159 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 403$, $m = 159$, $w = \frac{159}{403} = \square$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 17

$$p_1 = \square - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

$$p_2 = \square + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square}} = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 23 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \boxed{}$, $k_{\min} = 15 - 1 = \boxed{}$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \boxed{}$, $k_{\min} = \boxed{}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boxed{} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boxed{} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 23 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 23 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально.
Сделана выборка объема $n_X = 20$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 11.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 7.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 7.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 7.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 7.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{11.2 \cdot (20-1)}{7.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \qquad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 7.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 23 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза H_0 : $\mathbb{D}(X) = 7.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 17.223$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 108$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 28.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 28$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 28$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 28 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -28)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 28$
ается.

Выборочная проверка вариант 23 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 28$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 404$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 219$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 404$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{219}{404} - 0.60\right) \cdot \sqrt{404}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad , \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 23 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 23 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 804$ *элементов, и* $m_2 = 252$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1004$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{804} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{252}{1004} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{804} - \frac{252}{1004}\right)}{\sqrt{\frac{241+252}{804+1004} \cdot \left(1 - \frac{241+252}{804+1004}\right) \cdot \left(\frac{1}{804} + \frac{1}{1004}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \;\square\; U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ____ **ается**.

Выборочная проверка вариант 23 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-137|}{\sqrt{86/29 + 106/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 23 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \qquad.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \qquad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\qquad$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11 \cdot 1.14 + 16 \cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot 17 \cdot 27}{29}} = \qquad.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \qquad$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = \qquad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \qquad$:

$$|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\qquad$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 23 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\textbf{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\textbf{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.6),\ (4, 13.0),\ (6, 22.2),\ (8, 36.2),\ (10, 33.4),\ (12, 39.9),\ (14, 55.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a,b) \to \boldsymbol{min}$.

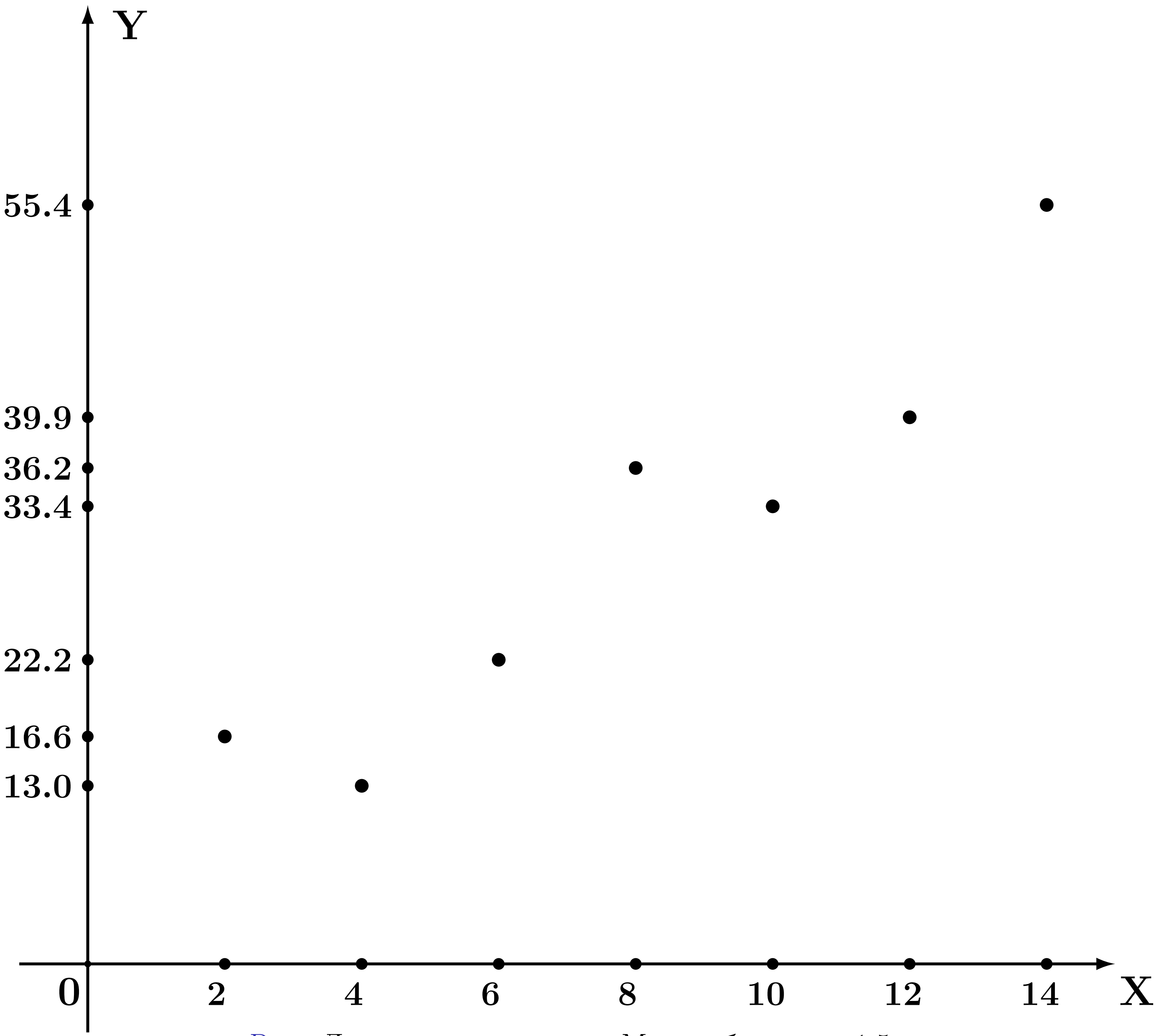

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.6	13.0	22.2	36.2	33.4	39.9	55.4	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.
Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

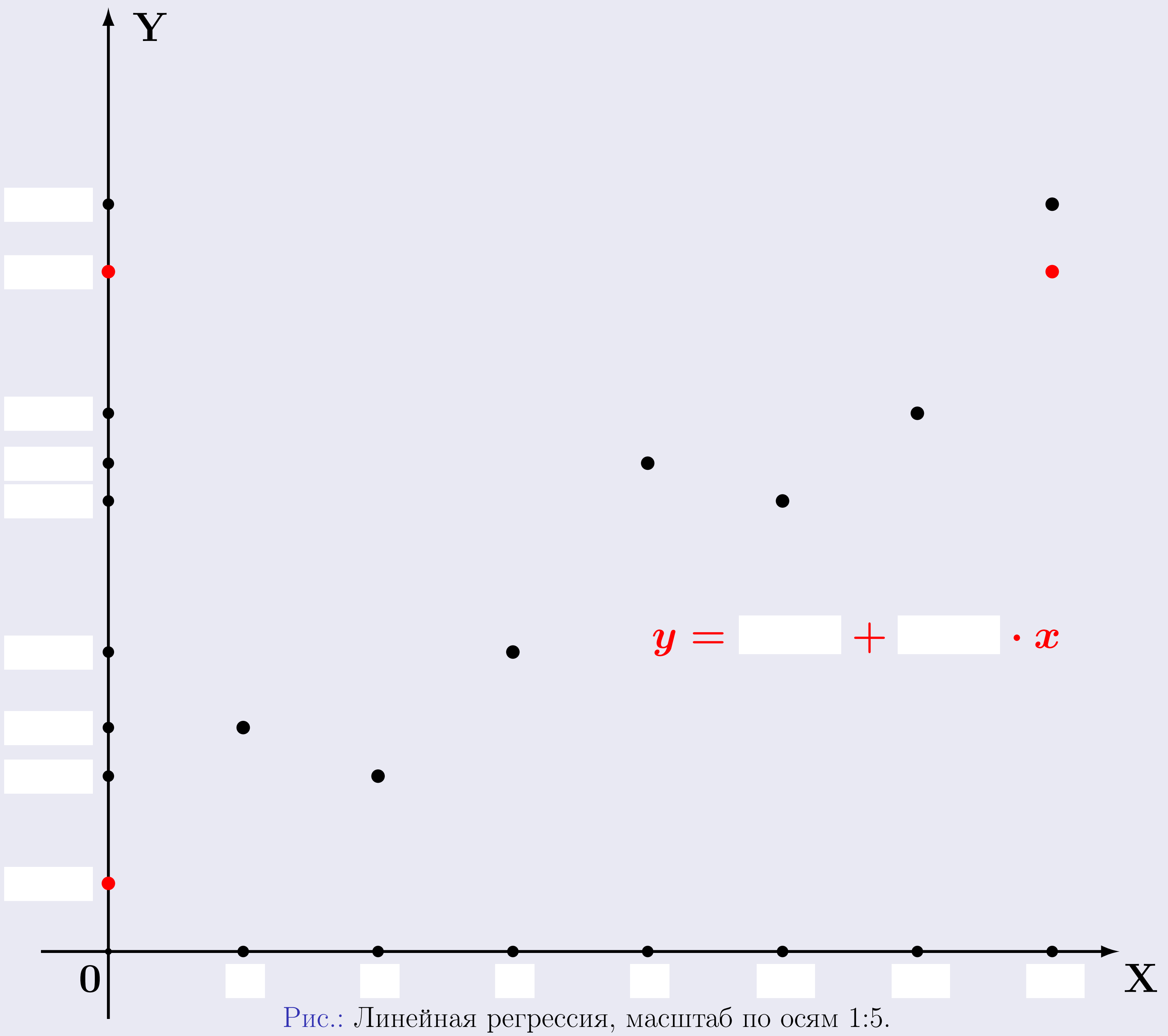

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 23 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$**ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 24

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \boxed{}, \quad w_2 = \boxed{}, \quad w_3 = \boxed{}, \quad w_4 = \boxed{}.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 7, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**5**	**7**	∞
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 3 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \boxed{}, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \boxed{}, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \boxed{}, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \boxed{}, & \text{если } x > 7 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

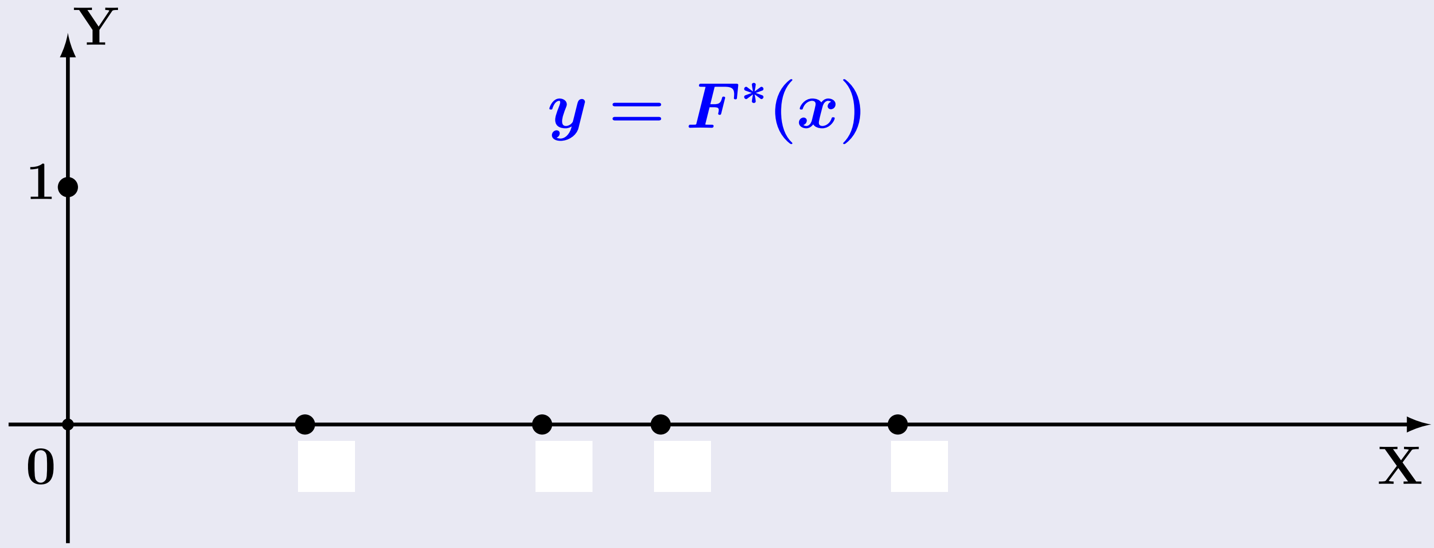

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \square), \quad (4, \square), \quad (5, \square), \quad (7, \square),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

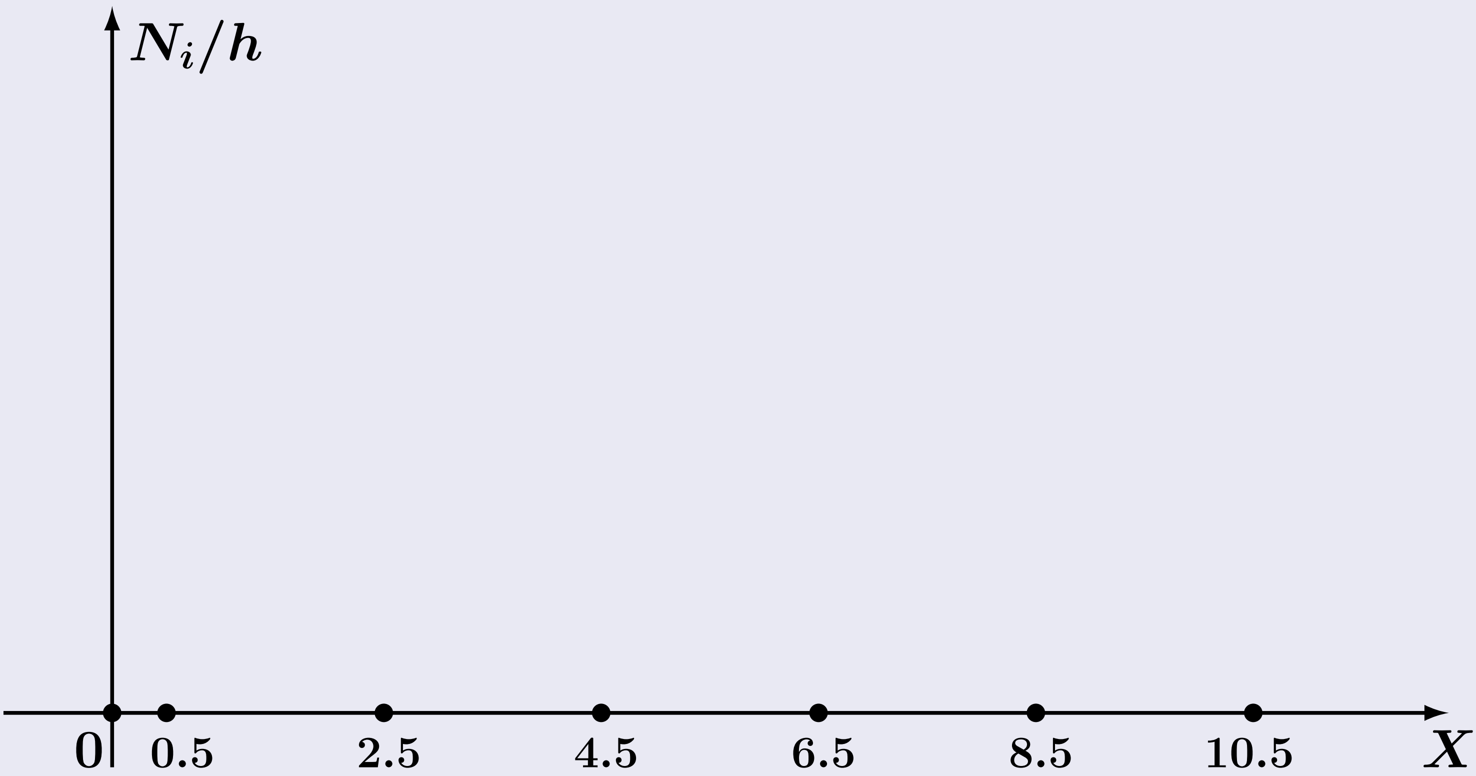

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 24 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	4	5	7
частоты n_i	3	1	4	2

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 4 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + x_4 n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + x_4^2 n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.40^k \cdot e^{-4.40}}{k!}$.

$$p_0 = \frac{4.40^0 \cdot e^{-4.40}}{0!} = e^{-4.40} =$$

$$p_1 = \frac{4.40^1 \cdot e^{-4.40}}{1!} =$$

$$p_2 = \frac{4.40^2 \cdot e^{-4.40}}{2!} =$$

$$p_3 = \frac{4.40^3 \cdot e^{-4.40}}{3!} =$$

$$p_4 = \frac{4.40^4 \cdot e^{-4.40}}{4!} =$$

$$p_5 = \frac{4.40^5 \cdot e^{-4.40}}{5!} =$$

$$p_6 = \frac{4.40^6 \cdot e^{-4.40}}{6!} =$$

$$p_7 = \frac{4.40^7 \cdot e^{-4.40}}{7!} =$$

$$p_8 = \frac{4.40^8 \cdot e^{-4.40}}{8!} =$$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 24 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**7**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	4	5	7
частоты n_i	3	1	4	2

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.40 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 3.600\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 4.40 = \square$ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 3.600 = \square$,

$$b - a = \sqrt{\square} = \square\,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \square \\ b - a = \square \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b = \square$, $b = \square$,
$a = \square - \square = \square$. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < \square \\ \frac{1}{\square - \square} = \frac{1}{\square} = \square & \text{при } \square \le x \le \square \\ 0 & \text{при } x > \square \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $b =$ введи ☐ Клик ☐

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_ ; \_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ____ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_ ; \_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) = \quad$.

Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) = \quad$.

Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Вариант 24 задача 9 возврат огл

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 60 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 60$, $m = 15$, $w = \frac{15}{60} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2\cdot\square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.25 + \frac{\square^2}{2\cdot\square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square.$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2\cdot\square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2\cdot\square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2\cdot\square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square.$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 391 испытаниях событие A появилось 155 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 391$, $m = 155$, $w = \frac{155}{391} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 24 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 15 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \ \square\ \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \ \square\ \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

Выборочная проверка вариант 24 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 14 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 24 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 18$, *и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$, *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$, *для уровня значимости* $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2 \cdot (18-1)}{4.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$ находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) =$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} =$ и $\chi^2_{\text{кр}} =$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 24 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 18.063$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 110$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -25)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ **аается**.

Выборочная проверка вариант 24 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 392$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 169$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 392$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{169}{392} - 0.50\right) \cdot \sqrt{392}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|U_{\text{набл}}| \_\_\_\_ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 24 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 24 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 238$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 792$ *элементов, и* $m_2 = 248$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 992$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{238}{792} = 0.301\,, \quad w_2 = \frac{248}{992} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{238}{792} - \frac{248}{992}\right)}{\sqrt{\frac{238+248}{792+992} \cdot \left(1 - \frac{238+248}{792+992}\right) \cdot \left(\frac{1}{792} + \frac{1}{992}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\textbf{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\textbf{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 24 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-136|}{\sqrt{83/27 + 100/37}} = \qquad .$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| =$ и $Z_{\text{кр}} =$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 24 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 17 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.75}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 17\cdot 26}{28}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 24 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.5),\ (4, 13.5),\ (6, 23.3),\ (8, 37.9),\ (10, 35.7),\ (12, 42.8),\ (14, 58.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

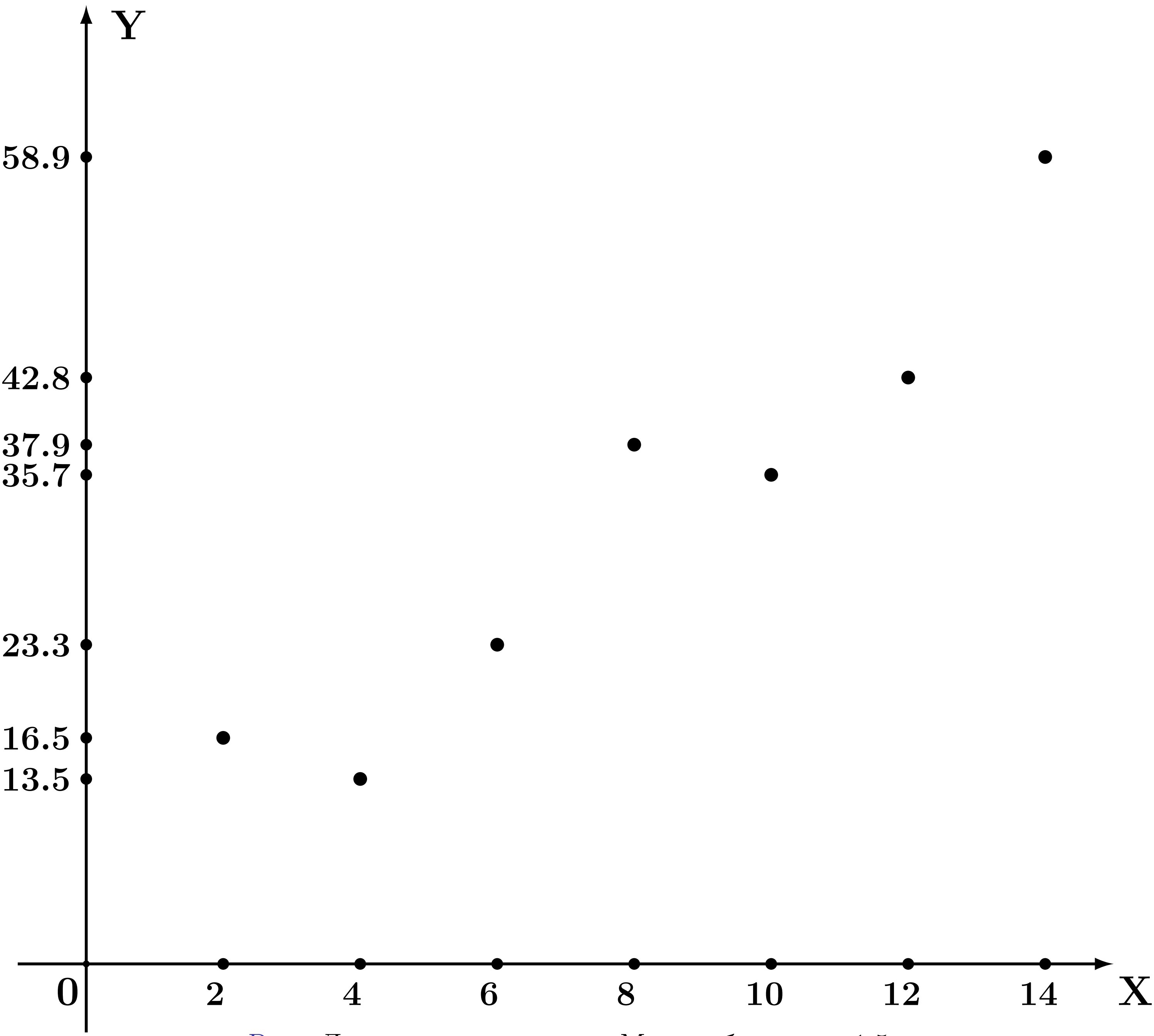

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**16.5**	**13.5**	**23.3**	**37.9**	**35.7**	**42.8**	**58.9**	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \ \cdot \ - \ \cdot \ =$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \ \cdot \ - \ \cdot \ =$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \ \cdot \ - \ \cdot \ =$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad , \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad , \quad),$$

