**«Спецкурс – Механико-математический факультет», Стохастические дифференциальные уравнения**

***Лектор:*** *Веретенников Александр Юрьевич*

**Резюме:**

Полугодовой спецкурс читается для студентов кафедры теории вероятностей на пятом курсе, уже прослушавших основы стохастического интегрирования, и лишь первые полторы лекции посвящены краткому повторению этих основ\*. Целью курса является более глубокое введение в современную теорию стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) Ито, включающую такие разделы, как сильные и слабые решения, связи СДУ с уравнениями в частных производных, элементы стохастического управления с уравнением Беллмана, уравнение Пуассона «во всем пространстве», элементы теории оптимальной остановки, обратные СДУ Парду – Пенга и их связь с оптимальным управлением.

\*Желающие освежить в своей памяти эти основы студенты приглашены к онлайн-участию в первой части (17-21/08) Новосибирской летней вероятностной школы 17 – 29.08.2021 <http://www.math.nsc.ru/LBRT/v1/school2021summer/index.html> (требуется бесплатная регистрация)

**Программа Курса**

1: Повторение: Интеграл Ито, его свойства; формула Ито; мартингальные неравенства Дуба и Дуба – Колмогорова; теорема Ито о существовании сильного решения СДУ и о непрерывной зависимости от начального условия (н.у.).

2: Марковское свойство решений СДУ; стохастические экспоненты; теорема Гирсанова; экспоненциальные неравенства; условия типа Новикова; понятие о слабых решениях.

3: Сильные решения, принцип Ямада – Ватанабе, теоремы Ямада – Ватанабе, Накао, Звонкина, автора, последние достижения; теоремы сравнения.

4: Оценки Крылова, формула Ито-Крылова для функций с соболевскими производными. Слабые решения по Скороходу и Крылову.

5: Слабые решения: случайная замена времени; характеризация Леви винеровского процесса (многомерный случай); метод «проблемы мартингалов»; одномерный пример Танаки; двумерный пример Крылова.

6: СДУ с отражением на прямой и в (многомерной) области; задача Скорохода.

7: Связь винеровского процесса с оператором Лапласа и решения общего СДУ с общими эллиптическим и параболическим оператором.

8: Эргодические решения СДУ и уравнение Пуассона «во всем пространстве»

9: Обратные и прямые уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова (ФПК); генераторы (квази)диффузионного процесса.

10: Стохастическое управление на конечном интервале времени; уравнение Беллмана; алгоритм улучшения цены Ховарда – Беллмана; понятие о вязких решениях уравнения Беллмана.

11: Эргодическое управление «в среднем»; эргодическое уравнение Беллмана

12: Задача об оптимальной остановке.

14: Обратные СДУ Парду – Пенга (BSDEs); существование и единственность.

15: Связь BSDEs с задачами стохастического оптимального управления.

16: Прямые-обратные СДУ Парду – Пенга (Forward – Backward SDEs, FBSDEs) и их связь с нелинейными уравнениями в частных производных.

17: Повторение пройденного.