$e \in L^n_x$

(I4) $$a(t,x)(e,e) \geq \mu^2 |e|^2$$

B. Ограниченность коэффициентов: найдется число C такое, что

(I5) $$|b(t,x)| + |\sigma(t,x)| \leq C$$

Тогда выполняются следующие утверждения:

I) (Слабое) решение уравнения (I) существует и единственно в смысле меры.

2) Если рассматривать решения уравнения (I) на отрезках $[t,T] \subset [0,T]$ при начальных значениях $x_t = x \in R^n$, то полученное семейство решений образует (неоднородный) строго марковский процесс.

Математическое ожидание по мере, соответствующей этому процессу, будет обозначаться $M_{(t,x)}$, а при $t=0$ просто M_x.

3) Пусть $\mathcal{D} \subset R^n$ - ограниченная область, τ - момент первого выхода процесса x_t из области $\mathcal{D}$, и дана функция $f(t,x)$, $f \in L_p([0,T]\times\mathcal{D})$, где $p \geq n+1$; тогда имеет место оценка

(I6) $$M_x \int_0^{\tau\wedge T} |f(t,x_t)|\,dt \leq \mathcal{N} \|f\|_{L_p}$$

где константа $\mathcal{N}$ зависит только от T, μ, C. Если $f(t,x) = f(x)$ не зависит от t, и $f \in L_p(\mathcal{D})$, то та же оценка верна при $p > n$, причем $\mathcal{N}$ не зависит от T.

4) Рассмотрим процесс $y_t = u(t,x_t)$, где функция $u \in W^{1,2}_p$, $p \geq n+1$. Утверждается, что к функции $u(t,x)$ применима формула Ито:

(I7) $$du(t,x_t) = \left[\mathcal{L}^{(x_t)} u(t,x_t)\right]dt + \left[u'_x(t,x_t)\,\sigma(t,x_t)\right]dw_t$$

Назовем функцию $f(t,x)$ "медленно растущей", если она растет на бесконечности медленнее $e^{K|x|^2}$ для любого $K > 0$. Рассмотрим уравнение

(I8) $$\begin{cases} \mathcal{L}^{(x_t)} u(t,x) + f(t,x) = 0 \\ u(T,x) = \varphi(x) \end{cases}$$

где $u: [0,T]\times R^n \to R^m$, $f: [0,T]\times R^n \to R^m$, $\varphi: R^n \to R^m$ функции $f(t,x)$ и $\varphi(x)$ - медленнорастущие, и $f \in L_p$, $\varphi \in W^2_p$ при некотором $p > \frac{n+2}{2}$. Тогда

5) В классе медленно растущих функций решение $u(t,x)$ уравнения (I8) существует, единственно, и $u \in W^{1,2}_p$.

6) Если $p \geq n+1$, то это решение имеет вероятностное представление