где $x_7 =$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

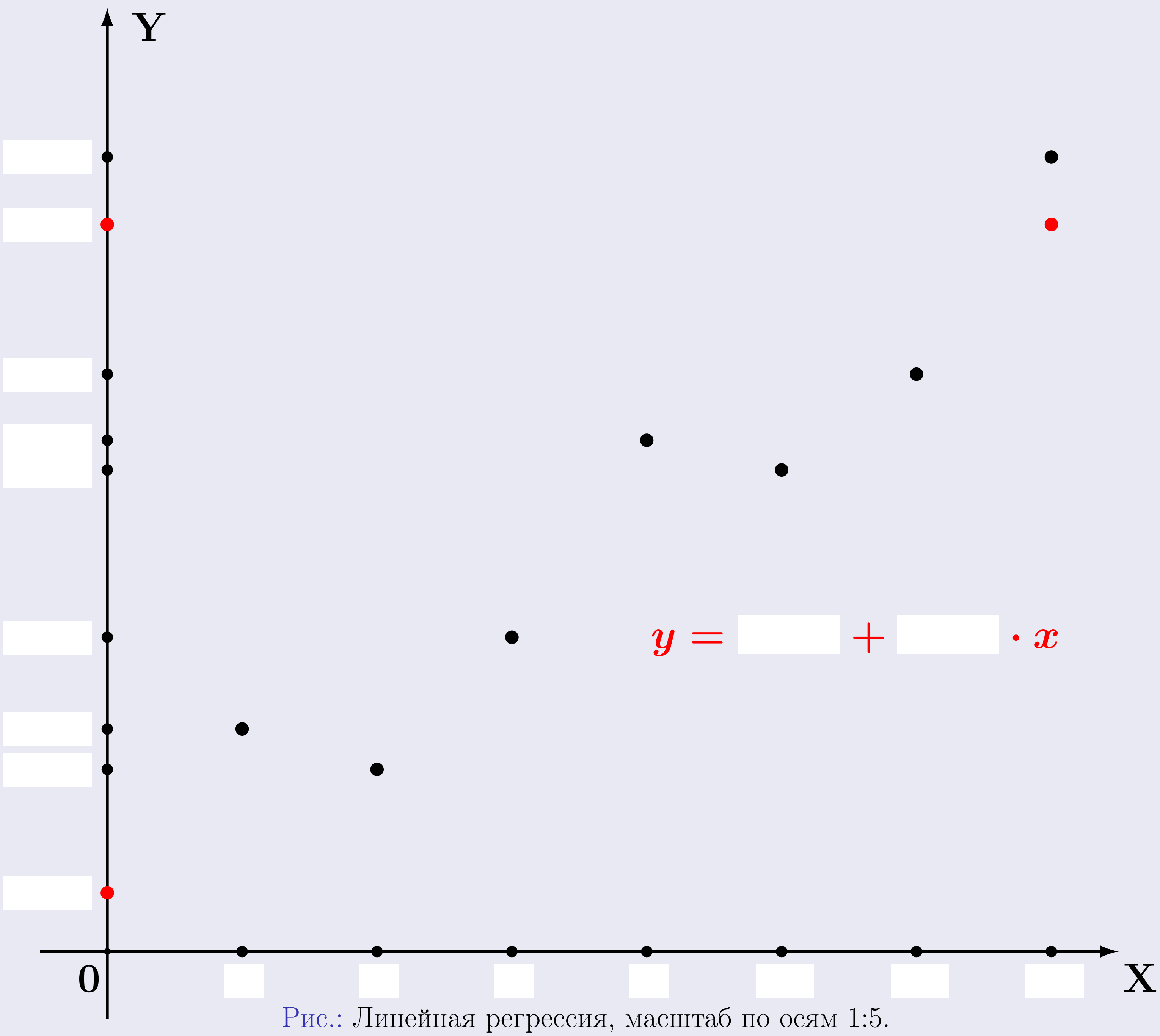

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 24 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 25

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$*, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 5, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**5**	**8**	∞
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 8 \\ \square, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

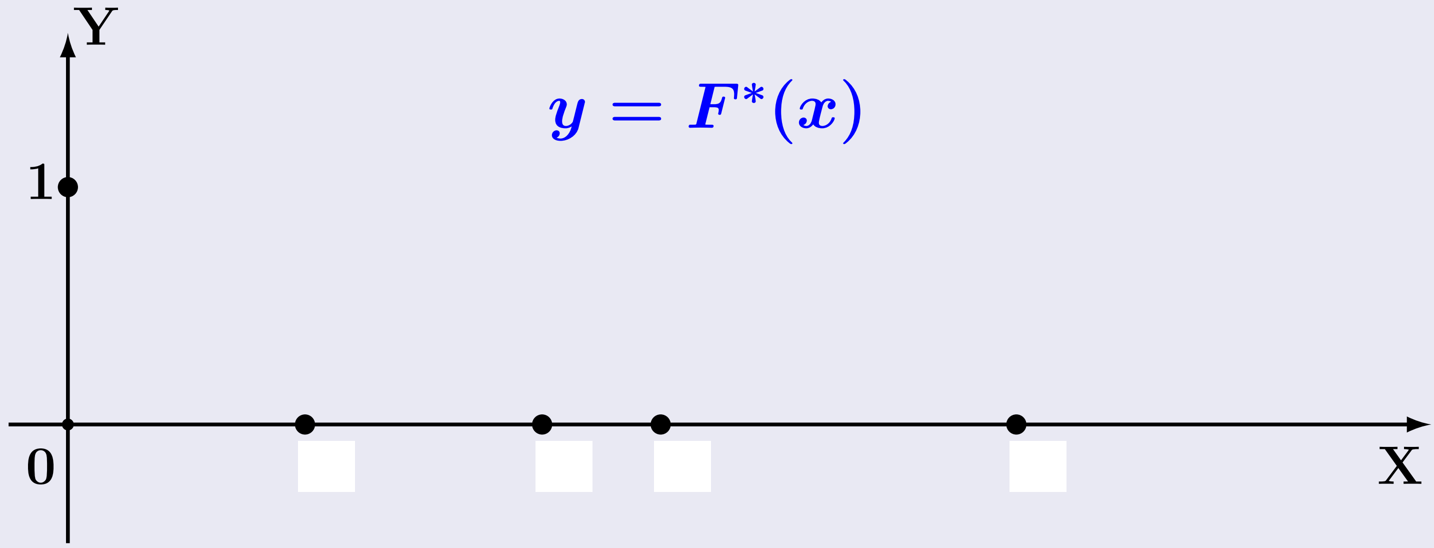

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (4, \quad), \quad (5, \quad), \quad (8, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

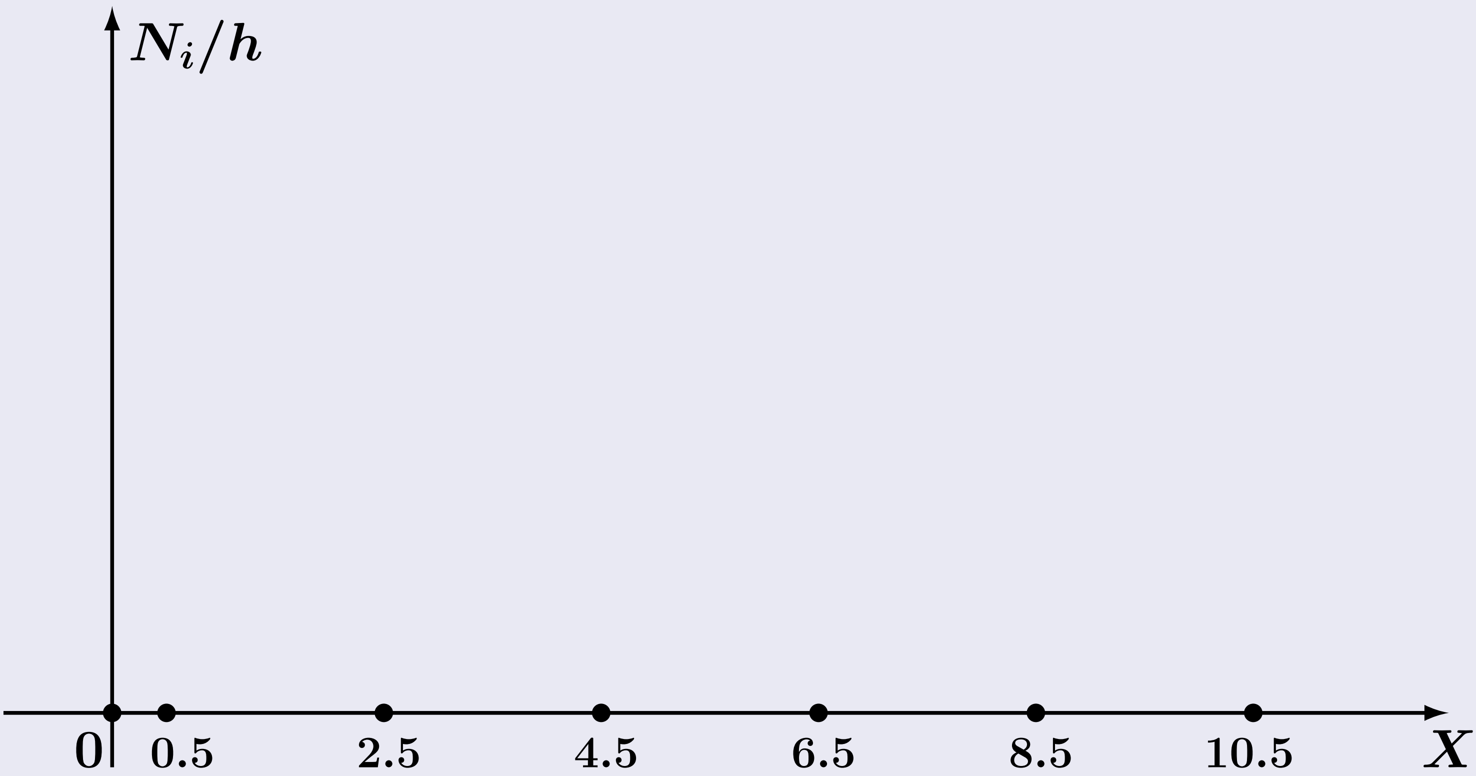

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 25 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_2 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_3 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_4 =$ введи | Клик |

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	4	5	8
частоты n_i	3	1	3	3

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.90$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.90^k \cdot e^{-4.90}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.90^0 \cdot e^{-4.90}}{0!} = e^{-4.90} =$

$p_1 = \frac{4.90^1 \cdot e^{-4.90}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.90^2 \cdot e^{-4.90}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.90^3 \cdot e^{-4.90}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.90^4 \cdot e^{-4.90}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.90^5 \cdot e^{-4.90}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.90^6 \cdot e^{-4.90}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.90^7 \cdot e^{-4.90}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.90^8 \cdot e^{-4.90}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 25 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**5**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a\le x\le b \\ 0 & \text{при } x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=4.90 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.100\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 4.90=$ и $(b-a)^2=12\cdot 6.100=$,

$$b-a=\sqrt{}=.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a = \\ b-a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=$ $-$ $=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & 0 \text{ при } x< \\ \frac{1}{-}=\frac{1}{}= & \text{при } \le x\le \\ & 0 \text{ при } x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи Клик

формат 1.23, $b=$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{27}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{27}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1-q) < \sigma < s \cdot (1+q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 64 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 64$, $m = 14$, $w = \frac{14}{64} = \qquad$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \qquad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \qquad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.22 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \qquad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < p < \qquad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \qquad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \qquad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \qquad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\qquad ; \qquad), \quad \text{или} \quad \qquad < p < \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 398 испытаниях событие A появилось 152 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 398$, $m = 152$, $w = \frac{152}{398} = $)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 25 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \square$, $k_{\min} = 16 - 1 = \square$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \square$, $k_{\min} = \square$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \square, \square) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \square, \square) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \square$ и $F_{\text{кр}} = \square$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \square \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\square$**ается**.

Выборочная проверка вариант 25 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\qquad}{\qquad} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 =$, $k_{\min} = 14 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) =$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 25 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально.*
Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (19-1)}{6.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 25 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 18.063$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 112$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -27)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
ается.

Выборочная проверка вариант 25 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 209$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{209}{398} - 0.60\right)\cdot\sqrt{398}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______:

$$|U_{\text{набл}}| \_\_\_ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_ \cdot \_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_)} = \_\_\_$$

$$M = \_\_\_ * \_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_ , \quad M' = \_\_\_ * \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (___ ; ___), или ___ $< m <$ ___ .

Выборочная проверка вариант 25 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 25 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 239$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{239}{798} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{251}{998} = 0.252\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{239}{798} - \frac{251}{998}\right)}{\sqrt{\frac{239+251}{798+998} \cdot \left(1 - \frac{239+251}{798+998}\right) \cdot \left(\frac{1}{798} + \frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot \qquad}} = \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 25 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-136|}{\sqrt{83/27 + 103/39}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 25 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 18 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.95}{\sqrt{10\cdot 1.14 + 17\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{11\cdot 18\cdot 27}{29}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 25 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 18.0),\ (4, 16.0),\ (6, 26.8),\ (8, 42.4),\ (10, 41.2),\ (12, 49.3),\ (14, 66.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \rightarrow \boldsymbol{min}$.

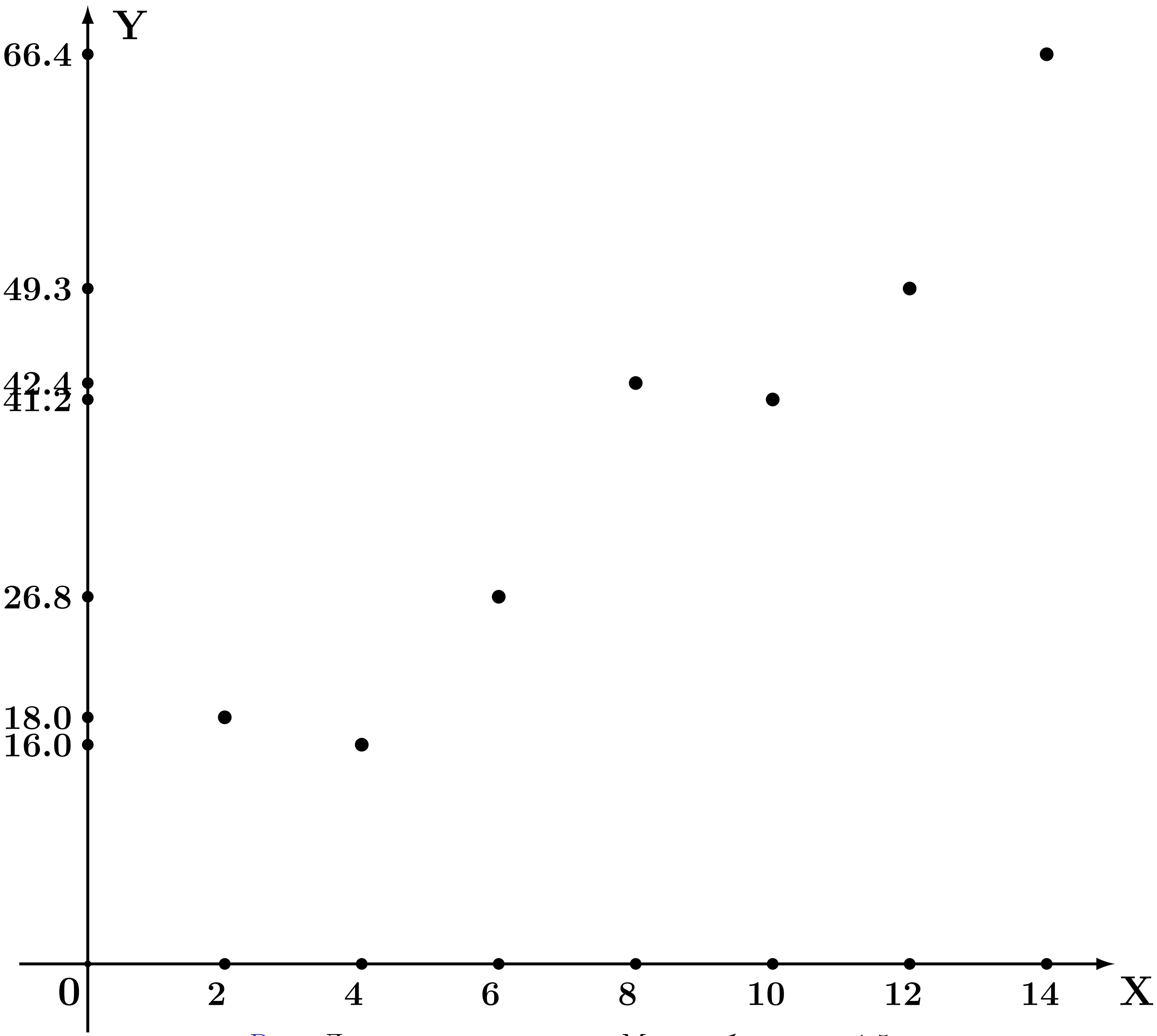

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	18.0	16.0	26.8	42.4	41.2	49.3	66.4	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \qquad \cdot b = \qquad \\ \quad \cdot a + \qquad \cdot b = \qquad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

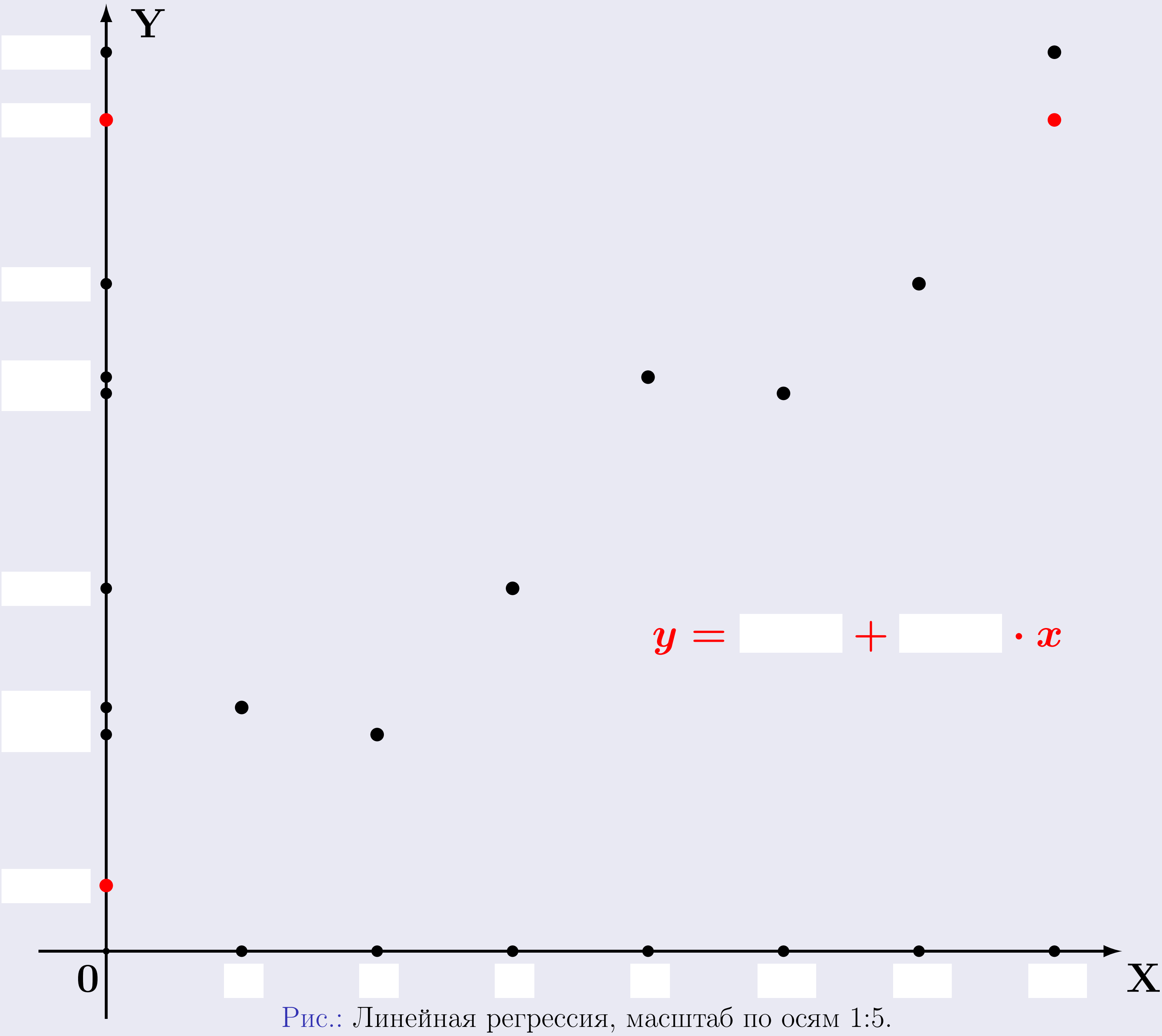

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 25 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 26

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**4**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \dfrac{n_i}{n}$ *, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5 *.*

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \boxed{}\,, \quad w_2 = \boxed{}\,, \quad w_3 = \boxed{}\,, \quad w_4 = \boxed{}\,.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**6**	**8**	$\boldsymbol{\infty}$
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**4**	**2**	**0**
частоты $\boldsymbol{n(< x_i)}$	**0**				
относительные частоты $\boldsymbol{w(< x_i)}$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 3 + 1 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \boxed{}\,, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \boxed{}\,, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \boxed{}\,, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \boxed{}\,, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

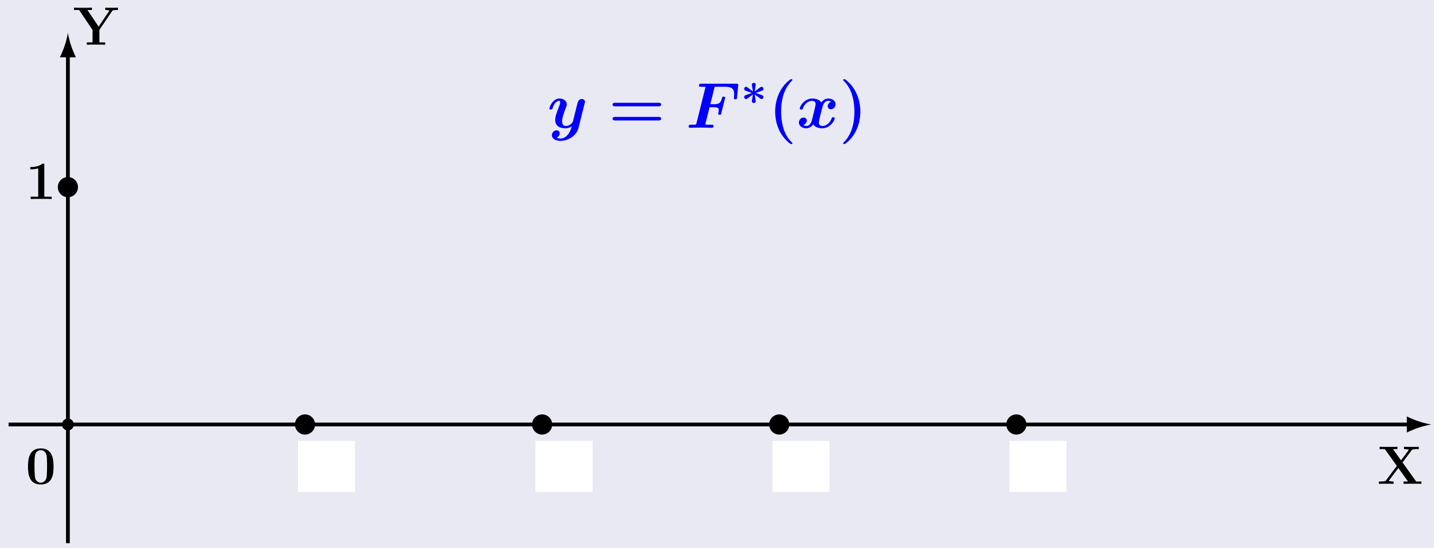

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (8, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

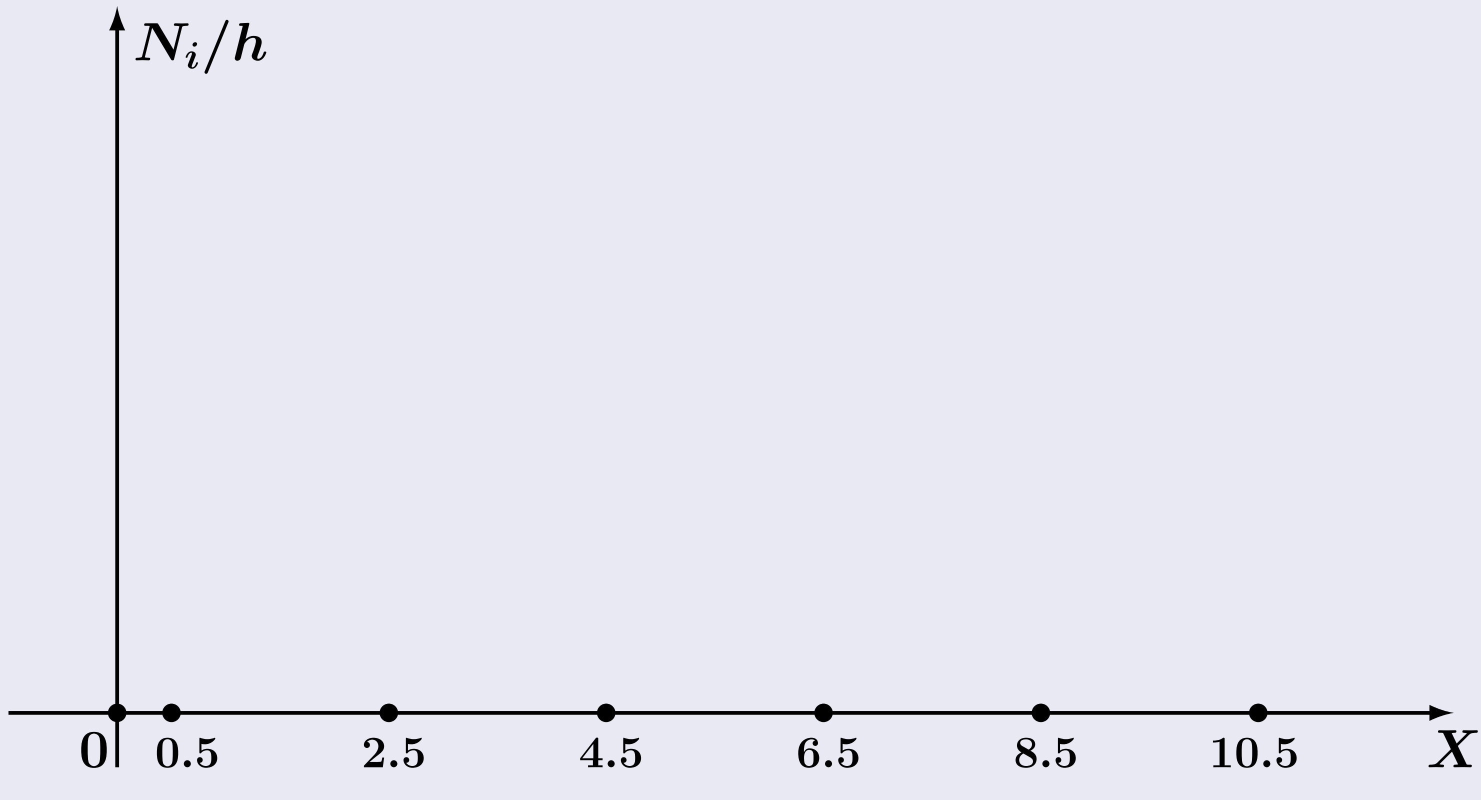

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 26 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	4	6	8
частоты n_i	3	1	4	2

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3+1+4+2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	4	6	8
частоты n_i	3	1	4	2

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ *с неизвестным параметром* λ.

