

Анализ 1-2 2021 Семинары 5-6
Сходимость и равномерная сходимость функциональных рядов.

Домашнее задание.

Задача 1. Найти область сходимости и область абсолютной сходимости ряда:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi x}{n}}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{\sqrt[3]{n}}$.

Задача 2. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ на множестве E :

a) $u_n(x) = 2^{-n} \cos 2\pi nx$, $E = \mathbb{R}$; б) $u_n(x) = \frac{1}{\sqrt[n]{n+x^3}} \sin \frac{1}{\sqrt{nx}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{n}}$, $E = (0, \infty)$;
в) $u_n(x) = n^3 e^{-n^2 x}$, $E = [\delta, \infty)$, $\delta > 0$; г) $u_n(x) = \ln \left(1 + \frac{x}{n \ln^2(n+1)} \right)$, $E = [0, 2]$.

Задача 3. Доказать что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ равномерно сходится на множестве E :

a) $u_n(x) = \frac{x^{n-1}}{n} - \frac{x^n}{n+1}$, $E = [-1, 1]$; б) $u_n(x) = \frac{1}{x^2 + n\sqrt{n}}$, $E = \mathbb{R}$.

Задача 4. Исследовать на сходимость и равномерную сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x)$ на множестве E :

a) $u_n(x) = \frac{x^2 \sin(n\sqrt{n})}{1+n^3 x^4}$, $E = [0, \infty)$; б) $u_n(x) = \frac{x}{1+n^2 x^2}$, $E = [0, \infty)$;
в) $u_n(x) = \frac{x}{n} \left(1 + \frac{1}{n} - x \right)^n$, $E = [0, 1]$.