

**Анализ 1-2 2021 Семинары 24–25**  
**Дифференцирование функций многих переменных**

Домашнее задание.

**Задача 1.** Будет ли дифференцируемой в точке  $(0, 0)$  функция  $f(x, y)$ ?

- а)  $f(x, y) = |y| \sin x$ ; б)  $f(x, y) = \sin x + \sqrt[3]{xy}$ ; в)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + xy + y^2}$ ;  
г)  $f(x, y) = \sin \left( x + \sqrt[3]{x^3 - y^3} \right)$ .

**Задача 2.** Найти частные производные и дифференциал функции  $f(x, y)$ :

- а)  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 2xy$ ; б)  $f(x, y) = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$ ; в)  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ ;  
г)  $f(x, y) = \left( \frac{x}{y} \right)^z$ .

**Задача 3.** Найти дифференциал функции  $\varphi(u, v)$ , если:

- а)  $\varphi = f(u, v)$ ,  $u = \frac{y}{x+y}$ ,  $v = x^2 - y^3$ ;  
б)  $\varphi = f(u, v, w)$ ,  $u = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $v = x + y + z$ ,  $w = xyz$ .

**Задача 4.** Доказать, что функция  $\varphi = yf(x^2 - y^2)$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$y^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} + xy \frac{\partial \varphi}{\partial y} = x\varphi.$$

**Задача 5.** Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции  $z = z(x, y)$ , которая задана неявно уравнением:

- а)  $x \cos y + y \cos z + z \cos x = 1$ ; б)  $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y + 3 = 0$ ; в)  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$ .

**Задача 6.** Найти частные производные  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial y}$  отображения  $(x, y) \rightarrow (u, v)$ , определяемого системой уравнений:

$$\begin{cases} xe^{u+v} + 2uv = 1 \\ ye^{u-v} + \frac{u}{1+v} = 2x. \end{cases}$$

**Задача 7.** Пусть  $f(x, y, z) = 0$ . Доказать, что

$$\frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = -1.$$

**Задача 8.** Найти частные производные  $\frac{dz}{dx}$  и  $\frac{dy}{dx}$  функций  $z(x)$  и  $y(x)$ , заданных неявно системой уравнений

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = a^3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = b^2. \end{cases}$$