Дать точечную оценку параметра λ *по результатам выборки.*

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.00$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.00^k \cdot e^{-5.00}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.00^0 \cdot e^{-5.00}}{0!} = e^{-5.00} =$

$p_1 = \frac{5.00^1 \cdot e^{-5.00}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.00^2 \cdot e^{-5.00}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.00^3 \cdot e^{-5.00}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.00^4 \cdot e^{-5.00}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.00^5 \cdot e^{-5.00}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.00^6 \cdot e^{-5.00}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.00^7 \cdot e^{-5.00}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.00^8 \cdot e^{-5.00}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 26 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**1**	**4**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	4	6	8
частоты n_i	3	1	4	2

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a\le x\le b \\ 0 & \text{при } x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=5.00 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=5.556\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 5.00=$ и $(b-a)^2=12\cdot 5.556=$,

$$b-a=\sqrt{}= \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a &= \\ b-a &= \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$, $b=$,
$a=-=$. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} 0 \ \text{при} \ x< \\ \frac{1}{-}=\frac{1}{}= \ \text{при} \ \le x\le \\ 0 \ \text{при} \ x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи Клик

формат 1.23, $b=$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.40$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 5.40}{\sqrt{27}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик ______

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик ______

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.40$,
и объем выборки $n = 18$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(18, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \dfrac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{\quad \cdot 5.40}{\sqrt{18}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ и объем выборки $n = 17$. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 61 испытаниях событие A появилось 17 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 61$, $m = 17$, $w = \frac{17}{61} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[0.28 + \frac{^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\ ; \ ), \quad \text{или} \quad < p < .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{^2}{2\cdot} - \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

$$p_2 = \frac{}{{}^2 + } \cdot \left[+ \frac{^2}{2\cdot} + \cdot \sqrt{\frac{(1-)}{} + \left(\frac{}{2\cdot}\right)^2}\right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\ ; \ ), \quad \text{или} \quad < p < .$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 396 испытаниях событие A появилось 162 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 396$, $m = 162$, $w = \frac{162}{396} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 26 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 26 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0:\ \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1:\ \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 14 - 1 = $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 26 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 18$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2 \cdot (18-1)}{4.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 26 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 17.223$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 110$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0) \cdot \sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\qquad -25) \cdot \sqrt{\qquad}}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1 - \alpha}{2} = \frac{1 - 0.05}{2} = 0.95/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
______ается.

Выборочная проверка вариант 26 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 159$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.45$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0.

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{159}{398} - 0.45\right) \cdot \sqrt{398}}{\sqrt{0.45(1-0.45)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}.$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ $\boxed{\quad}$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \qquad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ______ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ______ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ______ и $U_{\text{кр}} =$ ______ :

$$|U_{\text{набл}}| \_\_\_ U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.45$ ______ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_ \cdot \_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_)} = \_\_\_$$

$$M = \_\_\_ * \_\_\_ - \_\_\_ = \_\_\_ , \quad M' = \_\_\_ * \_\_\_ + \_\_\_ = \_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 26 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ______ Клик ______

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ______ Клик ______

формат 1;1 **довер. инт. введи** ______ Клик ______

Выборочная проверка вариант 26 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 249$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{798} = 0.301\,, \quad w_2 = \frac{249}{998} = 0.249\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{798} - \frac{249}{998}\right)}{\sqrt{\frac{240+249}{798+998}\cdot\left(1-\frac{240+249}{798+998}\right)\cdot\left(\frac{1}{798}+\frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$**ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ [ ] от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ [ ].

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ [ ] и $U_{\text{кр}} =$ [ ]:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \;\square\; \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ [ ] **ается**.

Выборочная проверка вариант 26 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** [ ] Клик [ ]

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.45$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи [ ] Клик [ ]

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$*. Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-137|}{\sqrt{83/27 + 103/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 26 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X)=\mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}}=\frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)}=\frac{1.44}{1.00}=\boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X)>\mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max}=11-1=$, $k_{\min}=17-1=$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha=0.05$, $k_{\max}=$, $k_{\min}=$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;,)=\boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}}<F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X)=\mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}}=\frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{(n_X-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X)+(n_Y-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}}\cdot\sqrt{\frac{n_X\,n_Y\,(n_X+n_Y-2)}{n_X+n_Y}}=$$

$$=\frac{31.40-30.75}{\sqrt{10\cdot1.44+16\cdot1.00}}\cdot\sqrt{\frac{11\cdot17\cdot26}{28}}=\boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}}=T_{\text{двуст,кр}}(0.05,)=\boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha=0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k=n_X+n_Y-2=$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}|=$ и $T_{\text{двуст,кр}}=$:

$$|T_{\text{набл}}|T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X)=\mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 26 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 15.6),\ (4, 12.0),\ (6, 21.2),\ (8, 35.2),\ (10, 32.4),\ (12, 38.9),\ (14, 54.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b. *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

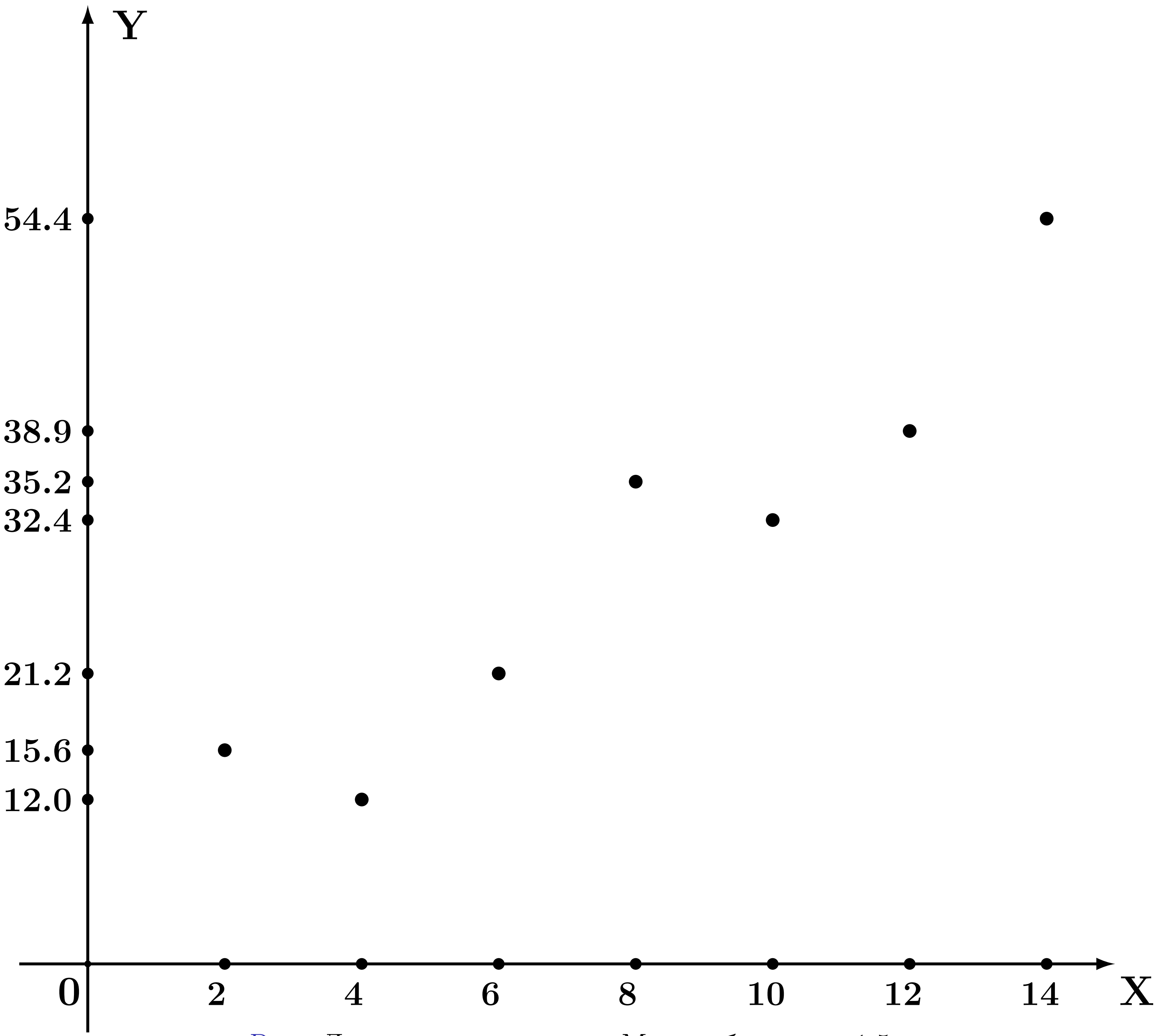

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**15.6**	**12.0**	**21.2**	**35.2**	**32.4**	**38.9**	**54.4**	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

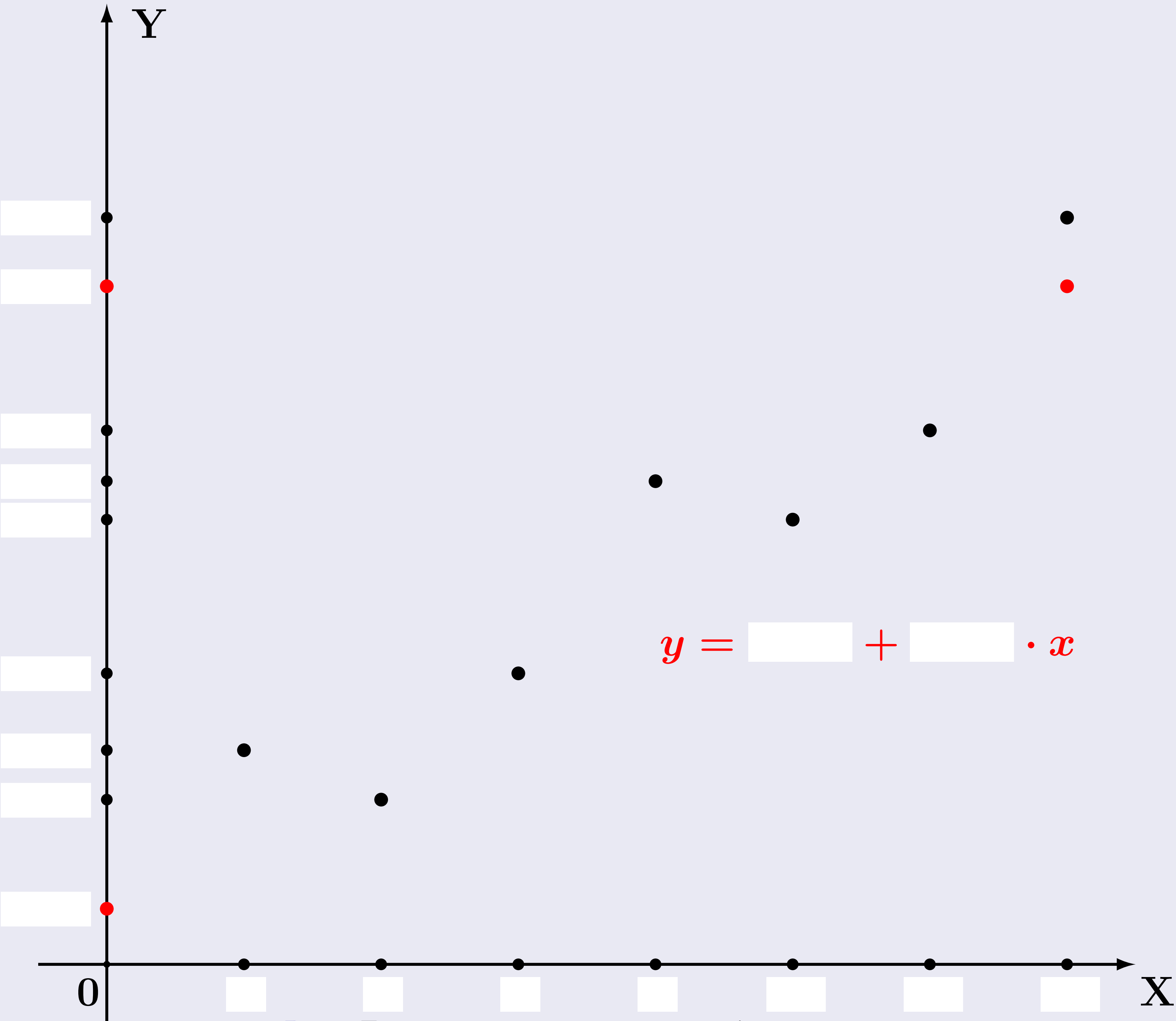

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 26 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 27

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5 .

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square .$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 4, 6, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**4**	**6**	**9**	∞
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 1 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 4 \\ \square, & \text{если } 4 < x \le 6 \\ \square, & \text{если } 6 < x \le 9 \\ \square, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

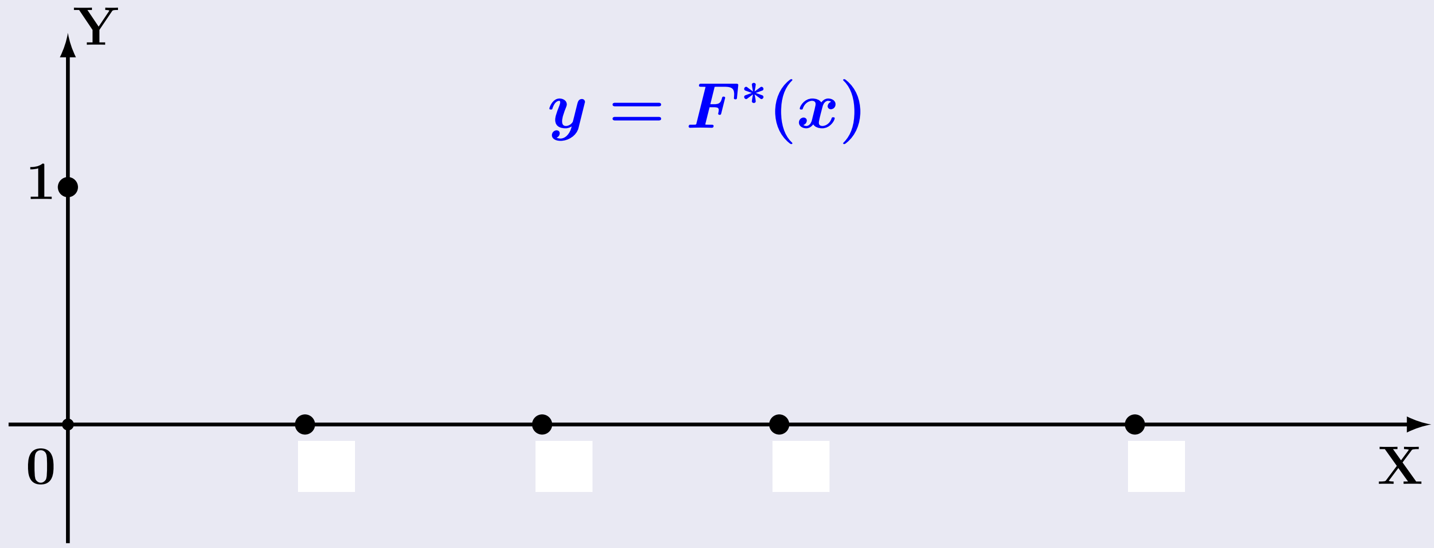

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (4, \quad), \quad (6, \quad), \quad (9, \quad),$$

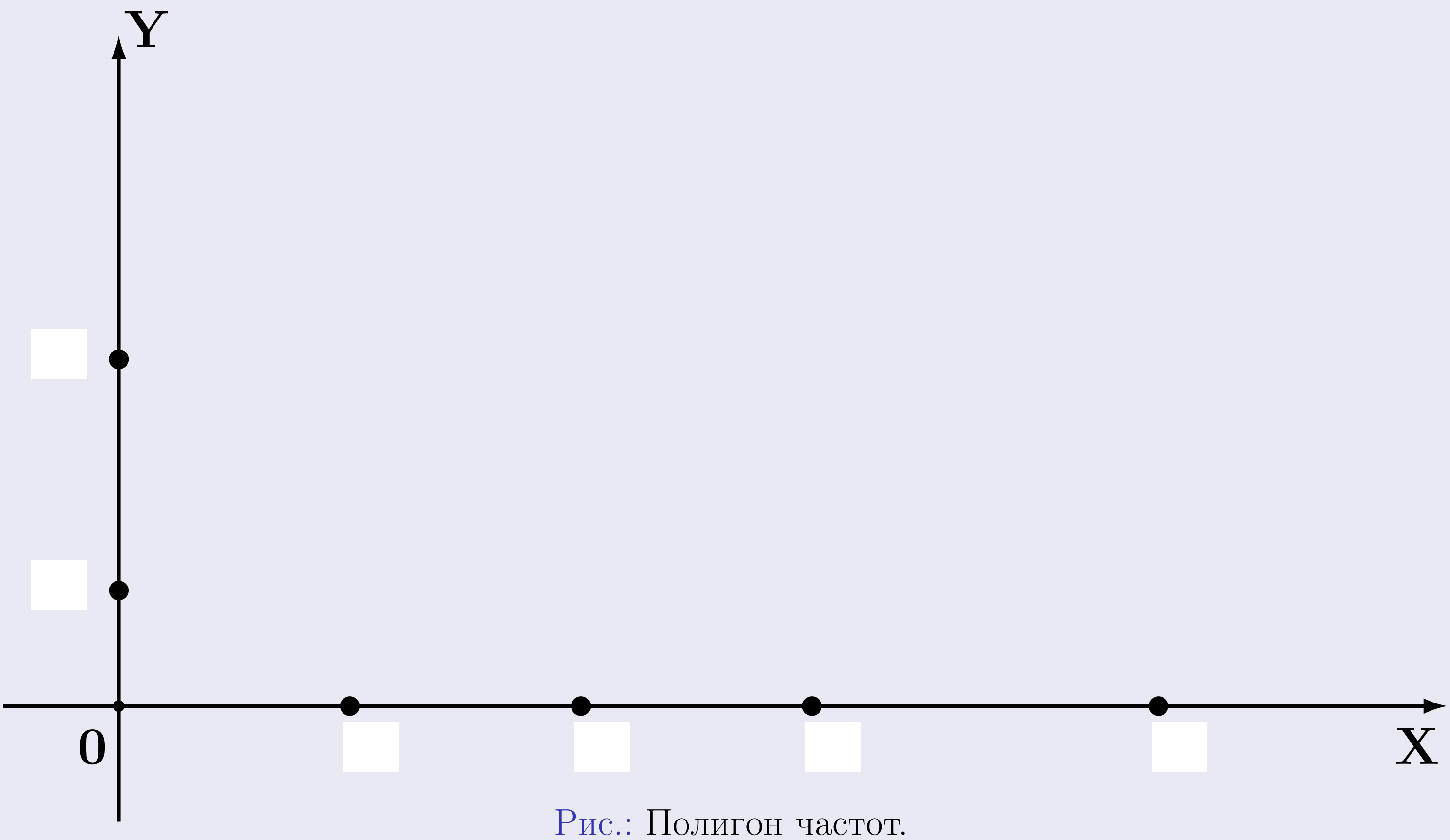

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты $\boldsymbol{x_i}$	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты $\boldsymbol{n_i}$	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \le x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \le x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \le x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \le x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \le x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \ge 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \le x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \le x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

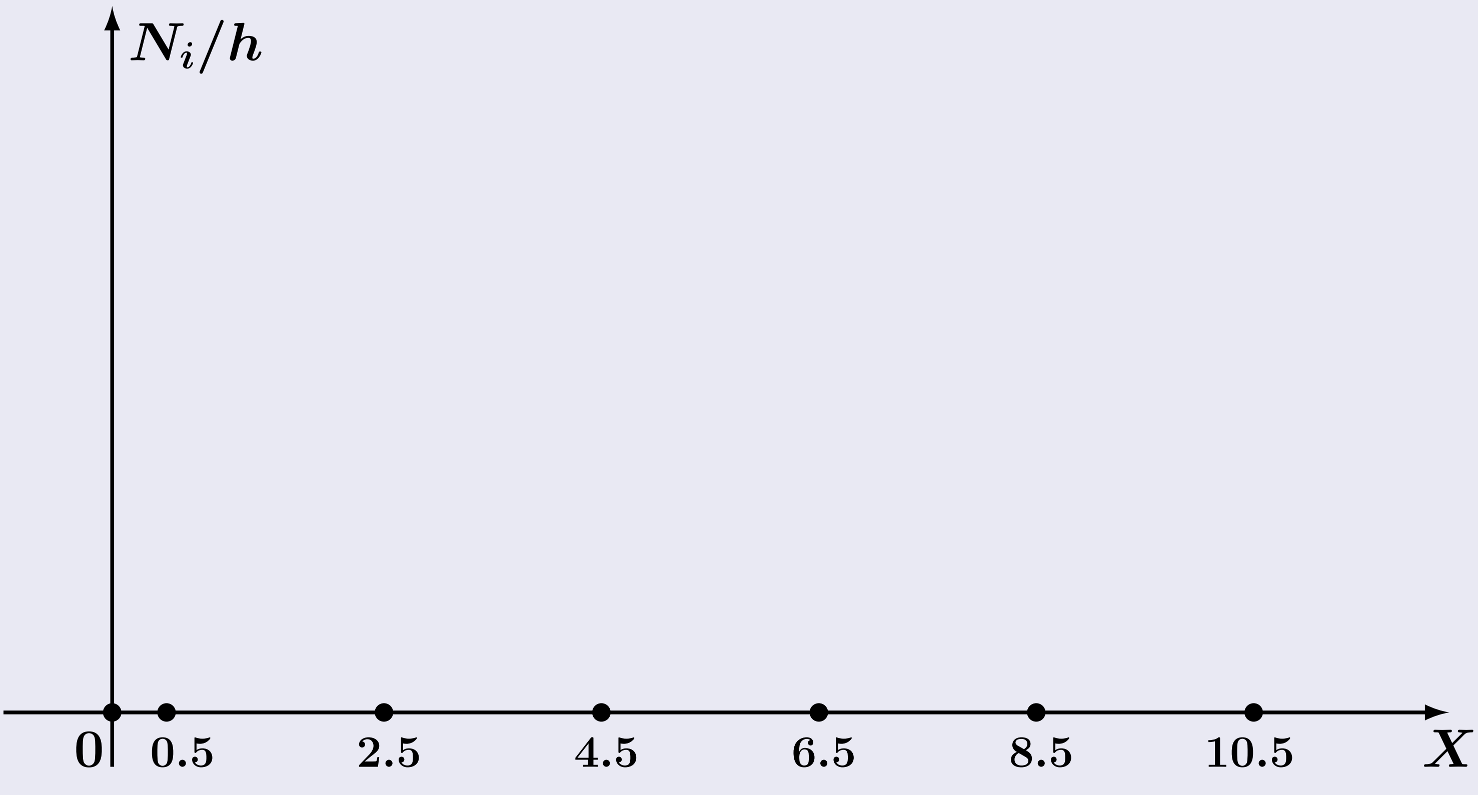

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 27 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	4	6	9
частоты n_i	3	1	3	3

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 1 + 3 + 3 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	4	6	9
частоты n_i	3	1	3	3

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.50^k \cdot e^{-5.50}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.50^0 \cdot e^{-5.50}}{0!} = e^{-5.50} =$

$p_1 = \frac{5.50^1 \cdot e^{-5.50}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.50^2 \cdot e^{-5.50}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.50^3 \cdot e^{-5.50}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.50^4 \cdot e^{-5.50}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.50^5 \cdot e^{-5.50}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.50^6 \cdot e^{-5.50}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.50^7 \cdot e^{-5.50}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.50^8 \cdot e^{-5.50}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 27 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2.

Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.

Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \square$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \square = \square$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\square\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\square)^2}{2\cdot\square}}.$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**4**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**1**	**3**	**3**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.50 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 8.500\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.50 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 8.500 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{\quad} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \quad \text{при} \quad x < \\ \dfrac{1}{\quad - \quad} = \dfrac{1}{\quad} = & \text{при} \quad \quad \le x \le \\ & 0 \quad \text{при} \quad x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если:
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 27$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{27}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{27}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если:
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.40$ *и объем выборки* $n = 17$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 17$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(17, 0.95) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(17, 0.99) = \quad < 1$. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 65 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 65$, $m = 16$, $w = \frac{16}{65} = \quad$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.25 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 403 испытаниях событие A появилось 159 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 403$, $m = 159$, $w = \frac{159}{403} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 27 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 10$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.700$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{0.700} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 10 - 1 = \boxed{}$, $k_{\min} = 16 - 1 = \boxed{}$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = \boxed{}$, $k_{\min} = \boxed{}$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boxed{} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \boxed{}$ и $F_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boxed{} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 27 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 14$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 =$, $k_{\min} = 14 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) =$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \quad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 27 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (19-1)}{6.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \qquad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 27 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 17.223$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 112$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -27)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 27 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 404$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 199$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 404$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{199}{404} - 0.55\right)\cdot\sqrt{404}}{\sqrt{0.55(1-0.55)}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____:

$$|U_{\text{набл}}| \;\_\_\; U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 27 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 27 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 804$ *элементов, и* $m_2 = 252$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1004$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{804} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{252}{1004} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{804} - \frac{252}{1004}\right)}{\sqrt{\frac{241+252}{804+1004}\cdot\left(1-\frac{241+252}{804+1004}\right)\cdot\left(\frac{1}{804}+\frac{1}{1004}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 27 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 27$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 83$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x} - \overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134 - 137|}{\sqrt{83/27 + 106/39}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \boxed{}$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$:

$$|Z_{\text{набл}}| \boxed{} Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 27 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.40$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 18 - 1 = $.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = $, $k_{\min} = $) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1) \cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X \, n_Y \, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.40 - 30.95}{\sqrt{10 \cdot 1.44 + 17 \cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{11 \cdot 18 \cdot 27}{29}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05,) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = $.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = $ и $T_{\text{двуст,кр}} = $:

$$|T_{\text{набл}}| T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 27 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.1),\ (4, 14.5),\ (6, 24.7),\ (8, 39.7),\ (10, 37.9),\ (12, 45.4),\ (14, 61.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \rightarrow \boldsymbol{min}$.

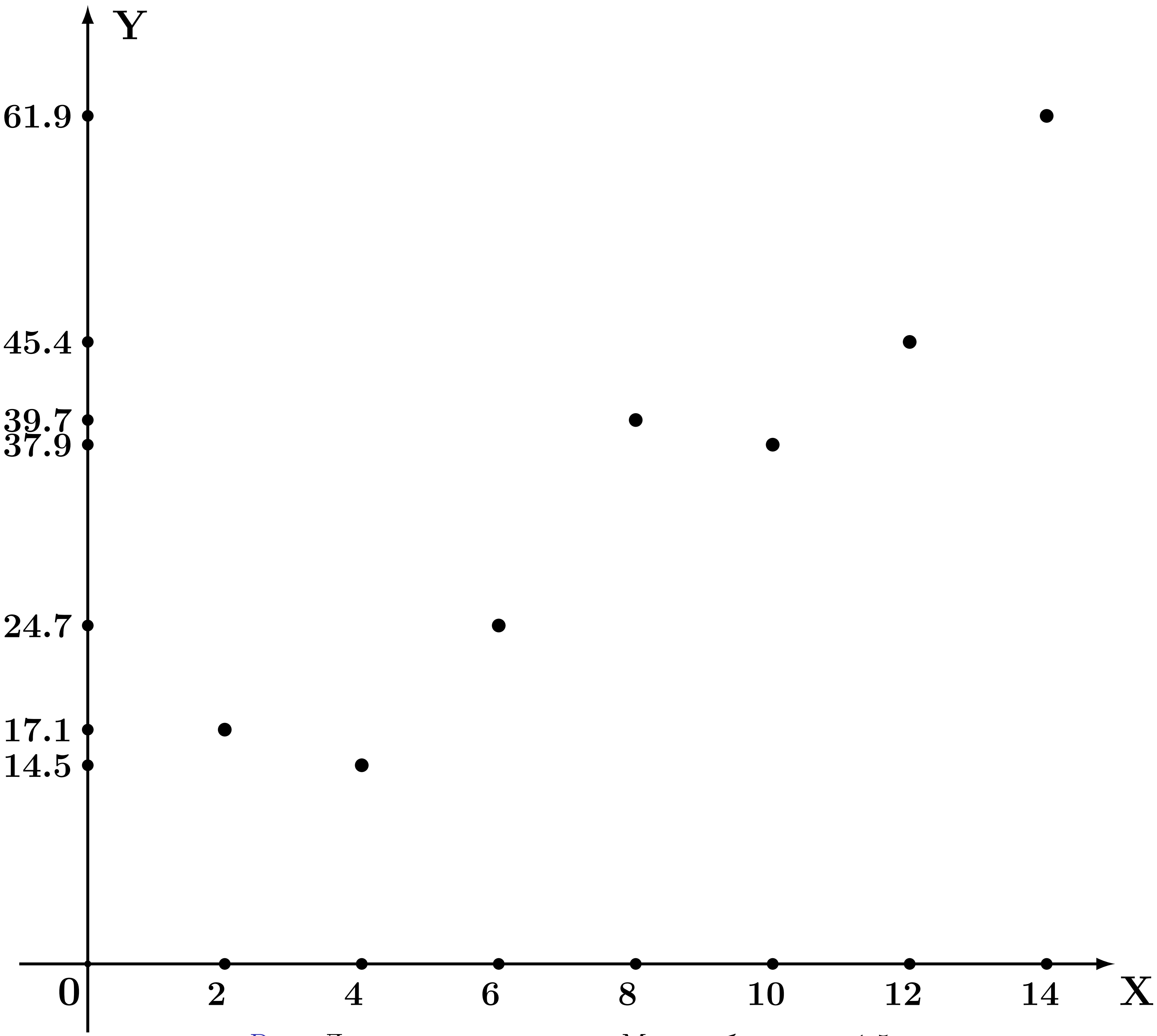

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	17.1	14.5	24.7	39.7	37.9	45.4	61.9	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = $

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad , \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad , \quad),$$

где $x_7 = $ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

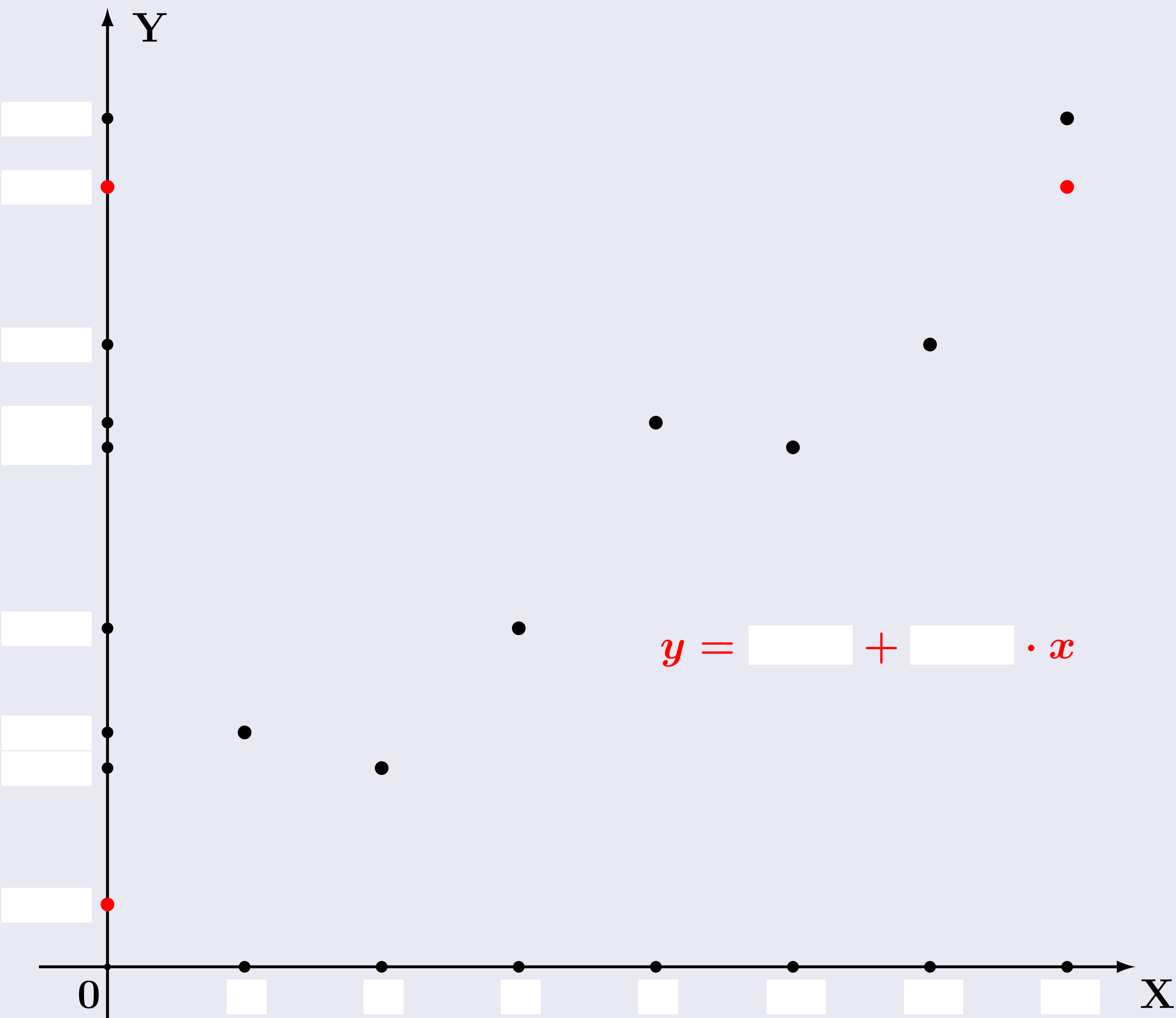

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 27 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$**ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 28

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 8, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**6**	**8**	∞
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 6 \\ \square, & \text{если } 6 < x \le 8 \\ \square, & \text{если } x > 8 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

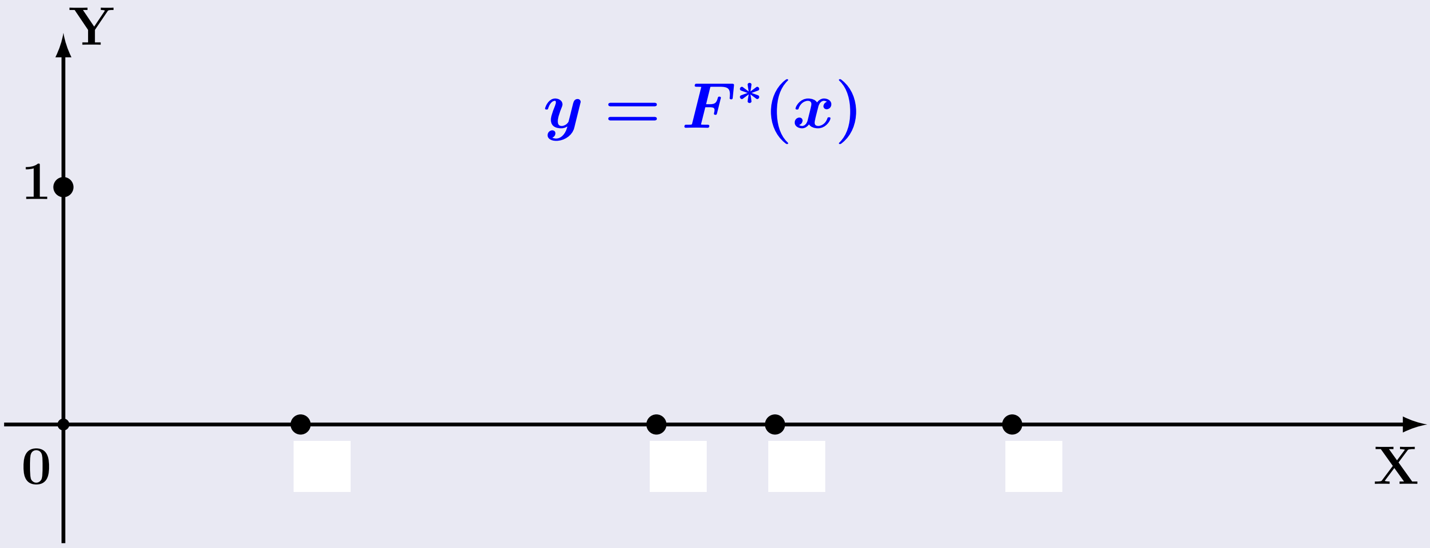

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (6, \quad), \quad (8, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

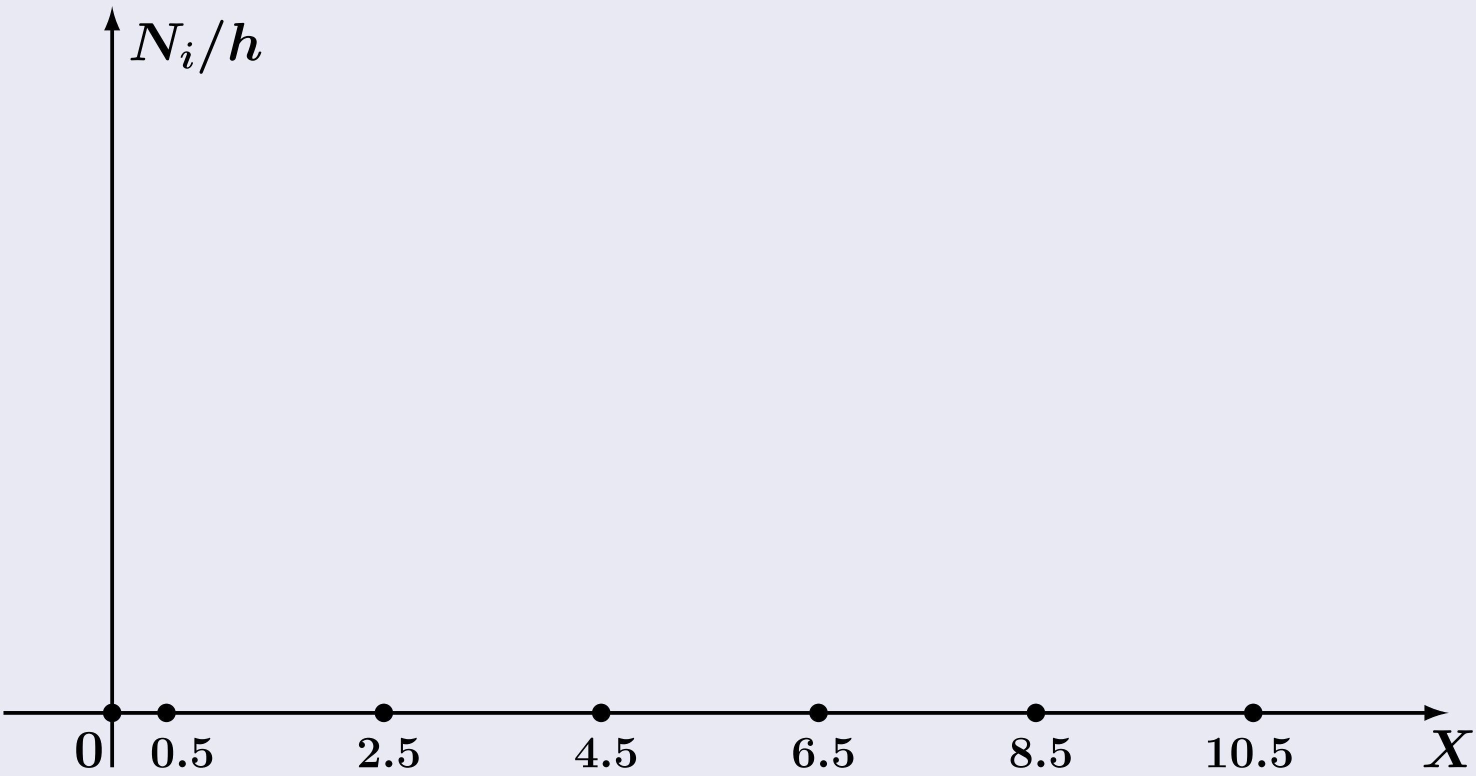

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 28 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad.$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	5	6	8
частоты n_i	3	2	4	1

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{4.80^k \cdot e^{-4.80}}{k!}$.

$p_0 = \frac{4.80^0 \cdot e^{-4.80}}{0!} = e^{-4.80} =$

$p_1 = \frac{4.80^1 \cdot e^{-4.80}}{1!} =$

$p_2 = \frac{4.80^2 \cdot e^{-4.80}}{2!} =$

$p_3 = \frac{4.80^3 \cdot e^{-4.80}}{3!} =$

$p_4 = \frac{4.80^4 \cdot e^{-4.80}}{4!} =$

$p_5 = \frac{4.80^5 \cdot e^{-4.80}}{5!} =$

$p_6 = \frac{4.80^6 \cdot e^{-4.80}}{6!} =$

$p_7 = \frac{4.80^7 \cdot e^{-4.80}}{7!} =$

$p_8 = \frac{4.80^8 \cdot e^{-4.80}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 28 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**8**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 4.80 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 4.400\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b = 2 \cdot 4.80 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 4.400 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = \,.$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,
$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & & 0 \ \text{при} \ x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & & \text{при} \ \le x \le \\ & & 0 \ \text{при} \ x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b =$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ ______ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ ______ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 58 испытаниях событие A появилось 14 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 58$, $m = 14$, $w = \frac{14}{58} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.24 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $\quad < p < \quad$.

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

(;), или $\quad < p < \quad$.

Выборочная проверка вариант 28 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 391 испытаниях событие A появилось 155 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 391$, $m = 155$, $w = \frac{155}{391} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 28 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \qquad .$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 =$, $k_{\min} = 15 - 1 =$.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;\ ,\ ) =$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \qquad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01;\ ,\ ) =$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \qquad \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 28 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 =$, $k_{\min} = 15 - 1 =$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} =$, $k_{\min} =$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} =$ и $F_{\text{кр}} =$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий **ается**.

Выборочная проверка вариант 28 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема* $n_X = 19$, *и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}\cdot(n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2\cdot(19-1)}{4.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \qquad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \qquad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \qquad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 28 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X) = 18.063$ известна. Сделана выборка объема $n_X = 106$, и по ней найдена выборочная средняя $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -25)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
ается.

Выборочная проверка вариант 28 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 392$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 189$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.55$,

2 *по данным* $n = 392$ *и* α , *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m , *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}} = \frac{\left(\frac{189}{392} - 0.55\right) \cdot \sqrt{392}}{\sqrt{0.55(1 - 0.55)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad} .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1 - \alpha}{2} = \frac{1 - 0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad , \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.55$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta , \quad M' = np_0 + \delta , \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;) , или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 28 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 28 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 238$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 792$ *элементов, и* $m_2 = 248$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 992$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{238}{792} = 0.301\,, \quad w_2 = \frac{248}{992} = 0.250\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{238}{792} - \frac{248}{992}\right)}{\sqrt{\frac{238+248}{792+992} \cdot \left(1 - \frac{238+248}{792+992}\right) \cdot \left(\frac{1}{792} + \frac{1}{992}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ☐ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ☐.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ☐ и $U_{\text{кр}} =$ ☐:

$$|U_{\text{набл}}| \;\square\; U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ☐ **ается**.

