

## Задачи о фуксовых системах на римановых поверхностях

1. Пусть имеется компактная риманова поверхность  $X$  рода  $g$ . Кроме того, зададим начальную точку  $x_0$  и канонические разрезы  $A_1, B_1, \dots, A_g, B_g$ . Данные монодромии - это положения особых  $a_1, \dots, a_n$ , матрицы монодромии обхода по малым петлям вокруг этих особых точек  $M_{a_1}, \dots, M_{a_n} \in GL(p, \mathbb{C})$ , матрицы монодромии обхода по разрезам  $M_{A_1}, \dots, M_{B_g} \in GL(p, \mathbb{C})$ . При этом выполняется условие  $M_{a_1} \dots M_{a_n} = [M_{A_1}, M_{B_1}] \dots [M_{A_g}, M_{B_g}]$ . Требуется найти многообразие в пространстве данных монодромии, так что почти все данные из него реализуются как монодромии фуксовых систем и наоборот, данные монодромии почти всех систем содержатся в этом многообразии.

Ответ известен для случая, когда  $n = 0$  (в этом случае при  $p = 1$  необходимые и достаточные условия даются гипотезой Новикова, случай  $p > 1$  разрешим, если известен ответ при  $p = 1$ ).

2. Требуется понять, что такое  $\Theta$ -дивизор для деформаций на римановой поверхности. К этому определению два требования. С одной стороны, это должно быть множеством тех параметров, в которых уравнения изомонодромных деформаций имеют особенности. С другой стороны, это должно быть множество определяемое таким образом. Мы должны определить некоторый класс расслоений  $\mathcal{E}$ . Это будет, так сказать, класс расслоений, такой что если мы реализовали представление как монодромию в таком расслоении, то мы говорим что мы разрешили задачу Римана-Гильберта. Допустим в начальный момент расслоение было из класса  $\mathcal{E}$ . Тогда в процессе деформации почти всегда расслоение должно быть из класса  $\mathcal{E}$  и множество тех параметров, где расслоение не из класса  $\mathcal{E}$  - есть  $\Theta$ -дивизор.

Для рода ноль  $\mathcal{E}$  - тривиальные расслоения. Для высших родов это уже, кажется не годится.  $\mathcal{E}$  - полустабильные расслоения? или что-то другое? или вообще задача неразрешима?