

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
(2 курс, совбак НИУ ВШЭ и ЦПМ, осенний семестр 2023 г.)
лектор - проф. В.В. Чепыжов

Программа лекций:

1 модуль

1. Нормированные и банаховы пространства. Подпространства нормированных пространств. Пространство L_1 интегрируемых функций.
2. Евклидовы и гильбертовы пространства. Коэффициенты Фурье. Неравенство Бесселя. Теорема об изоморфизме гильбертовых пространств.
3. Ортонормированный базис в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье. Равенство Парсеваля. Комплексные евклидовы и гильбертовы пространства.
4. Пространства L_2 функций с интегрируемым квадратом. Сходимости в среднем квадратичном и ее связь с другими типами сходимости.
5. Тригонометрические системы функций на отрезке. Тригонометрические ряды Фурье. Достаточные условия поточечной сходимости. Принцип локализации.
6. Равномерная сходимость тригонометрических рядов Фурье. Суммы Фейера. Теоремы Вейерштрасса об аппроксимации непрерывных функций.
7. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Гладкость функций и скорость убывания коэффициентов Фурье.

2 модуль

8. Применение рядов Фурье. Решение некоторых уравнений с частными производными методом Фурье.
9. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля.
10. Интеграл Фурье. Теорема об обращении. Преобразование Фурье.
11. Пространство Шварца быстро убывающих функций. Преобразование Фурье и дифференцирование.
12. Преобразование Фурье и свертка.
13. Применение преобразования Фурье для решения уравнений с частными производными.
14. Преобразование Фурье в пространстве $L_2(\mathbf{R})$. Теорема Планшереля.

Список литературы

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981, 544 с.
2. Зорич В.А. Математический анализ, часть II. М.: МЦНМО, 2002, 687 с.

3. Никольский С.М. Курс математического анализа, том II. М.: Наука, 1983, 448 с.
4. Бесов О.В. Лекции по математическому анализу. М.: Физматлит, 2010, 687 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том III. М.: Наука, 1966, 656 с.
6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа, том II. М.: Наука, 1981, 584 с.
7. Рис Ф., Сёкерфальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М.: Мир, 1979. 588 с.
8. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976, 320 с.
9. Ильин А.М. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2009, 192 с.
10. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. М.: МЦНМО, 2003, 304 с.

Оценка знаний за 1 семестр

Итоговая оценка за семестр является взвешенной суммой из четырех оценок: участие в семинарах, сдача листков, сдача коллоквиума и сдача экзамена, которые выставляются по 10-балльной шкале.

Сдача листков не является обязательной, однако без их сдачи студент может рассчитывать только на оценку 8 при условии получения 10 баллов за семинары, коллоквиум и экзамен. За листки ставится оценка 10 при условии сдачи 80% задач без звездочек всех листков в срок, установленный для каждого листка. После этого срока задачи не принимаются. Другие оценки рассчитываются пропорционально сданному числу задач. Задачи со звездочкой имеют двойной вес. Оценка за листки может превысить 10 баллов, но не более 14.

В итоговую оценку компоненты входят со следующими весами:

- участие в семинарах — 0,3
- сдача задач листков — 0,25
- коллоквиум — 0,25
- экзамен — 0,25

Сумма всех 4 весов равна 1,05. Сумма весов без листков равна 0,8. Студент может повысить свой балл активно сдавая задачи листков в срок. См.выше.