Выборочная проверка вариант 28 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ☐ Клик ☐

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ☐ Клик ☐

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ☐ Клик ☐

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.55$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи ☐ Клик ☐

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 100$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-136|}{\sqrt{86/29 + 100/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 28 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \quad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\,(n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11\cdot 1.14 + 16\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 17\cdot 27}{29}} = \quad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \quad$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = \quad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \quad$:

$$|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Выборочная проверка вариант 28 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.0),\ (4, 14.0),\ (6, 23.8),\ (8, 38.4),\ (10, 36.2),\ (12, 43.3),\ (14, 59.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

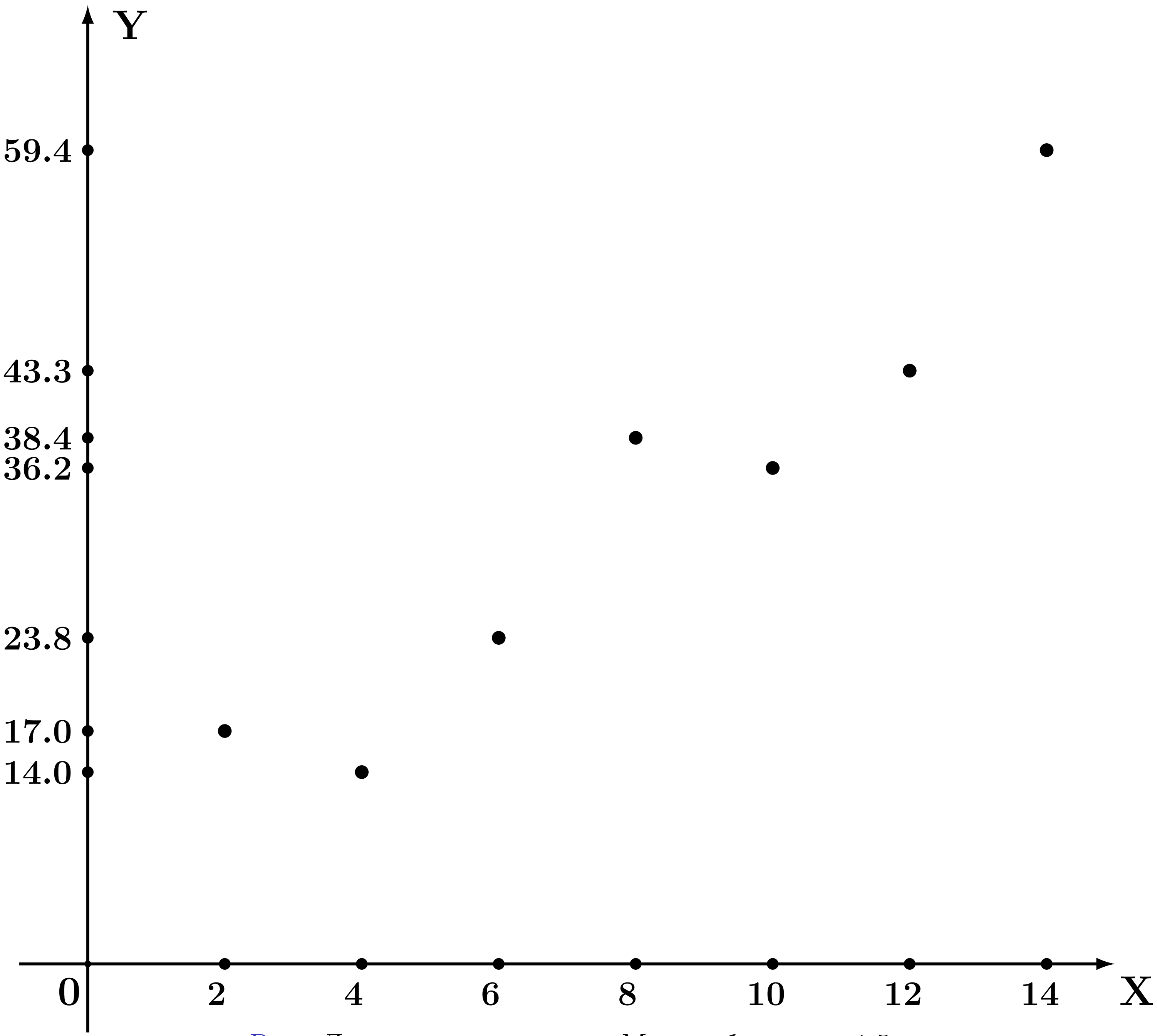

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	$\sum$
x_i	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	
y_i	**17.0**	**14.0**	**23.8**	**38.4**	**36.2**	**43.3**	**59.4**	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

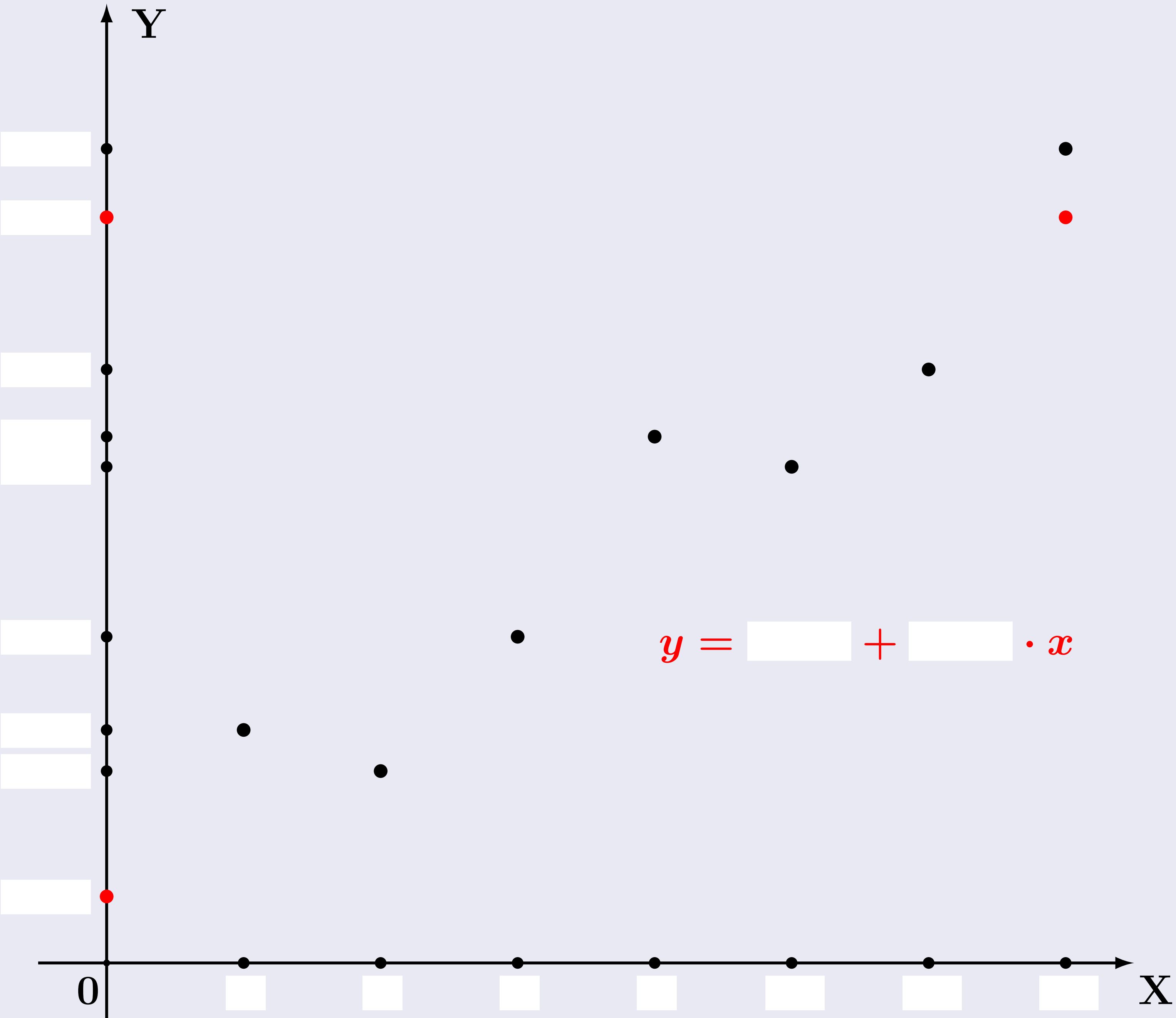

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 28 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.
гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 29

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом 2 и начальной точкой 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \boxed{}, \quad w_2 = \boxed{}, \quad w_3 = \boxed{}, \quad w_4 = \boxed{}.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 6, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**6**	**9**	∞
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\boxed{} = 3 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \boxed{}, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \boxed{}, & \text{если } 5 < x \le 6 \\ \boxed{}, & \text{если } 6 < x \le 9 \\ \boxed{}, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

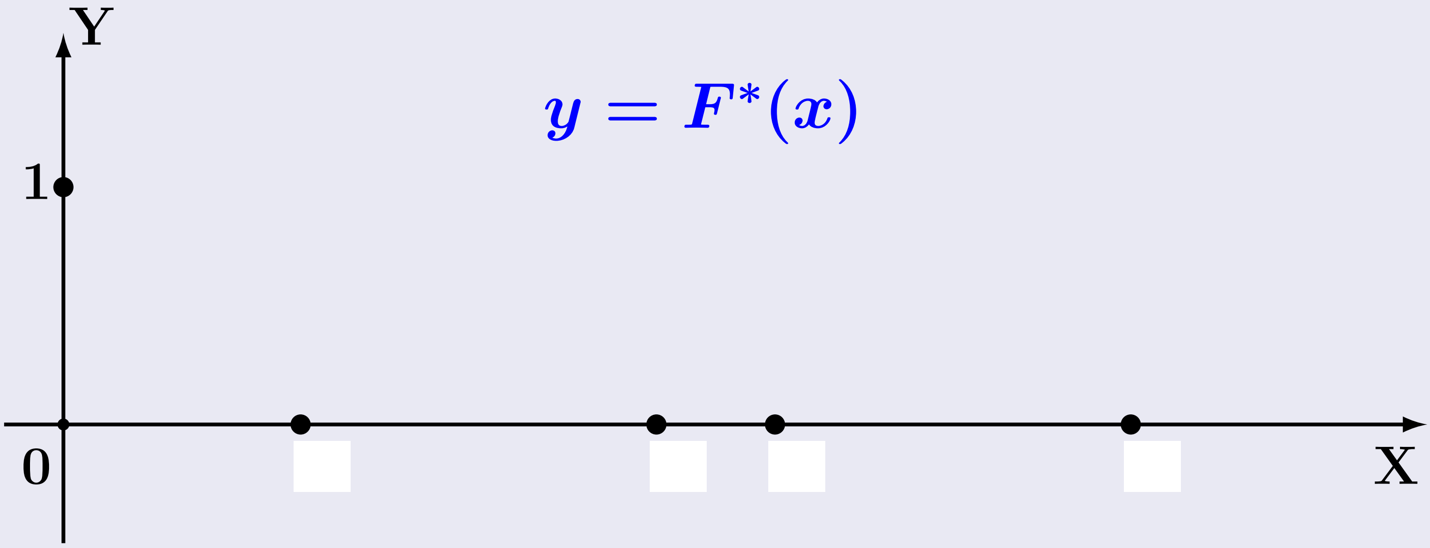

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (6, \quad), \quad (9, \quad),$$

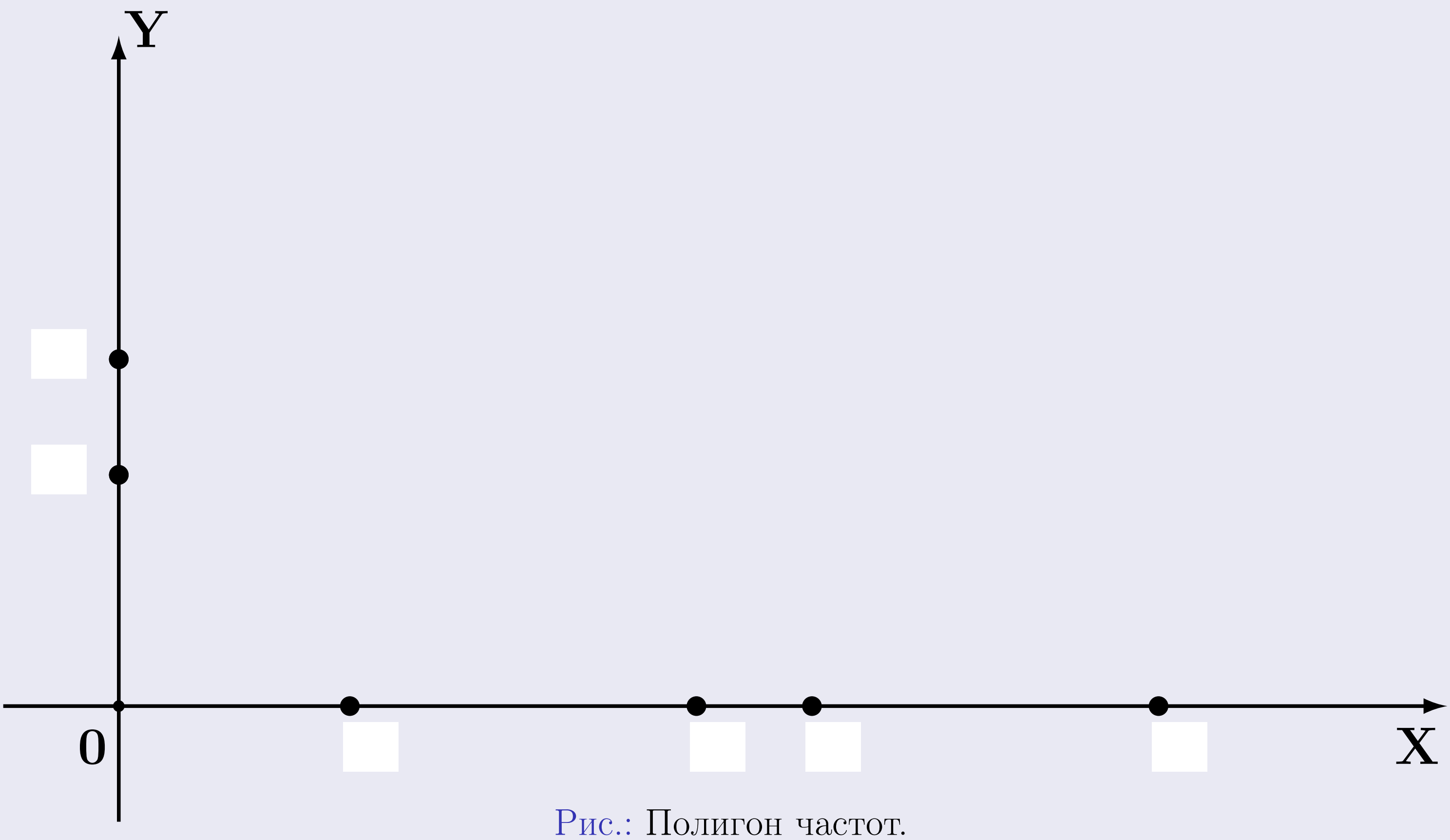

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	2	5	6	9
частоты n_i	3	2	3	2

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

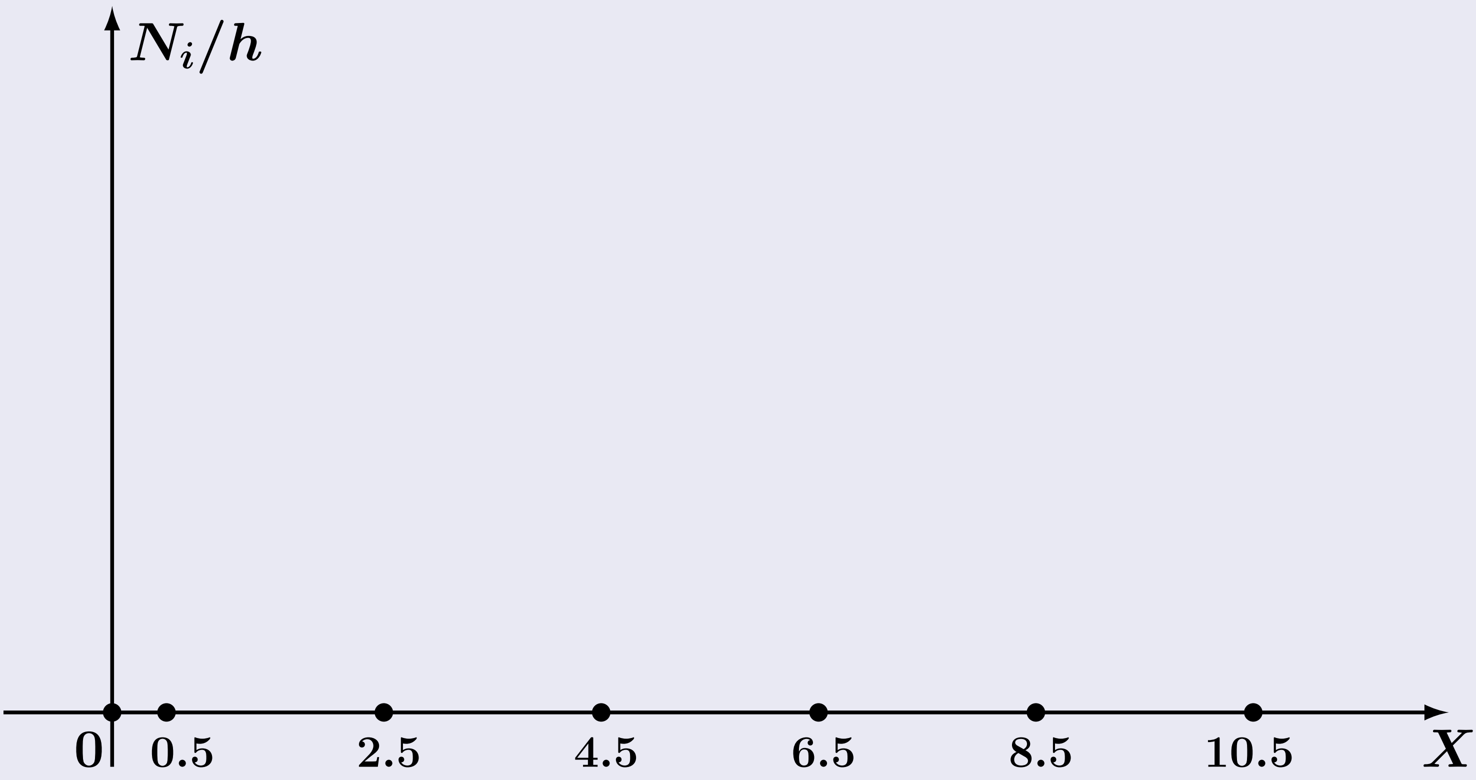

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 29 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 3 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$
$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	5	6	9
частоты n_i	3	2	3	2

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.20$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.20^k \cdot e^{-5.20}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.20^0 \cdot e^{-5.20}}{0!} = e^{-5.20} =$

$p_1 = \frac{5.20^1 \cdot e^{-5.20}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.20^2 \cdot e^{-5.20}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.20^3 \cdot e^{-5.20}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.20^4 \cdot e^{-5.20}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.20^5 \cdot e^{-5.20}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.20^6 \cdot e^{-5.20}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.20^7 \cdot e^{-5.20}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.20^8 \cdot e^{-5.20}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 29 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**6**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2. Признак X распределен по закону равномерного распределения

$$f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x<a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a\le x\le b \\ 0 & \text{при } x>b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2}=\overline{x}_{\text{выб}}=5.20 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12}=s^2_{\text{выб}}=6.844\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a+b=2\cdot 5.20=$ ____ и $(b-a)^2=12\cdot 6.844=$ ____,

$$b-a=\sqrt{\quad}= \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b+a & = \\ b-a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b=$ ____, $b=$ ____, $a=$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x)=\begin{cases} & 0 \text{ при } x< \\ \frac{1}{\quad - \quad}=\frac{1}{\quad}= & \text{при } \quad \le x\le \\ & 0 \text{ при } x> \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 5

формат 1.23, $a=$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $b=$ введи ____ Клик ____

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______ . Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ______ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ______ . По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ______ . Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ______ . Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_ . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ______ Клик ______

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ______ Клик ______

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ______ Клик ______

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 15$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) = \quad$.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 6.00}{\sqrt{20}} = \quad$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 62 испытаниях событие A появилось 13 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 62$, $m = 13$, $w = \frac{13}{62} = \square$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[0.21 + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \square$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \square$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} - \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

$$p_2 = \frac{\square}{\square^2 + \square} \cdot \left[\square + \frac{\square^2}{2 \cdot \square} + \square \cdot \sqrt{\frac{\square(1-\square)}{\square} + \left(\frac{\square}{2 \cdot \square}\right)^2} \right] = \square$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\square;\square), \quad \text{или} \quad \square < p < \square .$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 398 испытаниях событие A появилось 152 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 398$, $m = 152$, $w = \frac{152}{398} =$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 29 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.

Проверить нулевую гипотезу

$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*

при конкурирующей гипотезе

$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,

при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.610}{1.000} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.

При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.610$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 29 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.130$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 2.770$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad , \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.

Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 29 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 20$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$ *.*
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$ *,*
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$ *,*
для уровня значимости $\alpha = 0.05$ *.*

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (20-1)}{6.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}}.$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 29 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза H_0 : $\mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X) = 18.063$ известна. Сделана выборка объема $n_X = 108$, и по ней найдена выборочная средняя $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -27)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
______ается.

Выборочная проверка вариант 29 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 229$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.65$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{229}{398} - 0.65\right) \cdot \sqrt{398}}{\sqrt{0.65(1-0.65)}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \qquad.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \qquad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}.$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ $\boxed{\qquad}$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta, \quad M' = np_0 + \delta, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \qquad \cdot \sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot (1 - \qquad)} = \qquad$$

$$M = \qquad * \qquad - \qquad = \qquad, \quad M' = \qquad * \qquad + \qquad = \qquad,$$

Доверительный интервал (;), или $\qquad < m < \qquad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.65$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $< m <$.

Выборочная проверка вариант 29 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 29 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 239$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 251$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{239}{798} = 0.299\,, \quad w_2 = \frac{251}{998} = 0.252\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{239}{798} - \frac{251}{998}\right)}{\sqrt{\frac{239+251}{798+998} \cdot \left(1 - \frac{239+251}{798+998}\right) \cdot \left(\frac{1}{798} + \frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad \cdot \qquad \cdot \qquad}} = \frac{\qquad}{\sqrt{\qquad}} = \frac{\qquad}{\qquad} = \boxed{\qquad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\qquad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \qquad$ и $U_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|U_{\text{набл}}| \qquad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\qquad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 29 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.65$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 136$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-136|}{\sqrt{86/29 + 103/39}} = \quad .$$

$\boxed{\alpha = 0.01}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\alpha = 0.05}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства
$\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \quad$ и $Z_{\text{кр}} = \quad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \quad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 29 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.14$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 0.70$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.14}{0.70} = \boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \boxed{}$, $k_{\min} = 18 - 1 = \boxed{}$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \boxed{}$, $k_{\min} = \boxed{}$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \boxed{}, \boxed{}) = \boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.95}{\sqrt{11\cdot 1.14 + 17\cdot 0.70}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 18\cdot 28}{30}} = \boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \boxed{}) = \boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \boxed{}$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = \boxed{}$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \boxed{}$:

$$|T_{\text{набл}}| \boxed{} T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 29 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 18.5),\ (4, 16.5),\ (6, 27.3),\ (8, 42.9),\ (10, 41.7),\ (12, 49.8),\ (14, 66.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a,b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

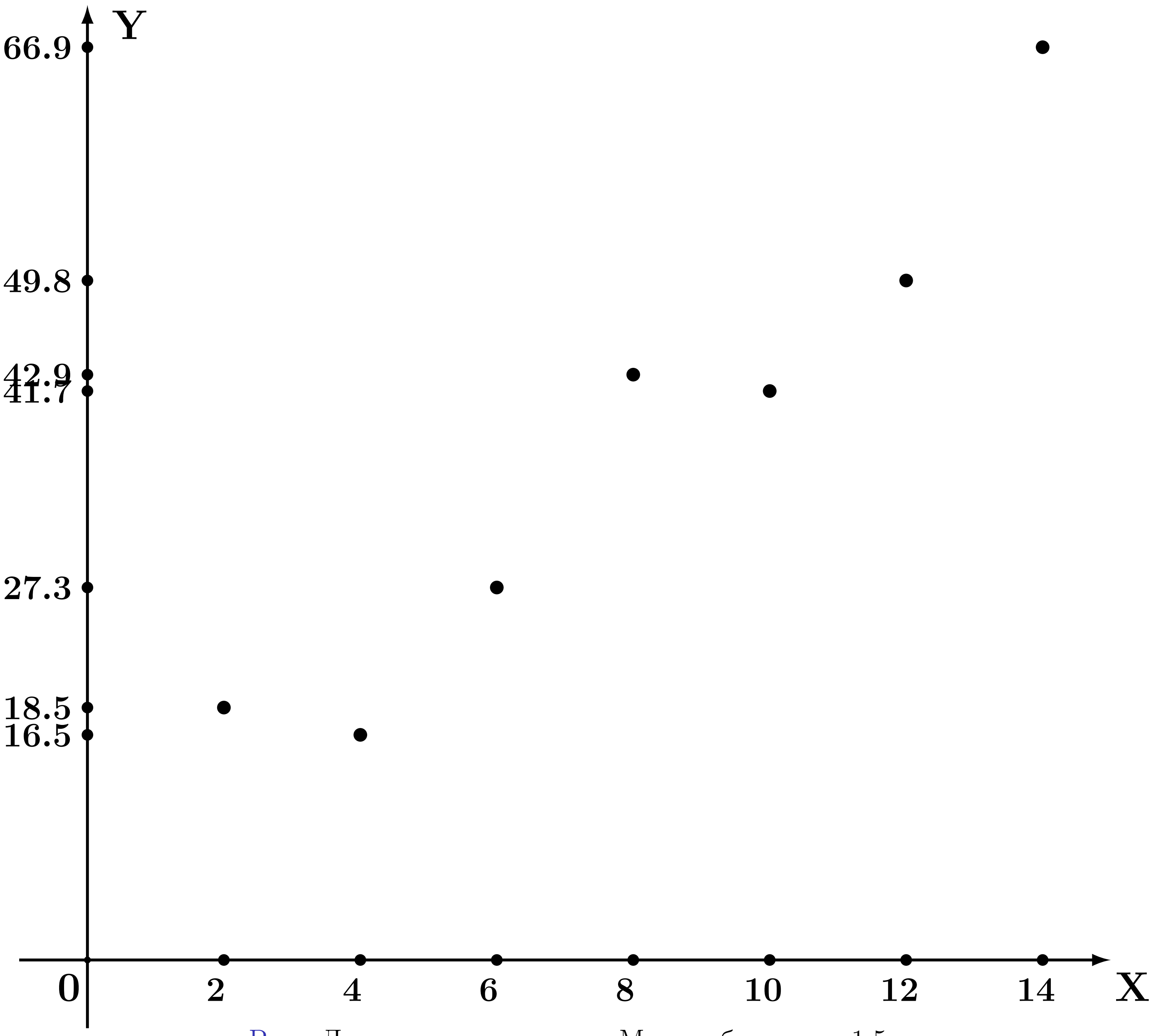

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	18.5	16.5	27.3	42.9	41.7	49.8	66.9	
x_i^2								
x_iy_i								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и x_iy_i вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \\ \quad \cdot a + \quad \cdot b = \quad \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} = \quad \cdot \quad - \quad \cdot \quad = \quad$

