Анализ 1-2 2021 Семинары 9-10
Степенные ряды и ряды Тейлора.

Домашнее задание.

Задача 1. Найти радиус сходимости степенного ряда и исследовать на сходимость в концевых точках: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n^2+1}(x-1)^n$; б) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2n!} x^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{a^n+b^n}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a(a-1)\dots(a-(n-1))}{n!} x^n$.

Задача 2. Разложить в ряд Маклорена функцию и найти его радиус сходимости:
а) $\arcsin x$; б) $\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$; в) $\frac{1}{(1-x^2)(x^2+4)}$; г) $x^2\cos^3 2x$; д) $\ln\left(x^3+\sqrt{9+x^6}\right)$.

Задача 3. Разложить в ряд Тейлора функцию $f(x)$ в окрестности точки x_0:
а) $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+6}$, $x_0 = 1$; б) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-4x+8}}$, $x_0 = 2$.

Задача 4. Перемножив соответствующие ряды разложить в ряд Маклорена функции и найти его радиус сходимости:
а) $\frac{\ln(1+x)}{1+x}$; б) $\frac{e^x}{1-x}$.

Задача 5. Доказать, что функция $y = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n!)^2}$ является решением дифференциального уравнения: $xy'' + y' - y = 0$.

Задача 6. Найти разложение в ряд Маклорена решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям:

$$y'' + \lambda^2 y = 0,\ y(0) = 0,\ y'(0) = \lambda.$$