менее, чем на $2^{-n-1}(\epsilon^0 - \epsilon')$, для которого $|\Gamma'| \geqslant \epsilon^0 |Q|$. Следовательно, с вероятностью не менее $\delta^0$, процесс достигнет $\Gamma'$ на $(0, \tau(\partial Q))$. Кроме того, легко оценить снизу вероятность прохождения внутри "длинного" множества типа $K''$, а с ней и вероятность достичь $\Gamma$ из точек $\Gamma'$ раньше, чем $\partial Q$. В оценку последней войдут только $n$, $\mu$, $\nu$, $\epsilon^0 - \epsilon'$, $\delta^1$, $r$. Тем самым для $\epsilon = \epsilon''$ искомая оценка будет получена с $\delta > 0$ в противоречии с предположением. Во втором случае противоречие получается еще быстрее, так как найдется множество $K = (t, x) + Q(1, R)$ при $8R^2 \geqslant r(\epsilon^0 - \epsilon')$, для которого $|K \cap \Gamma| \geqslant q|K|$, $K \subset Q$.

8. Можно доказать, что при предположениях теоремы 1 верна аналогичная оценка снизу (правда, зависящая еще и от $R$) для математического ожидания времени, проведенного процессом $(t, x_t)$ в множестве $\Gamma$ до момента $\tau(Q(\beta, R))$. Наконец, $\delta \uparrow 1$ при $\epsilon \uparrow 1$ в теореме 1, и это позволяет доказать теоремы Харнака и Лиувилля для эллиптических и параболических уравнений, например, в форме, приведенной в ([4]) без предположения о малости разброса собственных чисел.

**Московский государственный университет**
**им. М.В. Ломоносова**

**Поступило**
**28 IX 1978**

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Е.Б. Дынкин*, Марковские процессы, М., Физматгиз, 1963. [2] *О.А. Ладыженская, Н.Н. Уральцева*, Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа, М., Физматгиз, 1964. [3] *О.А. Ладыженская, В.А. Солонников, Н.Н. Уральцева*, Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа, М., "Наука", 1967. [4] *Е.М. Ландис*, Уравнения второго порядка эллиптического и параболического типов, М., "Наука", 1971. [5] *С.В. Анулова*, Изв. АН СССР, сер. матем., т. 42, № 4, 708 (1978). [6] *Н.В. Крылов*, Управляемые процессы диффузионного типа, М., "Наука", 1977.