Отсюда

$$a = \frac{\quad}{\quad} = \quad, \quad b = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

Уравнение регрессии $y = \quad + \quad \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \quad) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\quad, \quad),$$

где $x_7 = \quad$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \quad + \quad \cdot \quad = \quad .$$

Решение (график)

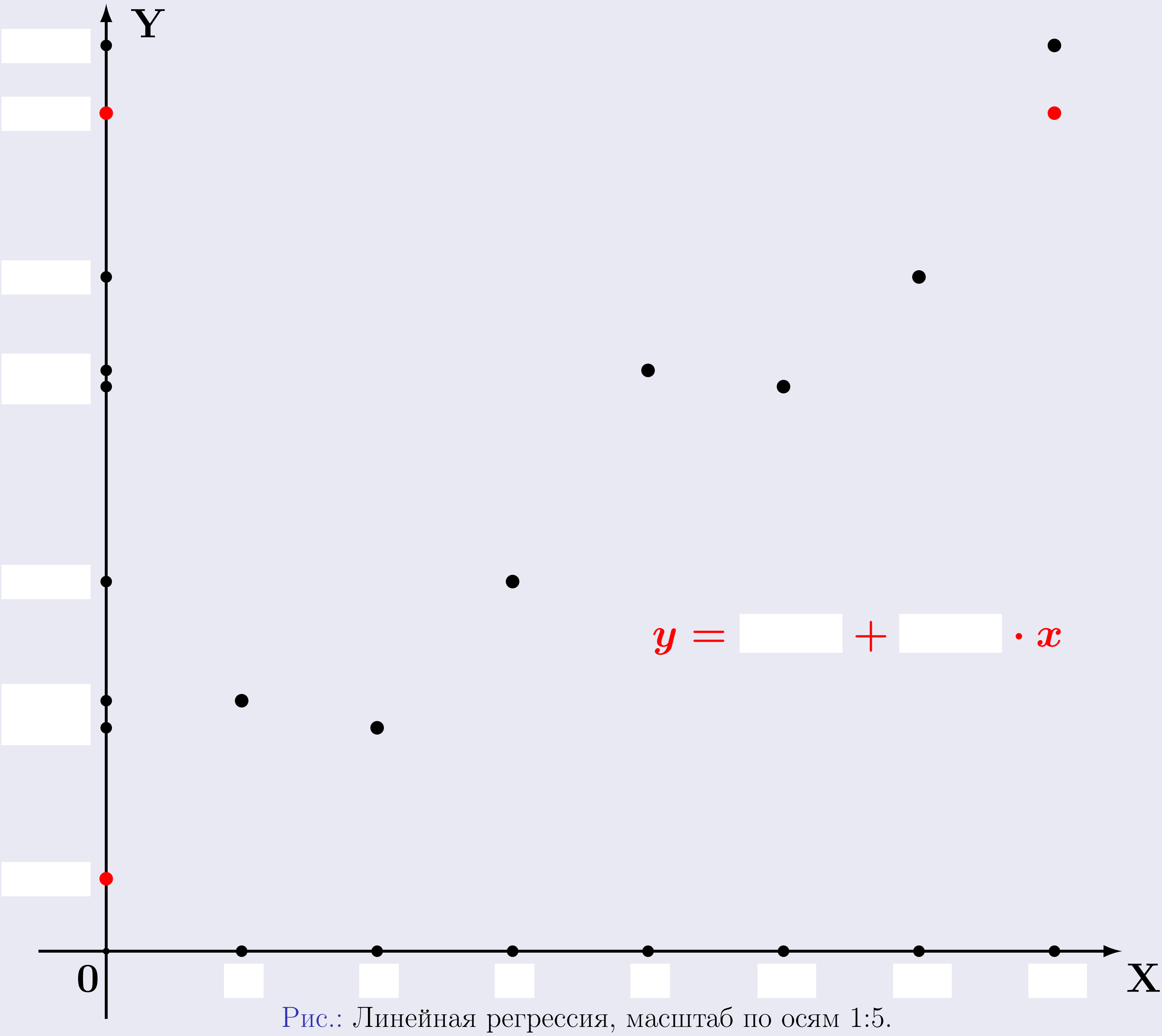

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 29 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0 :\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

возврат огл

Вариант 30

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 9, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**7**	**9**	∞
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 2 + 4$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ \square, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \square, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \square, & \text{если } 7 < x \le 9 \\ \square, & \text{если } x > 9 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

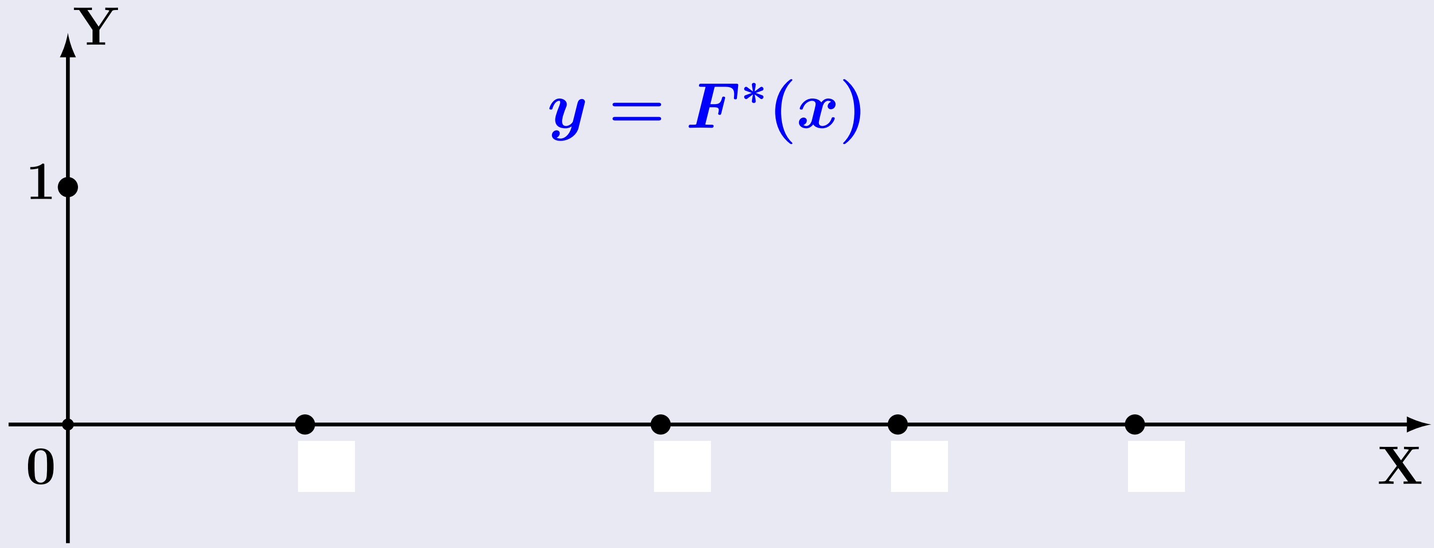

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad), \quad (9, \quad),$$

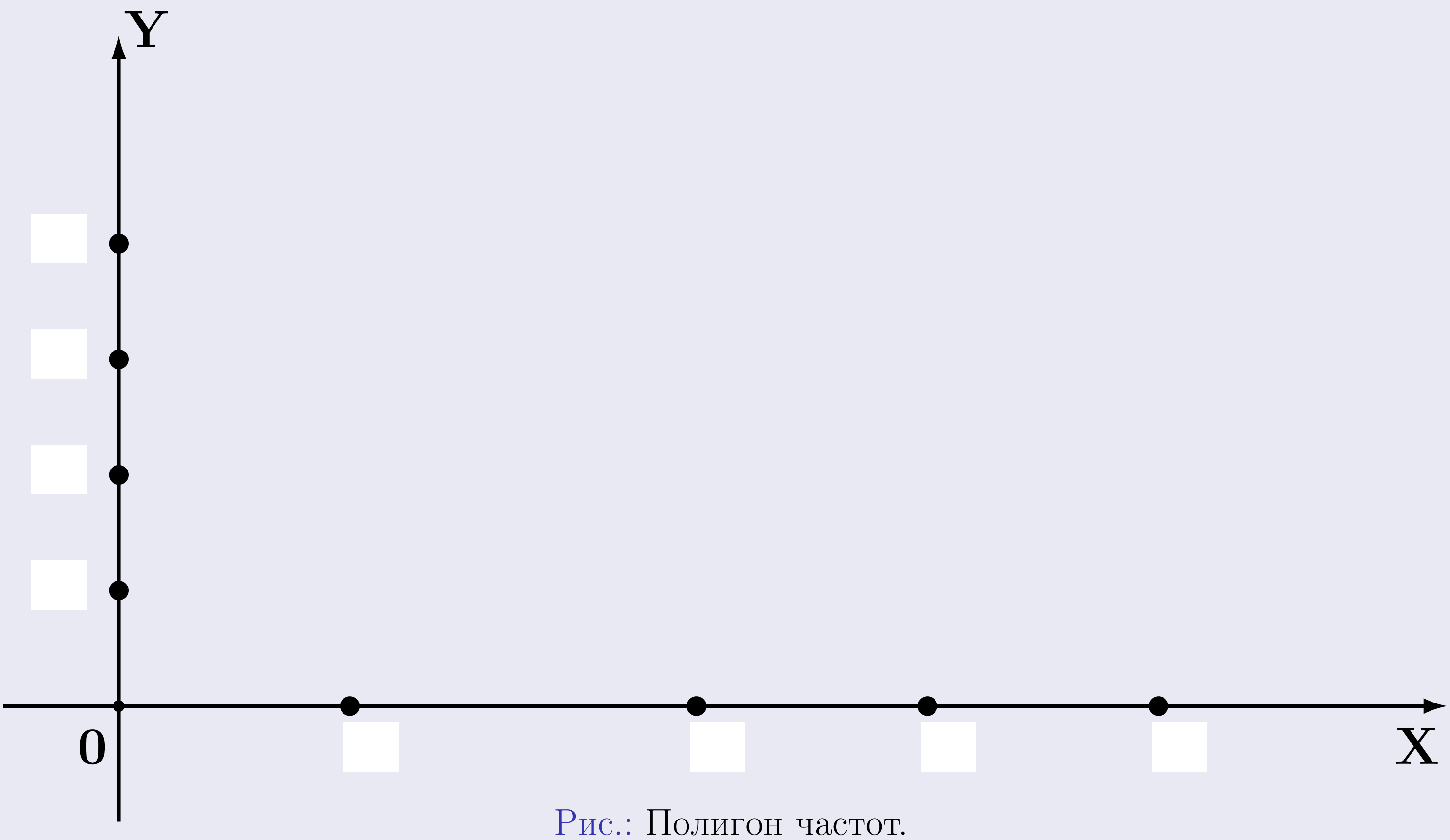

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2 =}$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

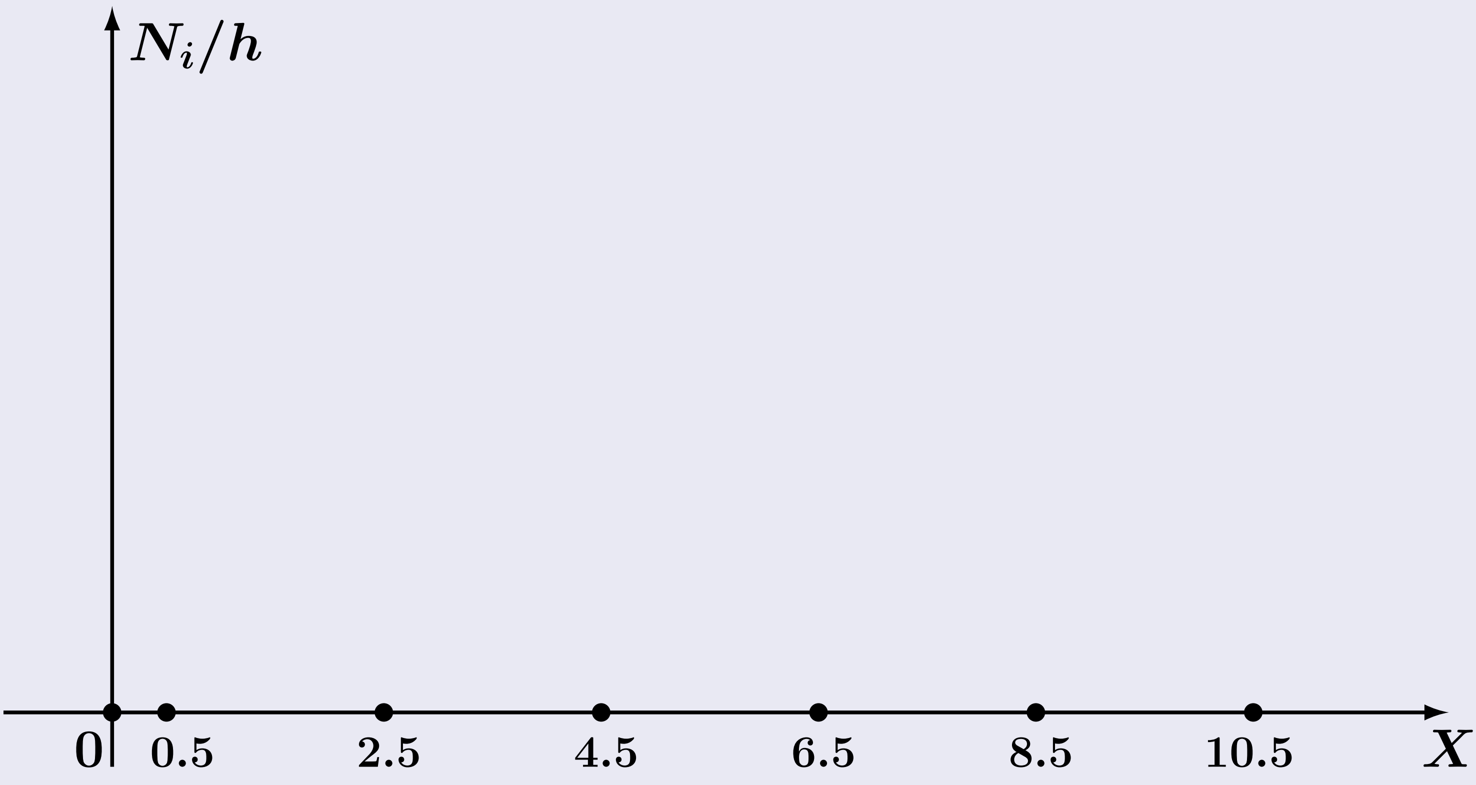

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 30 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_2 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_3 =$ введи | Клик |

формат 1, $N_4 =$ введи | Клик |

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	5	7	9
частоты n_i	3	2	4	1

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 4 + 1 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad = \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.30$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.30^k \cdot e^{-5.30}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.30^0 \cdot e^{-5.30}}{0!} = e^{-5.30} =$

$p_1 = \frac{5.30^1 \cdot e^{-5.30}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.30^2 \cdot e^{-5.30}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.30^3 \cdot e^{-5.30}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.30^4 \cdot e^{-5.30}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.30^5 \cdot e^{-5.30}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.30^6 \cdot e^{-5.30}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.30^7 \cdot e^{-5.30}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.30^8 \cdot e^{-5.30}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 30 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \quad$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = \quad = \quad$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\quad\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\quad)^2}{2\cdot\quad}}.$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**9**
частоты n_i	**3**	**2**	**4**	**1**

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < a \\ \frac{1}{b-a} \ \text{при} \ a \le x \le b \\ 0 \ \text{при} \ x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.30 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 6.456\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.30 =$ _____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 6.456 =$ _____,

$$b - a = \sqrt{\quad} = \quad .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a = \\ b - a = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ _____, $b =$ _____,
$a =$ _____ $-$ _____ $=$ _____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} 0 \ \text{при} \ x < \quad \\ \frac{1}{\quad - \quad} = \frac{1}{\quad} = \quad \ \text{при} \quad \le x \le \quad \\ 0 \ \text{при} \ x > \quad \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 5.70$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{28}} =$. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 5.70$,
и объем выборки $n = 19$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.95) =$ ____.

Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(19, 0.99) =$ ____.

Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad \cdot 5.70}{\sqrt{19}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < a < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q) \;, \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 59 испытаниях событие A появилось 16 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 59$, $m = 16$, $w = \frac{16}{59} =$)

.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.27 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1 - \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] =$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 396 испытаниях событие A появилось 162 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 396$, $m = 162$, $w = \frac{162}{396} = $)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 находим $t = $. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad (1- \quad)}{\quad}} = $$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 30 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 15$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$, *при уровнях значимости* $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{1.000} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 30 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик формат 1.23

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 11$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{}{} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 15 - 1 = $. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 30 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 19$ *, и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 8.2$.

Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 4.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 4.400$,

при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,

для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 4.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 4.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{8.2 \cdot (19-1)}{4.400} = \quad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$ находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) = \quad$.

Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} = \quad$ и $\chi^2_{\text{кр}} = \quad$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 4.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 30 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза H_0 : $\mathbb{D}(X) = 4.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X *генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия* $\mathbb{D}(X) = 17.223$ *известна. Сделана выборка объема* $n_X = 106$, *и по ней найдена выборочная средняя* $\overline{x} = 25.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq 25$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 25$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 25 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x} - a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad - 25)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = a_0 = 25$
ается.

Выборочная проверка вариант 30 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 25$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 398$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 179$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.50$,

2 *по данным* $n = 398$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{179}{398} - 0.50\right)\cdot\sqrt{398}}{\sqrt{0.50(1-0.50)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ $\boxed{\quad}$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ____ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \_\_\_\_ .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ____ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ____ и $U_{\text{кр}} =$ ____ :

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.50$ ____ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \_\_\_\_ \cdot \sqrt{\_\_\_\_ \cdot \_\_\_\_ \cdot (1 - \_\_\_\_)} = \_\_\_\_$$

$$M = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ - \_\_\_\_ = \_\_\_\_ , \quad M' = \_\_\_\_ * \_\_\_\_ + \_\_\_\_ = \_\_\_\_ ,$$

Доверительный интервал (____ ; ____), или ____ $< m <$ ____ .

Выборочная проверка вариант 30 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ____ Клик ____

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ____ Клик ____

формат 1;1 **довер. инт. введи** ____ Клик ____

Выборочная проверка вариант 30 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 довер. инт. введи Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 240$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 798$ *элементов, и* $m_2 = 249$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 998$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{240}{798} = 0.301\,, \quad w_2 = \frac{249}{998} = 0.249\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2} \cdot \left(1 - \frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{240}{798} - \frac{249}{998}\right)}{\sqrt{\frac{240+249}{798+998} \cdot \left(1 - \frac{240+249}{798+998}\right) \cdot \left(\frac{1}{798} + \frac{1}{998}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad \cdot \quad \cdot \quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ ___ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$ ___ .
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ ___ и $U_{\text{кр}} =$ ___:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ ___ **ается**.

Выборочная проверка вариант 30 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи ___ Клик ___

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи ___ Клик ___

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ___ Клик ___

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** ___ Клик ___

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.50$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи ___ Клик ___

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 37$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 132$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 103$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|132-137|}{\sqrt{86/29 + 103/37}} = \boxed{}.$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = $. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = $ и $Z_{\text{кр}} = $:

$$|Z_{\text{набл}}| Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**

Выборочная проверка вариант 30 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 17$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.75$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{1.44}{1.00} = \quad .$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 17 - 1 = \quad$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha = 0.05$, $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad , \quad) = \quad$.
Значит, $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}} = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{(n_X - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X) + (n_Y - 1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}} \cdot \sqrt{\frac{n_X\, n_Y\, (n_X + n_Y - 2)}{n_X + n_Y}} =$$

$$= \frac{31.60 - 30.75}{\sqrt{11\cdot 1.44 + 16\cdot 1.00}} \cdot \sqrt{\frac{12\cdot 17\cdot 27}{29}} = \quad .$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}} = T_{\text{двуст,кр}}(0.05, \quad) = \quad$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha = 0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k = n_X + n_Y - 2 = \quad$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}| = \quad$ и $T_{\text{двуст,кр}} = \quad$:

$$|T_{\text{набл}}| \quad T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

Выборочная проверка вариант 30 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ **введи** Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 16.1), (4, 12.5), (6, 21.7), (8, 35.7), (10, 32.9), (12, 39.4), (14, 54.9).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

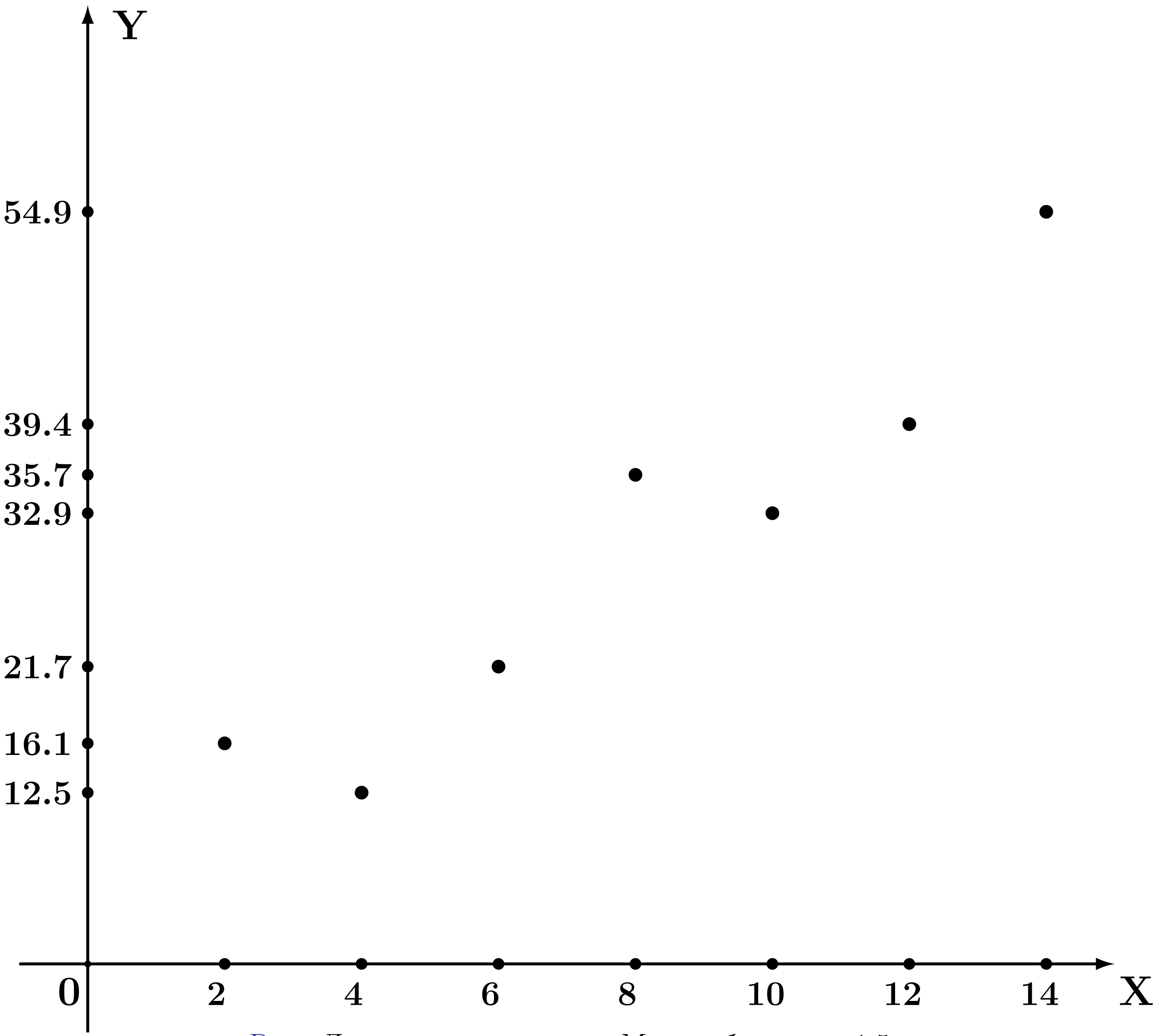

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Вариант 30 задача 19,

возврат огл III

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	16.1	12.5	21.7	35.7	32.9	39.4	54.9	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

