что и требовалось.

IУ. Доказательство следствия 2 (Ямада, Ватанабе [I6])

① Лемма IУ.I. Пусть пара процессов $\{(x_t, w_t), \mathcal{F}_t\}$ образует решение уравнения (I), и пусть пара непрерывных процессов $(\tilde{x}_t, \tilde{w}_t)$ имеет те же самые конечномерные распределения, что и (x_t, w_t). Тогда $\{(\tilde{x}_t, \tilde{w}_t), \mathcal{F}_t^{\tilde{w},\tilde{x}}\}$ тоже образует решение уравнения (I).

Доказательство. В силу совпадения распределений имеем

$$M\left(\tilde{x}_t - x - \int_0^t b(s,\tilde{x}_s)ds - \int_0^t \sigma(s,\tilde{x}_s)d\tilde{w}_s\right)^2 = \tag{28}$$

$$= M\left(x_t - x - \int_0^t b(s,x_s)ds - \int_0^t \sigma(s,x_s)dw_s\right)^2 = 0$$

откуда

$$\tilde{x}_t = x + \int_0^t b(s,\tilde{x}_s)ds + \int_0^t \sigma(s,\tilde{x}_s)d\tilde{w}_s$$

что и требовалось.

② Предыдущее рассуждение не совсем обосновано. В самом деле, в выражении (28) стоит стохастический интеграл по винеровскому процессу $\tilde{w}_t$. Для того, чтобы он был определен корректно, необходимо, чтобы подинтегральное выражение не зависило от будущего поведения $\tilde{w}_t$.

Лемма IУ.2. Пусть событие $\tilde{B} \in \mathcal{F}_t^{\tilde{x}}$; тогда

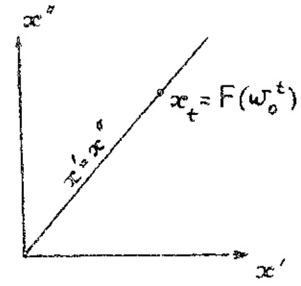
$$P\{\tilde{B} \mid \mathcal{F}_T^{\tilde{w}}\} = P\{\tilde{B} \mid \mathcal{F}_t^{\tilde{w}}\}.$$

Доказательство. Достаточно в качестве события $\tilde{B}$ взять $\tilde{B} = \{\omega : \tilde{x}_{t_1} \le c_1, \dots, \tilde{x}_{t_n} \le c\}$, $t_1, \dots, t_n \le t$, и показать, что оно не зависит от событий $\tilde{A}$ вида

$$\tilde{A} = \{\omega : \tilde{w}_{u_2} - \tilde{w}_{u_1} \le d_1, \dots, \tilde{w}_{u_{n+1}} - \tilde{w}_{u_n} \le d_n\}, \ t \le u_1, \dots, u_{n+1} \le T$$

Но эта независимость следует из аналогичной независимости событий A и B, построенных так же, как $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$, но только для процессов x_t, w_t.

③ Определение сильной единственности, данное в § I, п. Ш.4, можно наглядно понимать так: при фиксированной траектории w_0^T винеровского процесса w_t случаные величины x'_t и x''_t на плоскости переменных (x', x'') распределены на диагонали $x' = x''$. Наша ближайшая цель состоит в том, чтобы показать, что на самом деле это распределение сосредоточено в одной точке, т.е. при фиксированной винеровской траектории случайные величины x'_t и x''_t перестают быть случайными и выражаются в виде функционала от этой траектории.



Обозначим $C_{[0,T]}$ пространство непрерывных функций, отображающих $[0,T]$ в R^n. Пусть (x'_t, w'_t) и (x''_t, w''_t) – два решения уравнения (I). Обозначим P' и P'' соответствующие меры в $(C_{[0,T]} \times C_{[0,T]}, \mathcal{B}_T \times \mathcal{B}_T)$. Согласно [I7], существуют регулярные условные распределения $P'(\cdot \mid w_0^T)$ и $P''(\cdot \mid w_0^T)$.

Рассмотрим вероятностное пространство $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$, где

а) $\Omega = C_{[0,T]} \times C_{[0,T]} \times C_{[0,T]}$; элементы $\omega \in \Omega$ мы будем обозначать $\omega = (x', x'', w)$, где