

значит, и произвольные $u(t, \infty), v(t, \infty)$ удовлетворяют условию Якоби по x (т.е. $G(t, x)$ удовлетворяет (41)). Если теперь вместо x положить $x = v(t, y)$, то в силу непрерывности $u(t, y)$ по y (см. утверждение 3 леммы П.1) получим непрерывность $v(t, y)$ по y .

(2) Теперь определим функцию $v(t, y)$ по теореме 3 о единственности решения задачи Коши (1) и на промежутке П.3.

12. Доказательство леммы П.2. Доказательство леммы П.2.

(1) Лемма П.1. Если $u \in C^1$, $v \in C(t, x)$ удовлетворяет условию (43), то $v(t, y)$ удовлетворяет условию Якоби по y с тем же показателем λ .

Доказательство. Утверждение следует из (43) и из второго утверждения леммы П.1, если заметить, что градиенты двух функций, удовлетворяющих условию Гельмгольца с показателем λ_1, λ_2 соответственно, само удовлетворяет условию Гельмгольца с показателем $\lambda = \min\{\lambda_1, \lambda_2\}$.

(2) Лемма П.2. (Ямада, Батадзе [16]). Пусть коэффициенты $s(t, y)$ в уравнении (53) удовлетворяют условию

$$(55) \quad |s(t, y_1) - s(t, y_2)| \leq \rho(|y_1 - y_2|),$$

где $\rho(t)$ — неотрицательная возрастающая функция, и

$$(56) \quad \int_{a_1}^{a_2} \frac{1}{\rho(t)} dt = \infty$$

Тогда решение уравнения (53) существует по крайней мере на промежутке $[a_1, a_2]$ и таково функци-

$\rho(t) = C|t|^\lambda, \lambda > \frac{1}{2}$, или $C\sqrt{t(a_2 - t)}$, или $C\sqrt{t(a_1 - t)}$, где C — константа, зависящая от $\rho(t)$ и λ . Если $\rho(t) = C|t|^\lambda$, то $\lambda > \frac{1}{2}$ необходимо и достаточно для существования функции $\rho(t)$ в L^1 на $[a_1, a_2]$.

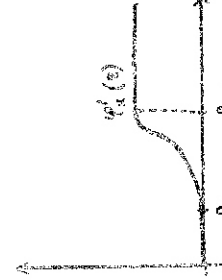
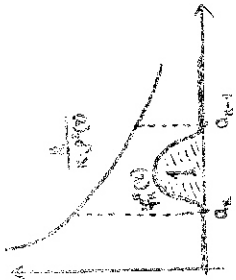
(3) Доказательство леммы П.2.

(a) Пусть $a_1 = 1, a_2 = 0$,

$$\int_1^0 \frac{1}{\rho(t)} dt = \infty$$

тогда

$$\int_1^0 \frac{1}{\rho(t)} dt = \infty$$



Построим функцию $\psi(t)$ следующим образом (см. рисунок):

$$\psi(t) = \begin{cases} 0 & \text{для } t \leq a_1, \\ \frac{1}{\rho(t)} & \text{для } a_1 < t < a_2, \\ \infty & \text{для } t \geq a_2. \end{cases}$$

Функция $\psi(t)$ непрерывна, и при $t \rightarrow a_2^-$ она стремится к бесконечности.