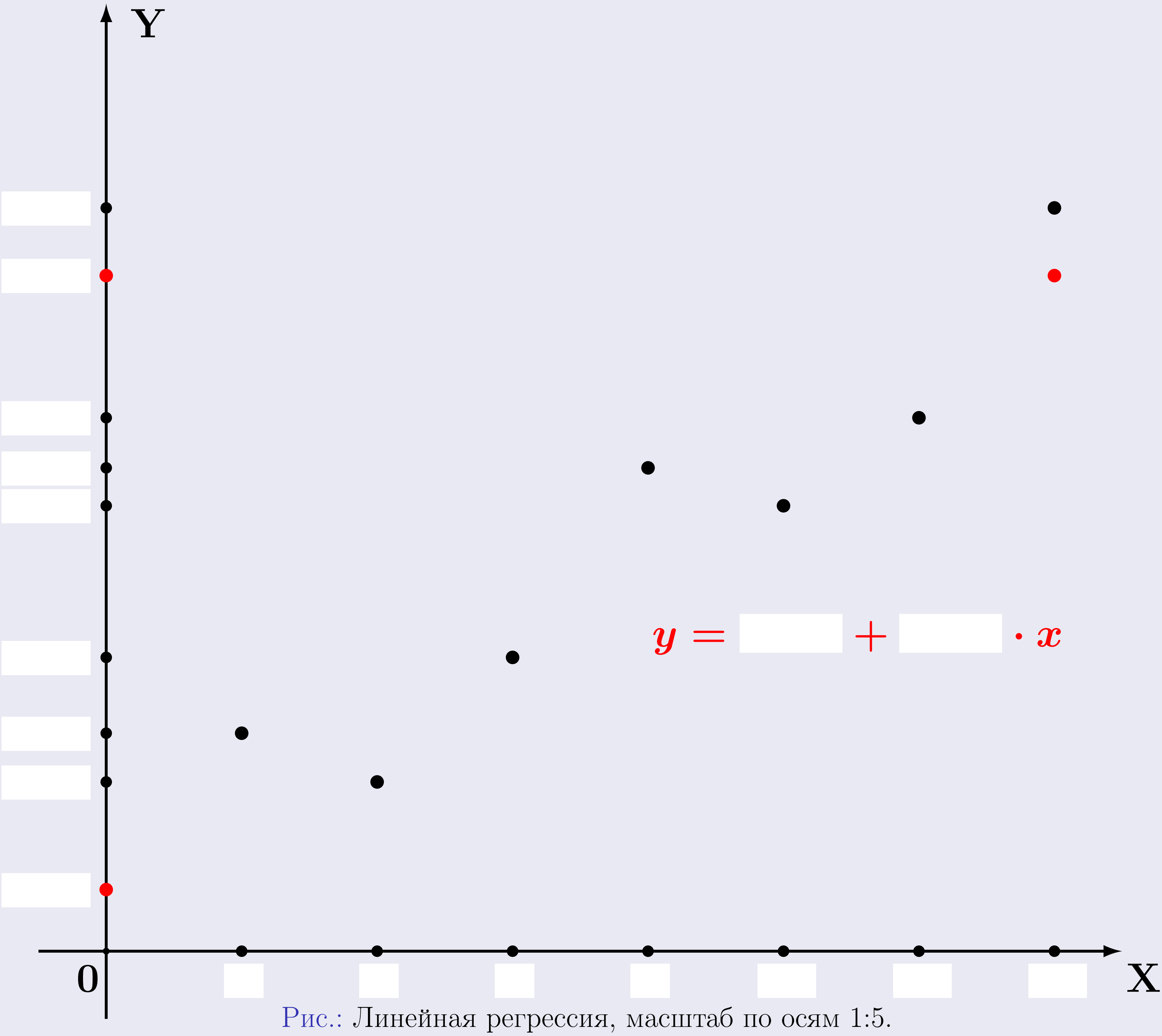

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 30 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05$: $F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01$: $F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$**ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$**ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.

Вариант 31

возврат огл

Задача 1

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

Требуется определить объем выборки, относительные частоты $w_i = \frac{n_i}{n}$, *и изобразить эмпирическую функцию распределения, полигон, и гистограмму частот с шагом* 2 *и начальной точкой* 0.5.

Решение

$n = 10$, относительные частоты

$$w_1 = \frac{3}{10} = \square, \quad w_2 = \square, \quad w_3 = \square, \quad w_4 = \square.$$

Для вычисления **эмпирической функции распределения**, составим вспомогательную таблицу частот $n(< x_i)$ и относительных частот $w(< x_i)$ событий $X < x_i$, где $x_i = 2, 5, 7, 10, \infty$ (варианты x_i выборки и условное значение ∞).

варианты	**2**	**5**	**7**	**10**	∞
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**	**0**
частоты $n(< x_i)$	**0**				
относительные частоты $w(< x_i)$	**0**				

Правило: каждое значение в 3й строке частот $n(< x_i)$ равно сумме чисел во 2й строке частот n_i в предшествующих столбцах. Например, $\square = 3 + 2 + 3$.

Эмпирическая функция распределения определяется теперь так:

$$F^*(x) = \begin{cases} 0\,, & \text{если } x \le 2, \\ \square\,, & \text{если } 2 < x \le 5 \\ \square\,, & \text{если } 5 < x \le 7 \\ \square\,, & \text{если } 7 < x \le 10 \\ \square\,, & \text{если } x > 10 \end{cases}$$

Решение (продолжение)

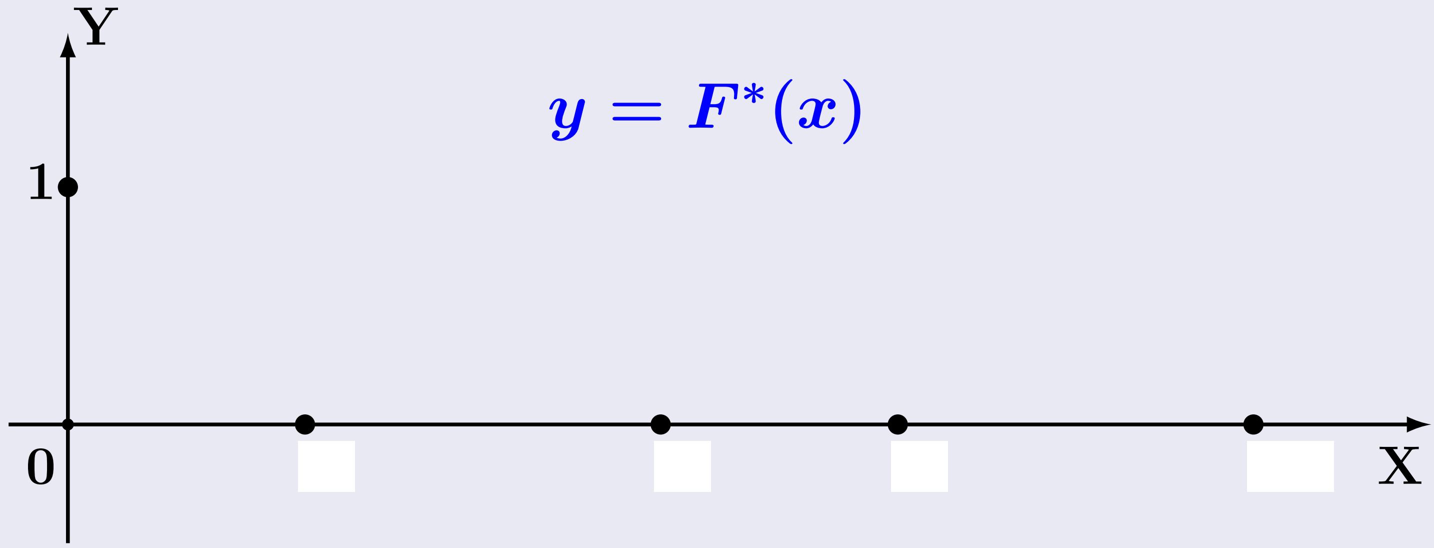

Рис.: График эмпирической функции распределения $F^*(x)$.

Для построения **полигона**, соединим прямыми линиями точки

$$(2, \quad), \quad (5, \quad), \quad (7, \quad), \quad (10, \quad),$$

Рис.: Полигон частот.

Решение (окончание)

Для построения **гистограммы**, используем таблицу выборки

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 1. Составим вспомогательную таблицу частот попадания в последовательные интервалы длины $h = 2$ по данным выборки.

№ i	границы интервала i	сумма частот N_i	плотность частоты N_i/h
0	$x < 0.5$	$N_0 = 0$	0
1	$0.5 \leq x < 2.5$	$N_1 =$	
2	$2.5 \leq x < 4.5$	$N_2 =$	
3	$4.5 \leq x < 6.5$	$N_3 =$	
4	$6.5 \leq x < 8.5$	$N_4 =$	
5	$8.5 \leq x < 10.5$	$N_5 =$	
6	$x \geq 10.5$	$N_6 = 0$	0

Например, значение $\boldsymbol{N_2} =$ в столбце частот N_i для интервала $2.5 \leq x < 4.5$ равно сумме частот n_i в таблице выборки, для которых значения x_i попадают в этот интервал $2.5 \leq x < 4.5$.

Строим **гистограмму** из прямоугольников, их основания — интервалы длины $h = 2$, а высоты равны отношению $\frac{N_i}{h}$ (плотность частоты).

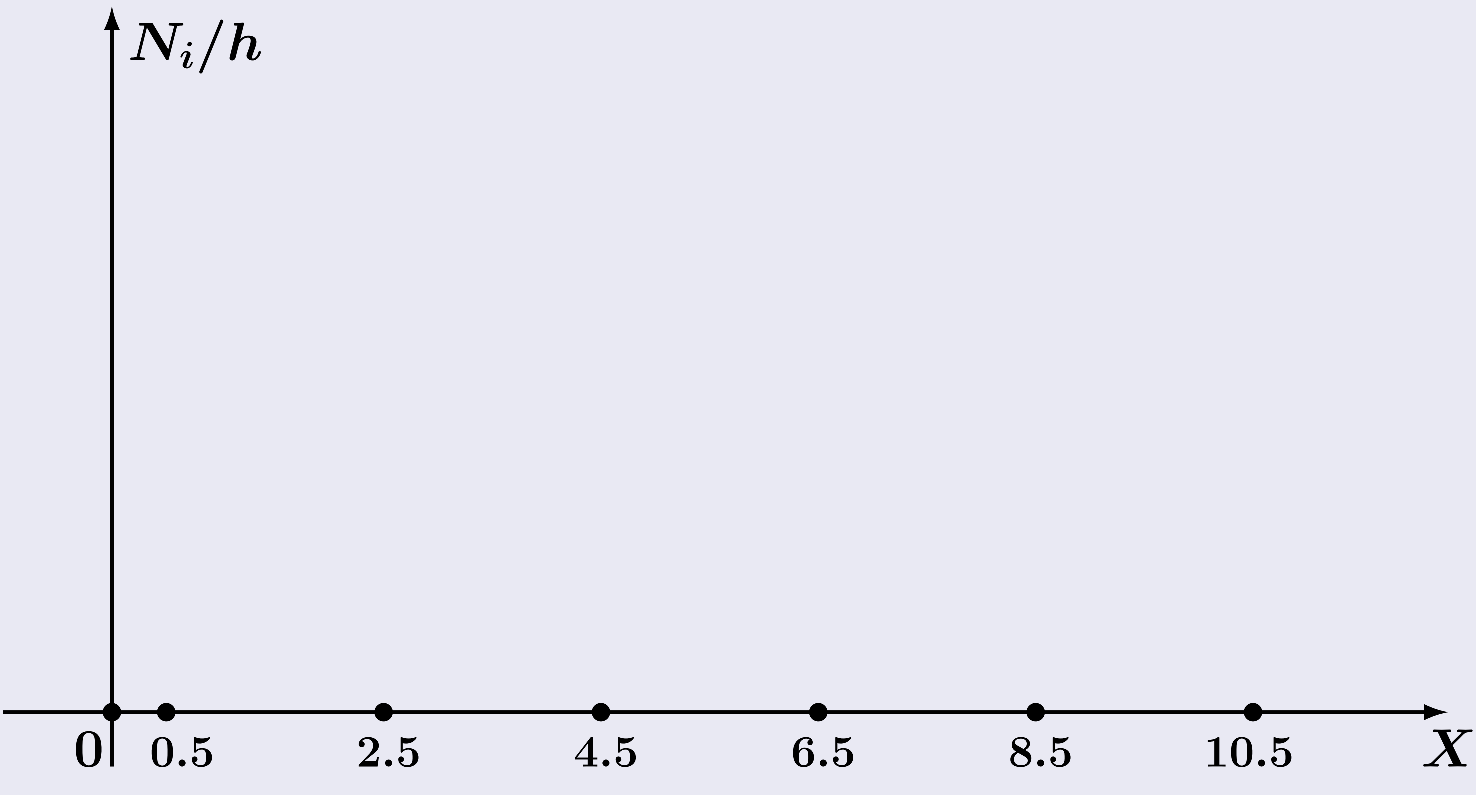

Рис.: Гистограмма.

Выборочная проверка вариант 31 задача 1, гистограмма

формат 1, $N_1 =$ введи Клик

формат 1, $N_2 =$ введи Клик

формат 1, $N_3 =$ введи Клик

формат 1, $N_4 =$ введи Клик

Задача 2

Выборка задана таблицей:

варианты x_i	2	5	7	10
частоты n_i	3	2	3	2

Найти значения $\overline{x}_{\text{выб}}$, $D_{\text{выб}}$, $s^2_{\text{выб}}$.

Решение

Объем выборки $n = 3 + 2 + 3 + 2 = 10$. По формуле Правила 7:

$$\overline{x}_{\text{выб}} = \frac{x_1n_1+x_2n_2+x_3n_3+x_4n_4}{n} = \qquad = \qquad ;$$

$$D_{\text{выб}} = \frac{x_1^2n_1+x_2^2n_2+x_3^2n_3+x_4^2n_4}{n} - (\overline{x}_{\text{выб}})^2 = \qquad =$$

$$= \qquad = \qquad ;$$

$$s^2_{\text{выб}} = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{выб}} = \qquad = \qquad .$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 2

формат 1.23, $\overline{x}_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $D_{\text{выб}} =$ введи Клик

формат 1.23, $s^2_{\text{выб}} =$ введи Клик

Задача 3

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2.

Признак X распределен по закону Пуассона $p_k = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$ с неизвестным параметром λ.

Дать точечную оценку параметра λ по результатам выборки.

Вычислить значения p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8.

Решение

По формуле Правила 8, $\lambda = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70$. Значение $\overline{x}_{\text{выб}}$ взято из задачи 2.

Окончательно, $p_k = \frac{5.70^k \cdot e^{-5.70}}{k!}$.

$p_0 = \frac{5.70^0 \cdot e^{-5.70}}{0!} = e^{-5.70} =$

$p_1 = \frac{5.70^1 \cdot e^{-5.70}}{1!} =$

$p_2 = \frac{5.70^2 \cdot e^{-5.70}}{2!} =$

$p_3 = \frac{5.70^3 \cdot e^{-5.70}}{3!} =$

$p_4 = \frac{5.70^4 \cdot e^{-5.70}}{4!} =$

$p_5 = \frac{5.70^5 \cdot e^{-5.70}}{5!} =$

$p_6 = \frac{5.70^6 \cdot e^{-5.70}}{6!} =$

$p_7 = \frac{5.70^7 \cdot e^{-5.70}}{7!} =$

$p_8 = \frac{5.70^8 \cdot e^{-5.70}}{8!} =$

Контроль $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 =$.

Выборочная проверка вариант 31 задача 3

формат 1.23, $p_3 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_5 =$ введи | Клик

формат 1.23, $p_7 =$ введи | Клик

Задача 4

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	**2**	**5**	**7**	**10**
частоты n_i	**3**	**2**	**3**	**2**

задачи 2.
Признак X распределен по нормальному закону

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

с неизвестными параметрами a и σ.
Дать точечную оценку параметров a и σ по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 9,

$$a = \overline{x}_{\text{выб}} = \boxed{}$$

$$\sigma = \sqrt{s^2_{\text{выб}}} = = \boxed{}$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Окончательно,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-)^2}{2\cdot}}.$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 4

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $\sigma =$ введи Клик

Задача 5

Выборка по признаку X генеральной совокупности задана таблицей

варианты x_i	2	5	7	10
частоты n_i	3	2	3	2

задачи 2. *Признак X распределен по закону равномерного распределения*

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < a \\ \frac{1}{b-a} & \text{при } a \le x \le b \\ 0 & \text{при } x > b \end{cases}$$

с неизвестными параметрами a и b. Дать точечную оценку параметров a и b по результатам выборки.

Решение

По формуле Правила 10,

$$\frac{a+b}{2} = \overline{x}_{\text{выб}} = 5.70 \quad \text{и} \quad \frac{(b-a)^2}{12} = s^2_{\text{выб}} = 9.344\,.$$

Значения $\overline{x}_{\text{выб}}$ и $s^2_{\text{выб}}$ взяты из задачи 2. Отсюда $a + b = 2 \cdot 5.70 =$ ____ и $(b-a)^2 = 12 \cdot 9.344 =$ ____,

$$b - a = \sqrt{} = .$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} b + a & = \\ b - a & = \end{cases}$$

Складываем уравнения: $2b =$ ____, $b =$ ____,

$a =$ ____ $-$ ____ $=$ ____. Окончательно,

$$f(x) = \begin{cases} & 0 \text{ при } x < \\ \frac{1}{ - } = \frac{1}{} = & \text{при } \le x \le \\ & 0 \text{ при } x > \end{cases}$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 5

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 6

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sigma(X) = 6.00$,
и объем выборки $n = 28$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где t вычисляется из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.95}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = \mathbf{0.99}}$ Тогда $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} =$ ____. По таблице 2 стр. 31 находим $t =$ ____. Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t\,\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_\cdot 6.00}{\sqrt{28}} =$ ____. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 6

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.234;1.234 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 7

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания $a = \mathbb{M}(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если:*
выборочное среднее $\overline{x}_{\text{выб}} = 16$,
исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение $s_{\text{выб}} = 6.00$,
и объем выборки $n = 20$.
Значения надежности $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по Правилу 14, т. е.

$$\overline{x}_{\text{выб}} - \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_{\text{выб}} + \frac{t_\gamma\, s}{\sqrt{n}}\,, \qquad (*)$$

где $t_\gamma = t(n, \gamma)$ находят по таблице 3 стр. 33 по заданным n, γ.

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.95}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.95) =$ ______.
Окончательно получим $\delta_{0.95} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{20}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (1)$$

$\boxed{\boldsymbol{\gamma = 0.99}}$ По таблице 3 стр. 33 находим $t_\gamma = t(20, 0.99) =$ ______.
Окончательно получим $\delta_{0.99} = \frac{t_\gamma\, \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\_\_\_\_ \cdot 6.00}{\sqrt{20}} =$ ______. Искомый доверительный интервал по формуле $(*)$

$$(\_\_\_\_;\_\_\_\_), \quad \text{или} \quad \_\_\_\_ < a < \_\_\_\_\,. \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 7

формат 1.23 $\delta_{0.95} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23 $\delta_{0.99} =$ введи [ ] Клик [ ]

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи [ ] Клик [ ]

Задача 8

Найти доверительный интервал для оценки неизвестного среднего квадратического отклонения $\sigma = \sigma(X)$ *нормально распределенного признака* X *генеральной совокупности, если исправленное выборочное среднее квадратичное отклонение* $s = s_{\text{выб}}(X) = 1.70$ *и объем выборки* $n = 18$. *Значения надежности* $\gamma = 0,95$ *и* $\gamma = 0,99$.

Решение

Доверительный интервал определяется по формулам Правила 15:

$$s \cdot (1 - q) < \sigma < s \cdot (1 + q)\ , \qquad (*)$$

где q определяется по таблице 4 стр. 33 по заданным значениям объема выборки $n = 18$ и надежности γ.

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Тогда $q_{0.95} = q(18, 0.95) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (1)$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Тогда $q_{0.99} = q(18, 0.99) =$ ____ < 1. Поэтому по формуле $(*)$ доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < \sigma < \quad . \qquad (2)$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 8

формат 1.23, $q_{0.95} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи ____ Клик ____

формат 1.23, $q_{0.99} =$ введи ____ Клик ____

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи ____ Клик ____

Задача 9

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 63 испытаниях событие A появилось 15 раз. Значения надежности $\gamma = 0,95$ и $\gamma = 0,99$.

Решение (Правило 16 при $n = 63$, $m = 15$, $w = \frac{15}{63} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.95}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[0.24 + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 16

$$p_1 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

$$p_2 = \frac{\quad}{\quad^2 + \quad} \cdot \left[\quad + \frac{\quad^2}{2 \cdot \quad} + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad} + \left(\frac{\quad}{2 \cdot \quad}\right)^2} \right] = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad ; \quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad .$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 9

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 10

Производятся независимые испытания с одинаковой, вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти доверительный интервал для оценки вероятности p события A, если в 403 испытаниях событие A появилось 159 раз. Значения надежности $\gamma = 0,99$ и $\gamma = 0,999$.

