

Анализ 1-2 2021 Семинар 19
Несобственный интеграл от неограниченной функции.

Домашнее задание.

Задача 1. Вычислить несобственные интегралы:

а) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+x}}$; б) $\int_0^\pi \operatorname{tg} x dx$; в) $\int_{-1}^0 \frac{e^{1/x} dx}{x^3}$; г) $\int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1-x^2}} dx$;
д) $\int_a^b x \sqrt{\frac{x-a}{b-x}} dx$, $b > a$; е) $\int_0^\pi x \ln \sin x dx$.

Задача 2. Исследовать на сходимость:

а) $\int_0^4 \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x}}$; б) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\ln(1+x)}$; в) $\int_0^\pi \frac{\ln \sin x}{x \sqrt{\sin x}} dx$; г) $\int_0^\pi \frac{\operatorname{sh} x dx}{e^{x^2} - \cos x}$.

Задача 3. При каких значениях параметров сходятся интегралы?

а) $\int_0^\pi \frac{1 - \cos x}{x^\alpha} dx$; б) $\int_0^1 x^\alpha (1-x)^\beta \ln x dx$; в) $\int_0^1 x^\alpha \ln^\beta \frac{1}{x} dx$.

Задача 4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость при всех значениях параметра.

а) $\int_0^1 \frac{x^\alpha}{1+x^2} \sin \frac{1}{x} dx$; б) $\int_0^{1/2} \left(\frac{x}{1-x} \right)^\alpha \cos \frac{1}{x^2} dx$.

Задача 5. Найти интеграл в смысле главного значения:

а) v.p. $\int_0^{10} \frac{dx}{7-x}$; б) v.p. $\int_0^\pi x \operatorname{tg} x dx$.