Решение (Правило 17 при $n = 403$, $m = 159$, $w = \frac{159}{403} = \quad$)

$\boxed{\gamma = 0.99}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{1}$$

$\boxed{\gamma = 0.999}$ Значение t вычисляем из соотношения $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \quad$. По таблице 2 стр. 31 находим $t = \quad$. По Правилу 17

$$p_1 = \quad - \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

$$p_2 = \quad + \quad \cdot \sqrt{\frac{\quad(1- \quad)}{\quad}} = \quad$$

Поэтому доверительный интервал имеет вид

$$(\quad;\quad), \quad \text{или} \quad \quad < p < \quad . \tag{2}$$

Выборочная проверка вариант 31 задача 10

формат 1.23;1.23 довер. инт. (1) введи Клик

формат 1.23;1.23 довер. инт. (2) введи Клик

Задача 11

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 11$ *и* $n_Y = 16$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.000$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) > \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.05$ *и* $\alpha = 0.01$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 18:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{2.010}{1.000} = \boxed{}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 11 - 1 = $, $k_{\min} = 16 - 1 = $.
При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(X) = 2.010$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числам $k_{\max} = $, $k_{\min} = $ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; ,) = \boxed{}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; ,) = \boxed{}$ при уровне значимости $\alpha = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = $ и $F_{\text{кр}} = $:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}}} \boldsymbol{F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 31 задача 11

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик **формат 1.23**

$F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 12

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 15$ *и* $n_Y = 12$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.430$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.
Проверить нулевую гипотезу
$H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ *о равенстве генеральных дисперсий,*
при конкурирующей гипотезе
$H_1 : \mathbb{D}(X) \neq \mathbb{D}(Y)$,
при уровнях значимости $\alpha = 0.1$ *и* $\alpha = 0.02$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 19:

$$F_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

Находим степени свободы $k_{\max} = 12 - 1 = \quad$, $k_{\min} = 15 - 1 = \quad$. При этом $k_{\max}$ — число степеней свободы большей исправленной дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y) = 3.070$.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.1}}$ По таблице 7 стр. 36 (критические точки Фишера – Снедекора), по заданному уровню значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.05$ и числам $k_{\max} = \quad$, $k_{\min} = \quad$ находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.02}}$ По таблице 7 стр. 36 находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.01; \quad, \quad) = \boxed{\quad}$ при уровне значимости $\frac{\alpha}{2} = 0.01$.
Сравниваем численные значения: $F_{\text{набл}} = \quad$ и $F_{\text{кр}} = \quad$:

$$\boldsymbol{F_{\text{набл}} \quad F_{\text{кр}}}.$$

Согласно Правилу 18, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = \mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{\quad}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 31 задача 12

формат 1.23 $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $F_{\text{кр}}(0.01) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 13

Признак X генеральной совокупности распределен нормально. Сделана выборка объема $n_X = 20$, *и по ней найдена исправленная выборочная дисперсия* $s^2_{\text{выб}} = 10.2$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{D}(X) = \sigma_0^2 = 6.400$ *о равенстве генеральной дисперсии* $\mathbb{D}(X)$ *предполагаемому значению* $\sigma_0^2 = 6.400$,
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{D}(X) > \sigma_0^2$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X) = 6.400$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 6.400 по правилу 20. Вычисляем наблюдаемое значение критерия χ^2,

$$\chi^2_{\text{набл}} = \frac{s^2_{\text{выб}} \cdot (n-1)}{\sigma_0^2} = \frac{10.2 \cdot (20-1)}{6.400} = \qquad .$$

По таблице 5 стр. 34 критических точек распределения χ^2, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ и числу степеней свободы $k = n_X - 1 =$
находим критическую точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k) = \chi^2_{\text{кр}}(0.05; \quad) =$.
Сравниваем численные значения: $\chi^2_{\text{набл}} =$ и $\chi^2_{\text{кр}} =$:

$$\chi^2_{\text{набл}} \quad \chi^2_{\text{кр}} .$$

По Правилу 20, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 31 задача 13

формат 1.23, $\chi^2_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $\chi^2_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $H_0 : \mathbb{D}(X) = 6.400$ принимается (DA) или отвергается (NET):

DA или NET введи Клик

Задача 14

Признак X генеральной совокупности распределен нормально, генеральная дисперсия $\mathbb{D}(X) = 17.223$ известна. Сделана выборка объема $n_X = 108$, и по ней найдена выборочная средняя $\overline{x} = 27.754$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0: \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
при конкурирующей гипотезе $H_1: \mathbb{M}(X) \neq 27$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Проверяем гипотезу $\mathbb{M}(X) = 27$ о равенстве генеральной средней гипотетическому значению 27 по правилу 23. Вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{(\overline{x}-a_0)\cdot\sqrt{n_X}}{\sqrt{\mathbb{D}(X)}} = \frac{(\quad -27)\cdot\sqrt{\quad}}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \quad .$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости α находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \quad$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|\boldsymbol{U}_{\text{набл}}| \quad \boldsymbol{U}_{\text{кр}} .$$

Согласно Правилу 23, нулевая гипотеза $H_0: \mathbb{M}(X) = a_0 = 27$
ается.

Выборочная проверка вариант 31 задача 14

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(X) = a_0 = 27$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 15

В результате $n = 404$ *независимых испытаний, в каждом из которых вероятность* p *появления события* A *постоянна, событие* A *произошло* $m = 219$ *раз. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$:

1 *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ *при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{P}(A) \neq 0.60$,

2 *по данным* $n = 404$ *и* α, *определить доверительный интервал* $M < m < M'$ *числа успехов* m, *для принятия нулевой гипотезы* H_0 .

Решение ($\alpha = 0.01$)

1. По правилу 26, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{\left(\frac{219}{404} - 0.60\right)\cdot\sqrt{404}}{\sqrt{0.60(1-0.60)}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

По правилу 26, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ $\boxed{\quad}$**ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = \quad$$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad, \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Решение ($\alpha = 0.05$)

1. Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = \quad .$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}} .$$

Нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{P}(A) = p_0 = 0.60$ **ается**.

2. Вычисляем M, M' по формулам

$$M = np_0 - \delta\,, \quad M' = np_0 + \delta\,, \quad \text{где} \quad \delta = U_{\text{кр}} \cdot \sqrt{n \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}$$

Таким образом

$$\delta = \quad \cdot \sqrt{\quad \cdot \quad \cdot (1 - \quad)} = $$

$$M = \quad * \quad - \quad = \quad , \quad M' = \quad * \quad + \quad = \quad ,$$

Доверительный интервал (;), или $\quad < m < \quad$.

Выборочная проверка вариант 31 задача 15 ($\alpha = 0.01$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Выборочная проверка вариант 31 задача 15 ($\alpha = 0.05$)

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1;1 **довер. инт. введи** Клик

Задача 16

За смену отказали $m_1 = 241$ *элементов цепи* X_1, *состоящей из* $n_1 = 804$ *элементов, и* $m_2 = 252$ *элементов цепи* X_2, *состоящей из* $n_2 = 1004$ *элементов. Вероятности отказа элементов этих цепей* p_1 *и* p_2 *неизвестны. Для уровней значимости* $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$: *проверить нулевую гипотезу* $H_0 : p_1 = p_2$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Сравнение частот

$$w_1 = \frac{241}{804} = 0.300\,, \quad w_2 = \frac{252}{1004} = 0.251\,.$$

Частоты близки но не тождественны.

Решение ($\alpha = 0.01$)

По правилу 29, вычисляем наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}}$,

$$U_{\text{набл}} = \frac{\left(\frac{m_1}{n_1} - \frac{m_2}{n_2}\right)}{\sqrt{\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\cdot\left(1-\frac{m_1+m_2}{n_1+n_2}\right)\cdot\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left(\frac{241}{804} - \frac{252}{1004}\right)}{\sqrt{\frac{241+252}{804+1004}\cdot\left(1-\frac{241+252}{804+1004}\right)\cdot\left(\frac{1}{804}+\frac{1}{1004}\right)}} =$$

$$= \frac{\quad}{\sqrt{\quad\cdot\quad\cdot\quad}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \frac{\quad}{\quad} = \boxed{\quad}\,.$$

По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.01$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = 0.99/2 = 0.495\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} = \boxed{\quad}$.
Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| = \quad$ и $U_{\text{кр}} = \quad$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

По правилу 29, нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ $\boxed{\quad}$ **ается**.

Решение ($\alpha = 0.05$)

Наблюдаемое значение критерия $U_{\text{набл}} =$ от α не зависит. По таблице 2 стр. 31 функции Лапласа, по заданному уровню значимости $\alpha = 0.05$ находим критическую точку $U_{\text{кр}}$ из соотношения

$$\Phi(U_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = 0.95/2 = 0.475\,.$$

Отсюда $U_{\text{кр}} =$.

Сравниваем численные значения: $|U_{\text{набл}}| =$ и $U_{\text{кр}} =$:

$$|U_{\text{набл}}| \quad U_{\text{кр}}\,.$$

Нулевая гипотеза $H_0 : p_1 = p_2$ **ается**.

Выборочная проверка вариант 31 задача 16

формат 1.23, $U_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $U_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{P}(X) = p_0 = 0.60$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 17

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 29$ *и* $n_Y = 39$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 134$ *и* $\overline{y} = 137$. *Генеральные дисперсии известны:* $\mathbb{D}(X) = 86$, $\mathbb{D}(Y) = 106$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ *о равенстве генеральных средних, при конкурирующей гипотезе* $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$, *для уровней значимости* $\alpha = 0.01$ *и* $\alpha = 0.05$.

Решение

Вычисляем наблюдаемое значение критерия по формуле Правила 32:

$$|Z_{\text{набл}}| = \frac{|\overline{x}-\overline{y}|}{\sqrt{\mathbb{D}(X)/n_X + \mathbb{D}(Y)/n_Y}} = \frac{|134-137|}{\sqrt{86/29 + 106/39}} = \qquad .$$

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.01}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.01}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \qquad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**.

$\boxed{\boldsymbol{\alpha = 0.05}}$ Найдем критическую точку $Z_{\text{кр}}$ из равенства $\Phi(Z_{\text{кр}}) = \frac{1-\alpha}{2} = \frac{1-0.05}{2} = \qquad$. По таблице 2 стр. 31 (функция Лапласа) находим $Z_{\text{кр}} = \qquad$.
Сравниваем численные значения: $|Z_{\text{набл}}| = \qquad$ и $Z_{\text{кр}} = \qquad$:

$$|Z_{\text{набл}}| \qquad Z_{\text{кр}}.$$

Согласно Правилу 33, нулевая гипотеза $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних **ается**

Выборочная проверка вариант 31 задача 17

формат 1.23 $|Z_{\text{набл}}| =$ введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

формат 1.23 $Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$ **введи** Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ **принимается (DA) или отвергается (NET):**

DA или NET введи Клик

Задача 18

По двум независимым выборкам объемов $n_X = 12$ *и* $n_Y = 18$ *по нормально распределенным признакам* X *и* Y *двух генеральных совокупностей, найдены выборочные средние:* $\overline{x} = 31.60$ *и* $\overline{y} = 30.95$ *и исправленные выборочные дисперсии* $s^2_{\text{выб}}(X) = 1.44$ *и* $s^2_{\text{выб}}(Y) = 1.00$.
Проверить нулевую гипотезу $H_0 : \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$
при конкурирующей гипотезе $H_1 : \mathbb{M}(X) \neq \mathbb{M}(Y)$,
для уровня значимости $\alpha = 0.05$.

Решение

Шаг 1. Проверяем гипотезу $\mathbb{D}(X)=\mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий по методу задач 11 и 12. Вычисляем наблюдаемое значение

$$F_{\text{набл}}=\frac{s^2_{\text{выб}}(\max)}{s^2_{\text{выб}}(\min)}=\frac{1.44}{1.00}=\boxed{}.$$

Дисперсия $s^2_{\text{выб}}(X)$ значительно больше дисперсии $s^2_{\text{выб}}(Y)$, поэтому в качестве конкурирующей примем гипотезу $\mathbb{D}(X)>\mathbb{D}(Y)$ (задача 11).
Степени свободы $k_{\max}=12-1=$, $k_{\min}=18-1=$.
По таблице 7 стр. 36 ($\alpha=0.05$, $k_{\max}=$, $k_{\min}=$) находим критическую точку $F_{\text{кр}}(0.05;,)=\boxed{}$.
Значит, $F_{\text{набл}}<F_{\text{кр}}$, и гипотеза $\mathbb{D}(X)=\mathbb{D}(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий $\boxed{}$ согласно Правилу 18.

Шаг 2. Вычисляем наблюдаемое значение критерия по Правилу 36:

$$T_{\text{набл}}=\frac{\overline{x}-\overline{y}}{\sqrt{(n_X-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(X)+(n_Y-1)\cdot s^2_{\text{выб}}(Y)}}\cdot\sqrt{\frac{n_X\,n_Y\,(n_X+n_Y-2)}{n_X+n_Y}}=$$

$$=\frac{31.60-30.95}{\sqrt{11\cdot 1.44+17\cdot 1.00}}\cdot\sqrt{\frac{12\cdot 18\cdot 28}{30}}=\boxed{}.$$

Найдем критическую точку $T_{\text{двуст,кр}}=T_{\text{двуст,кр}}(0.05,)=\boxed{}$ по таблице 6 стр. 35 критических точек Стьюдента при заданном уровне значимости $\alpha=0.05$ (верхняя строка) и числе степеней свободы $k=n_X+n_Y-2=$.
Сравниваем значения: $|T_{\text{набл}}|=$ и $T_{\text{двуст,кр}}=$:

$$|T_{\text{набл}}|\ \ T_{\text{двуст,кр}}.$$

Согласно Правилу 37, нулевая гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X)=\mathbb{M}(Y)$ о равенстве генеральных средних $\boxed{}$**ается**.

Выборочная проверка вариант 31 задача 18

формат 1.23, $F_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $F_{\text{кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{D}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{D}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{набл}} =$ введи Клик

формат 1.23, $T_{\text{двуст,кр}} =$ введи Клик

Гипотеза $\mathbb{M}(\boldsymbol{X}) = \mathbb{M}(\boldsymbol{Y})$ принимается (DA) или отвергается (NET):
DA или NET введи Клик

Задача 19

Для системы двух зависимых случайных величин X, Y *сделана выборка объема* $n = 7$:

$$(2, 17.6),\ (4, 15.0),\ (6, 25.2),\ (8, 40.2),\ (10, 38.4),\ (12, 45.9),\ (14, 62.4).$$

Предполагается, что зависимость Y *от* X *выражена функцией* $Y = a + bX$, *которая зависит от параметров* a, b . *Требуется подобрать параметры* a, b *так, чтобы сумма*

$$Q(a, b) = \sum_{k=1}^{7} (a + b \cdot x_k - y_k)^2$$

была наименьшей, $Q(a, b) \to \boldsymbol{min}$.

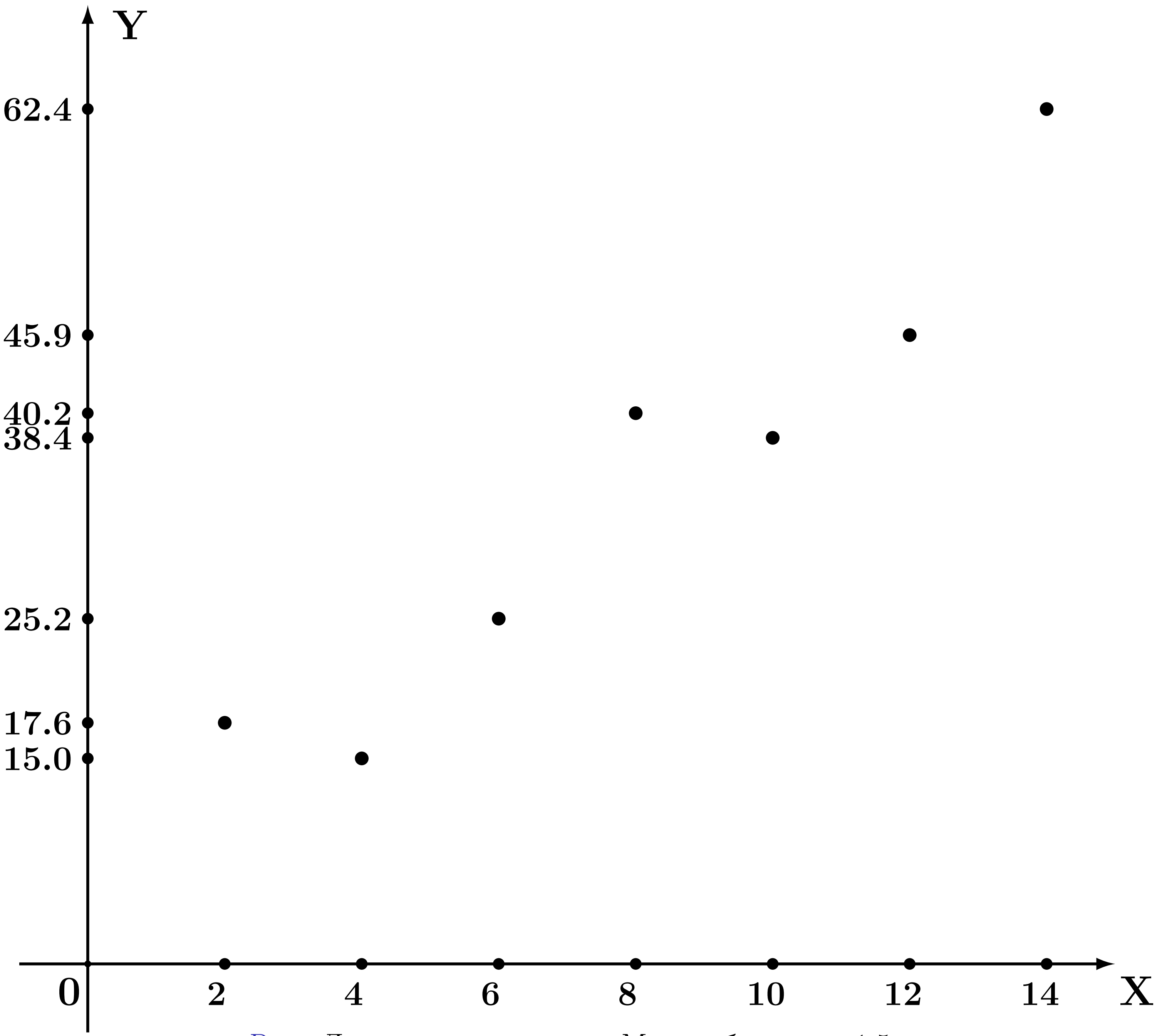

Рис.: Диаграмма рассеяния. Масштаб по осям 1:5.

Решение

Данные заносим в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
x_i	2	4	6	8	10	12	14	
y_i	17.6	15.0	25.2	40.2	38.4	45.9	62.4	
x_i^2								
$x_i y_i$								

Строки x_i и y_i берутся из условия, строки x_i^2 и $x_i y_i$ вычисляются, суммы вычисляются по каждой строке. Получается система

$$\begin{cases} \square \cdot a + \square \cdot b = \square \\ \square \cdot a + \square \cdot b = \square \end{cases}$$

Вычисляем $\Delta = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_a = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

$\Delta_b = \begin{vmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{vmatrix} = \square \cdot \square - \square \cdot \square = \square$

Отсюда

$$a = \frac{\square}{\square} = \square, \quad b = \frac{\square}{\square} = \square.$$

Уравнение регрессии $y = \square + \square \cdot x$.

Для построения прямой линии (красным на чертеже) соединяем точки

$$(0, a) = (0, \square) \quad \text{и} \quad (x_7, y_7^*) = (\square, \square),$$

где $x_7 = \square$ (последнее значение переменной x) и

$$y_7^* = a + b \cdot x_7 = \square + \square \cdot \square = \square.$$

Решение (график)

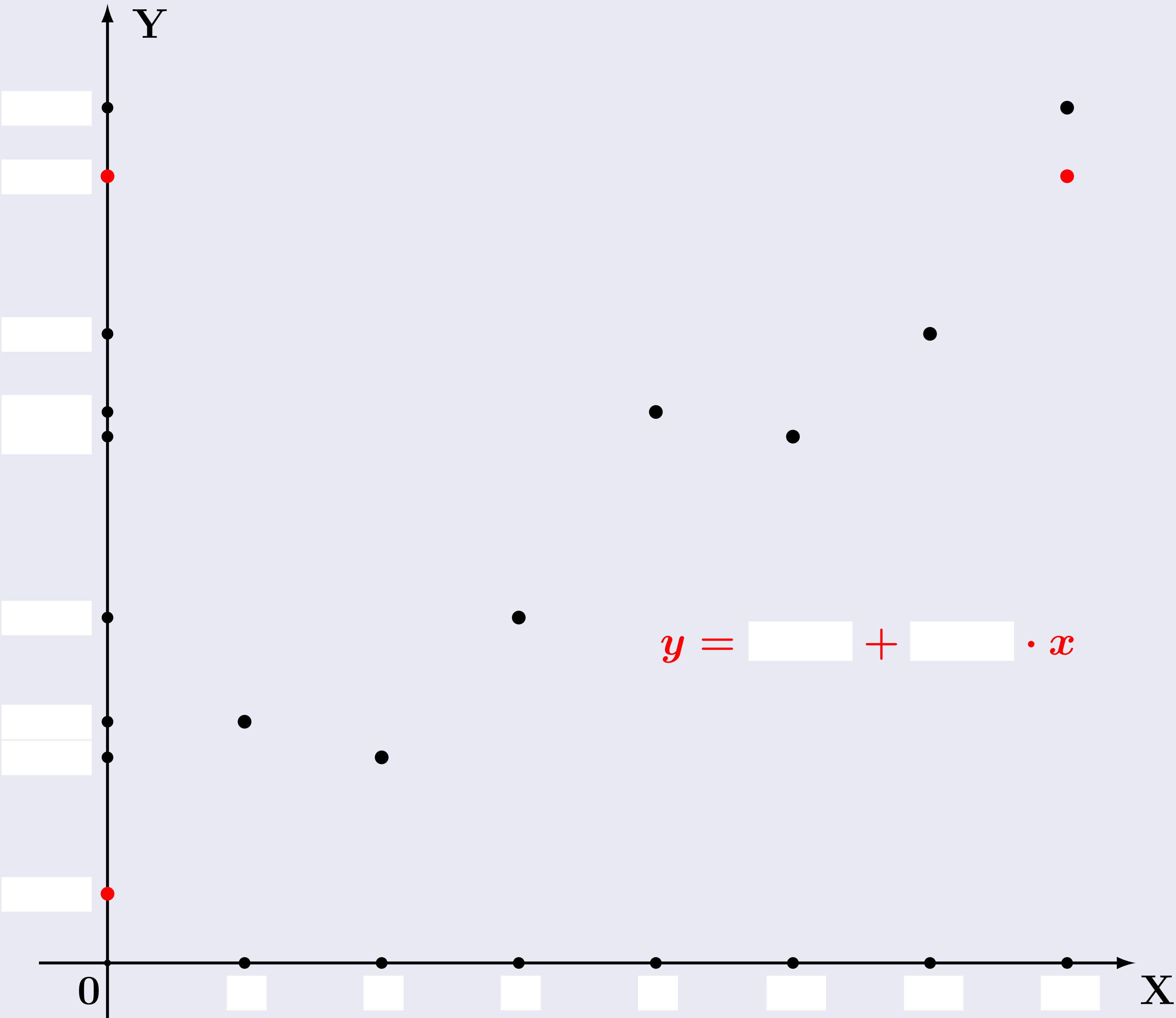

Рис.: Линейная регрессия, масштаб по осям 1:5.

Выборочная проверка вариант 31 задача 19

формат 1.23, $\Delta =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_a =$ введи Клик

формат 1.23, $\Delta_b =$ введи Клик

формат 1.23, $a =$ введи Клик

формат 1.23, $b =$ введи Клик

Задача 1. $N_1 =$. $N_2 =$. $N_3 =$. $N_4 =$.

Задача 2. $\overline{x}_{\text{выб}} =$. $D_{\text{выб}} =$. $s^2_{\text{выб}} =$.

Задача 3. $p_3 =$. $p_5 =$.

Задача 4. $a =$. $\sigma =$.

Задача 5. $a =$. $b =$.

Задача 6. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 7. $\delta_{0.95} =$. $\delta_{0.99} =$.

Задача 8. $q_{0.95} =$. $q_{0.99} =$.

Задача 9. $< p <$. $< p <$.

Задача 10. $< p <$. $< p <$.

Задача 11. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**.

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 12. $F_{\text{набл}} =$.

$\alpha = 0.05: \ F_{\text{кр}}(0.05) =$, гипотеза H_0 **ается**

$\alpha = 0.01: \ F_{\text{кр}}(0.01) =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 13. $\chi^2_{\text{набл}} =$, $\chi^2_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 14. $U_{\text{набл}} =$, $U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 **ается**.

Задача 15. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 16. $U_{\text{набл}} =$

$\alpha = 0.01\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ U_{\text{кр}} =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**

Задача 17. $|Z_{\text{набл}}| =$.

$\alpha = 0.01\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.01) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

$\alpha = 0.05\colon\ Z_{\text{кр}}(\alpha = 0.05) =$, гипотеза H_0 $\boxed{}$ **ается**.

Задача 18. $F_{\text{набл}} =$, $F_{\text{кр}} =$, $T_{\text{набл}} =$, $T_{\text{двуст,кр}} =$.

гипотеза $H_0:\ \mathbb{M}(X) = \mathbb{M}(Y)$ $\boxed{}$ **ается**.

Задача 19. $a =$, $b =$.